判斷正向彈性碰撞的條件：三選二即可

(1) $\vec{v_1} - \vec{v_2} = \vec{v_2'} - \vec{v_1'}$

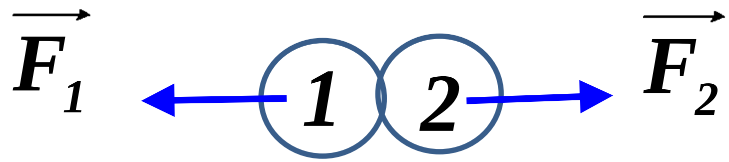
(2) 動量守恆

(3) 動能守恆

第100頁

*1.*鋼球1公斤、鋁球0.2公斤，兩球發生<u>正向碰撞</u>，下列敘述何者正確？ (A)鋁球受到撞擊力的量值是鋼球的五倍
(B)鋁球動量改變量的量值是鋼球的五倍
(C)鋁球速度改變量的量值是鋼球的五倍
(D)鋁球動能改變量的量值是鋼球的五倍。

第100頁



(A) 牛三： $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$ 碰撞期間，兩物受平均力大小相同 方向相反

(B) $\Delta\vec{P}=\vec{F}\Delta t$ ： $\overrightarrow{\Delta p_1} = -\overrightarrow{\Delta p_2}$ 兩物動量變化大小相 同 方向相反

(C) $\Delta\vec{P}=m\Delta\vec{v} \rightarrow \Delta\vec{v} = \frac{\Delta\vec{P}}{m} \propto \frac{1}{m}$

：速度改變量值與質量反比 方向相反

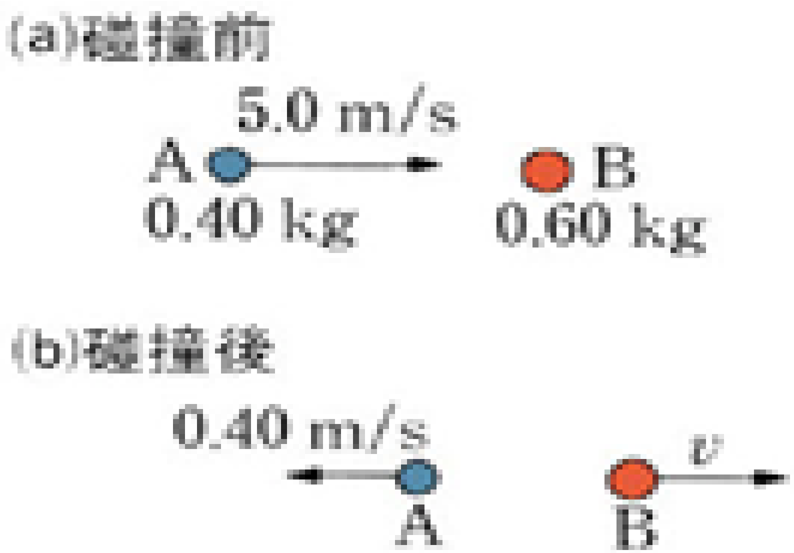
(D) 功能定理 $W_{所有力} = \Delta K$

$F\Delta x = \Delta K \rightarrow \Delta K \propto \Delta x$

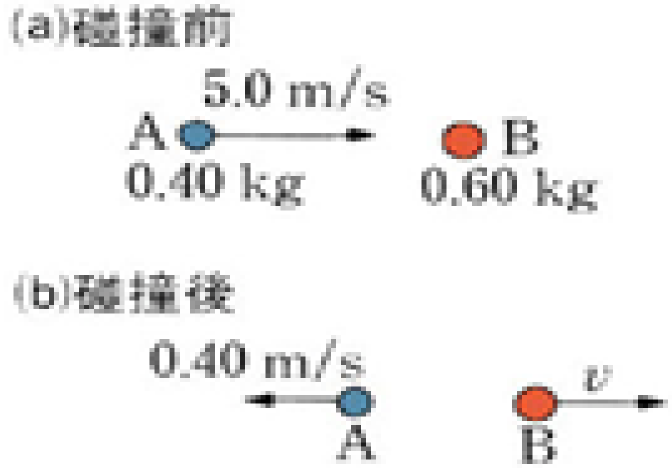
因為不知道△x的關係 所以動能改變量關係不知

第100頁

2.圖所示，在一直線上有A和B兩物體，其質量分別為0.4kg 和0.6kg。物體A以5m／s的速度向右碰撞靜止中的物體B。碰撞後物體A以0.4 m／s的速度向左彈回，求：（1）碰撞後物體B的速度v。（2）碰撞過程中A和B兩物體系統所損失的動能。



第100頁



(1)

動量守恆 $m_A\overrightarrow{v_A}+m_B\overrightarrow{v_B}=m_A\overrightarrow{v_A}+m_B\overrightarrow{v_B}$

相右為正

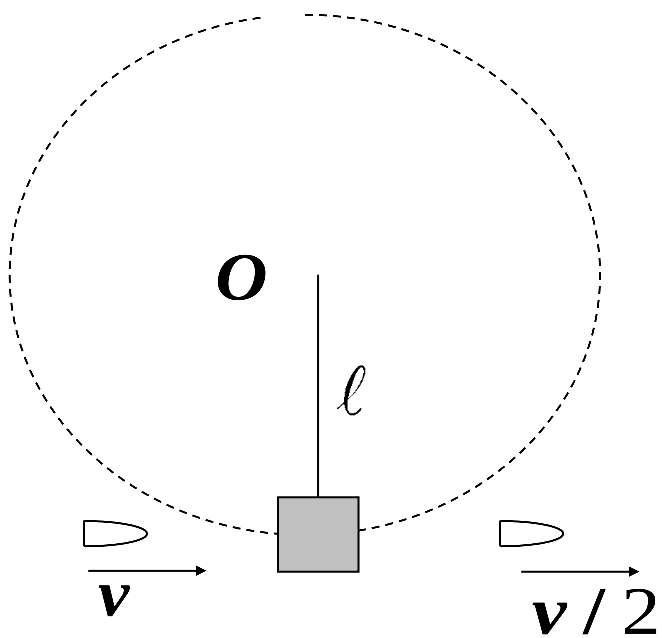
$$0.4\times5=0.4\times(-0.4)+0.6\overrightarrow{v_B'}\rightarrow\overrightarrow{v_B'}=3.6[m/s]$$

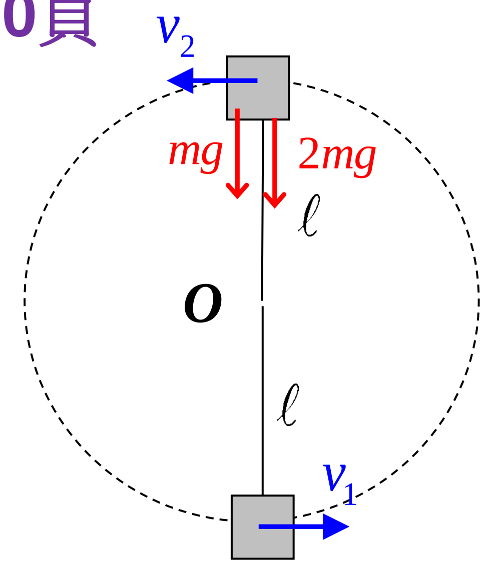
(2)

$$\frac{1}{2}m_Av_A^2-\left(\frac{1}{2}m_Av_A'^2+\frac{1}{2}m_Bv_B'^2\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times0.4\times5^2-\left(\frac{1}{2}\times0.4\times0.4^2+\frac{1}{2}\times0.6\times3.6^2\right)=1.08[J]$$

3.圖所示，一個質量為m速度為v的子彈射穿質量為M的木塊後，速度變為 $\frac{v}{2}$ ，而此木塊懸吊於長度為L的輕繩下端，若子彈與鉛塊碰撞歷時極短可忽略。問v須為若干，方能使木塊達最高點時，繩子張力為$2Mg$？



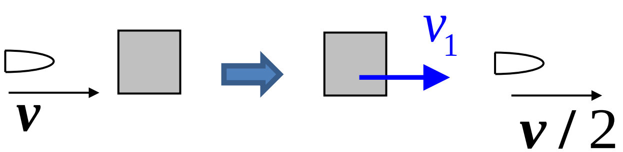


最高點 $\left[F=ma_c\right]\quad mg+2mg=m\dfrac{v_2^2}{\ell}\rightarrow v_2^2=3g\ell$

(最低點 → 最高點)力學能守恆

$$0+\frac{1}{2}mv_1^2=mg2R+\frac{1}{2}mv_2^2\quad\left[v_2^2=3g\ell\right]$$

$$\therefore v_1=\sqrt{7g\ell}$$



(最低點)動量守恆

$$mv=Mv_1+m\frac{v}{2}\rightarrow m\frac{v}{2}=M\sqrt{7g\ell}\quad\therefore v=\frac{2M}{m}\sqrt{7g\ell}$$

1. 入射球以動量 $\vec{P}$ 與靜止的靶球作正向彈性碰撞後，入射球與靶球的動量可能為？

(A) $-\vec{P}$ 、 $2\vec{P}$ (B) $-2\vec{P}$ 、 $3\vec{P}$ (C) $\frac{1}{2}\vec{P}$ 、 $2\vec{P}$ (D) $\frac{1}{2}\vec{P}$ 、 $\frac{1}{2}\vec{P}$ (E) $-\frac{3}{2}\vec{P}$、 $\frac{5}{2}\vec{P}$

、

正向彈性碰撞的條件：

動量守恆 $\overrightarrow{P_1}+\overrightarrow{P_2}=\overrightarrow{P_1'}+\overrightarrow{P_2'}$........(1)

動能守恆 $\dfrac{P_1^2}{2m_1}+\dfrac{P_2^2}{2m_2}=\dfrac{P_1'^2}{2m_1}+\dfrac{P_2'^2}{2m_2}$.......(2)

(A)

動量 $\overrightarrow{P} = -\overrightarrow{P} + 2\overrightarrow{P}$........動量守恆

動能 $\dfrac{P^2}{2m_1} < \dfrac{P^2}{2m_1} + \dfrac{(2P)^2}{2m_2}$.......動能一定不守恆

(B)

動量 $\overrightarrow{P} = -2\overrightarrow{P} + 3\overrightarrow{P}$........動量守恆

動能 $\dfrac{P^2}{2m_1} < \dfrac{(2P)^2}{2m_1} + \dfrac{(3P)^2}{2m_2}$.......動能一定不守恆

(C)

動量 $\overrightarrow{P} \neq \dfrac{1}{2}\overrightarrow{P} + 2\overrightarrow{P}$........動量一定不守恆

(D)

動量 $\overrightarrow{P}=\frac{1}{2}\overrightarrow{P}+\frac{1}{2}\overrightarrow{P}$........動量守恆

動能 $\frac{P^2}{2m_1}\quad\frac{\left(\frac{1}{2}P\right)^2}{2m_1}+\frac{\left(\frac{1}{2}P\right)^2}{2m_2}$.......動能有可能守恆

（當 $\frac{P^2}{2m_1}=\frac{\left(\frac{1}{2}P\right)^2}{2m_1}+\frac{\left(\frac{1}{2}P\right)^2}{2m_2}$ 時，$m_1=3m_2$，動能守恆）

(E)

動量 $\overrightarrow{P}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{P}+\frac{5}{2}\overrightarrow{P}$........動量守恆

動能 $\frac{P^2}{2m_1}<\frac{\left(\frac{3}{2}P\right)^2}{2m_1}+\frac{\left(\frac{5}{2}P\right)^2}{2m_2}$.......動能不守恆

第101頁 (A)

2. 入射球以速度 $\vec{v}$ 與靜止的靶球作<u>正向彈性碰撞</u>後，入射球與靶球的速度可能為？

(A) $-\frac{\vec{v}}{2}$ 、 $\frac{\vec{v}}{2}$ (B) $\frac{\vec{v}}{2}$ 、 $\frac{3\vec{v}}{2}$ (C) $-\frac{2\vec{v}}{3}$、 $\frac{\vec{v}}{3}$ (D) $\frac{3\vec{v}}{2}$ 、 $\frac{5\vec{v}}{2}$ (E) $-\frac{3\vec{v}}{2}$、 $\vec{v}$ 。

正向彈性碰撞的條件：

動量守恆 $m_1\overrightarrow{v_1}+m_2\overrightarrow{v_2}=m_1\overrightarrow{v_1'}+m_2\overrightarrow{v_2'}$........(1)

動能守恆 $\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2$........(2)

$v_1-v_2=v_2'-v_1'$

第101頁

$$v_1 - v_2 = v_2' - v_1'$$

$-\frac{\vec{v}}{2}$ $\frac{\vec{v}}{2}$ $\frac{\vec{v}}{2}$ $\frac{3\vec{v}}{2}$ $-\frac{2\vec{v}}{3}$ $\frac{\vec{v}}{3}$ $\frac{3\vec{v}}{2}$ $\frac{5\vec{v}}{2}$ $-\frac{3\vec{v}}{2}$ $\vec{v}$

(A)

$$\vec{v} - 0 = \frac{\vec{v}}{2} - \left(-\frac{\vec{v}}{2}\right)$$

動量 $m_1\vec{v}$ $m_1 \times \left(-\frac{\vec{v}}{2}\right) + m_2 \times \frac{\vec{v}}{2}$......可能守恆

動能 $\frac{1}{2}m_1v^2$ $\frac{1}{2}m_1\left(\frac{v}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m_2\left(\frac{v}{2}\right)^2$........可能守恆

(B)

$$\vec{v} - 0 = \frac{3\vec{v}}{2} - \frac{\vec{v}}{2}$$

動量 $m_1\vec{v}$ $m_1 \times \frac{\vec{v}}{2} + m_2 \times \frac{3\vec{v}}{2}$...... 可能守恆

動能 $\frac{1}{2}m_1v^2$ $\frac{1}{2}m_1\left(\frac{v}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m_2\left(\frac{3v}{2}\right)^2$........可能守恆

(C)

$$\vec{v} - 0 = \frac{\vec{v}}{3} - \left(-\frac{2\vec{v}}{3}\right)$$

動量 $m_1\vec{v}$ $m_1 \times \left(-\frac{2\vec{v}}{3}\right) + m_2 \times \frac{\vec{v}}{3}$...... 可能守恆

動能 $\frac{1}{2}m_1v^2$ $\frac{1}{2}m_1\left(\frac{2v}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}m_2\left(\frac{v}{3}\right)^2$........可能守恆

$$v_1 - v_2 = v_2' - v_1'$$

(D)

$$\vec{\boldsymbol{v}} - \mathbf{0} = \frac{5\vec{\boldsymbol{v}}}{2} - \left(\frac{3\vec{\boldsymbol{v}}}{2}\right)$$

動量 $m_1\vec{v} \neq m_1 \times \frac{3\vec{v}}{2} + m_2 \times \frac{5\vec{v}}{2}$...... 不能守恆

(E)

$$\vec{\boldsymbol{v}} - \mathbf{0} \neq \frac{\vec{\boldsymbol{v}}}{2} - \left(-\frac{3\vec{\boldsymbol{v}}}{2}\right)$$

判斷正向彈性碰撞的條件：三選二即可

$$(1)\ \overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{v_2'} - \overrightarrow{v_1'}$$

(2) 動量守恆

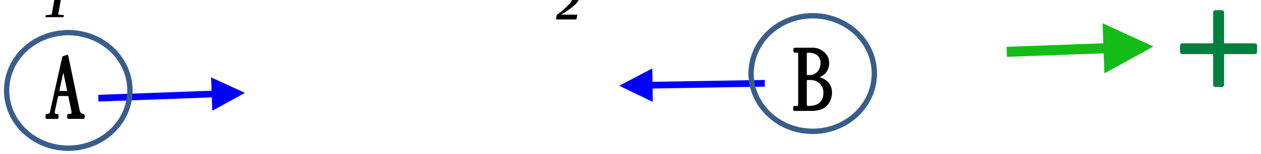
(3) 動能守恆

*3.*質量*2* kg，速度為*10* m / s的A球和質量*3* kg，速度*5* m / s的B球，在一直線上相向進行，作正向彈性碰撞，求

（A）撞後兩球的速率？ （B）碰撞後，兩質點的質心速度大小為？

（C）*B*對*A*作用的衝量大小為？ （D）*B*對*A*所作的功為？

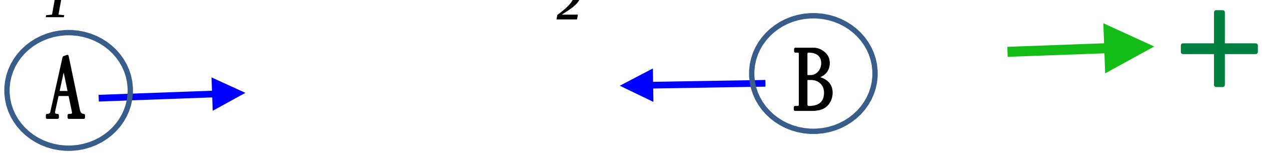
$$\overrightarrow{v_1} = 10m/s \qquad \overrightarrow{v_2} = -5m/s$$



$$(1)\begin{cases} \vec{v'}_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 + \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_2 = \dfrac{2-3}{2+3}\times 10 + \dfrac{2\times 3}{2+3}\times(-5) = -8 \\ \vec{v'}_2 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 + \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_2 = \dfrac{2\times 2}{2+3}\times 10 + \dfrac{3-2}{2+3}\times(-5) = 7 \end{cases}$$

第101頁

$$\vec{v_1} = 10m/s \qquad \vec{v_2} = -5m/s$$



（2） 因為碰撞為AB系統內力

所以質心速度不變

$$v_C = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{2\times10+3\times(-5)}{2+3} = 1[m/s]$$

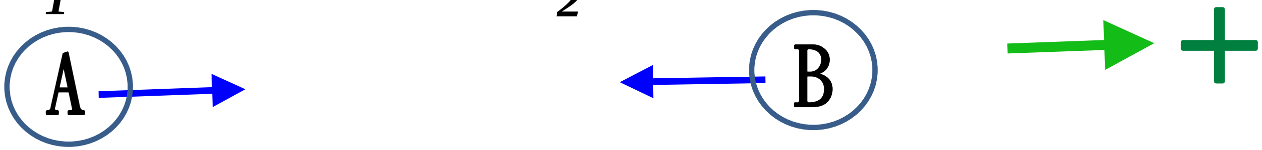
（3）

$$J_A = \Delta P_A = m_A \Delta v_A = 2\times(-8-10) = -36[kg\cdot m/s]$$

$$[\text{比較}]\, J_B = \Delta P_B = m_B \Delta v_B = 3\times(7-(-5)) = 36[kg\cdot m/s]$$

第101頁

$$\vec{v_1} = 10m/s \qquad \vec{v_2} = -5m/s$$

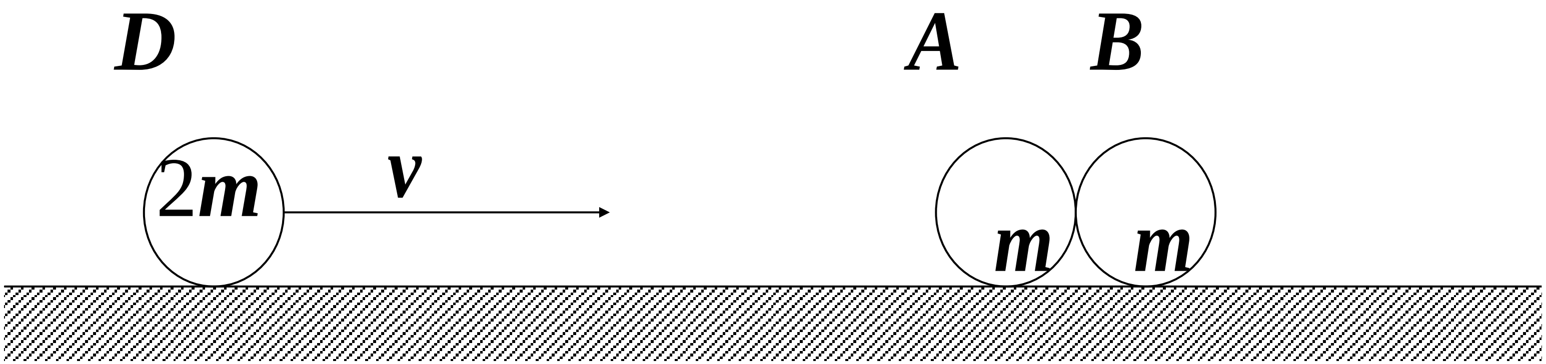


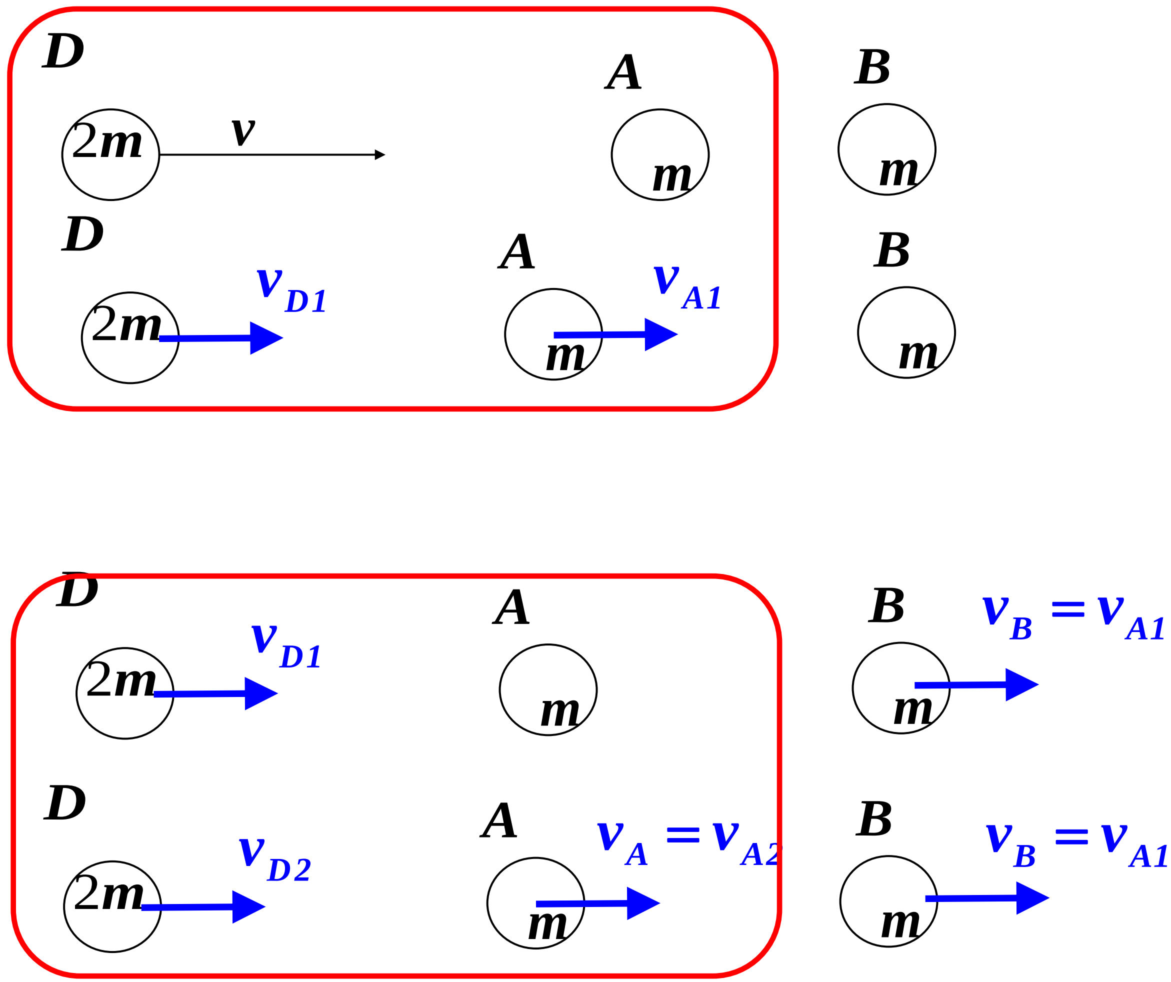
（4）

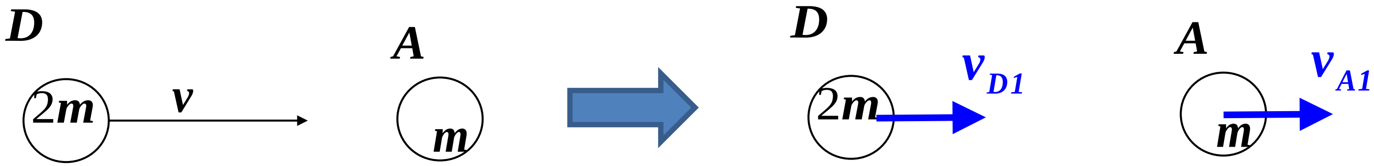
$$W_A = \Delta K_A = \frac{1}{2}m_A v_A'^2 - \frac{1}{2}m_A v_A{}^2 = \frac{1}{2}\times 2\left(8^2 - 10^2\right) = -36[J]$$

$$[\text{比較}]W_B = \Delta K_B = \frac{1}{2}m_B v_B'^2 - \frac{1}{2}m_B v_B{}^2 = \frac{1}{2}\times 3\left(7^2 - 5^2\right) = 36[J]$$

1.*A*、*B*兩大小相同均勻小球，互相接觸，靜止於一光滑直水平軌道上，現有一質量為*2 m*與*AB*等大的均勻球，以*v*的速度自直軌道一邊前進與*A*球作正向彈性碰撞，則碰撞分離後不在相撞後*AB*兩球速率比 $v_A : v_B =$ ？

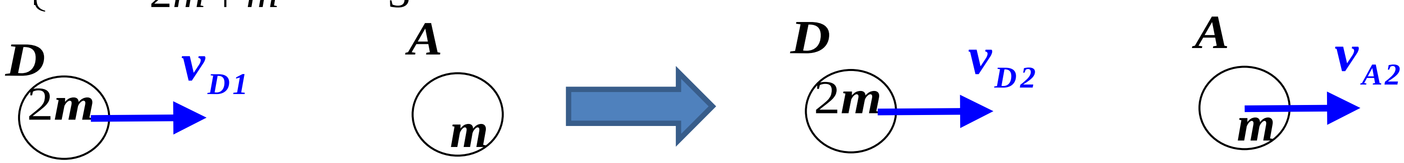



D
2m
v
A
m
B
m
D
2m
v_{D1}
A
m
v_{A1}
B
m
D
2m
v_{D1}
A
m
B
m
$v_B = v_{A1}$
D
2m
v_{D2}
A
m
$v_A = v_{A2}$
B
m
$v_B = v_{A1}$

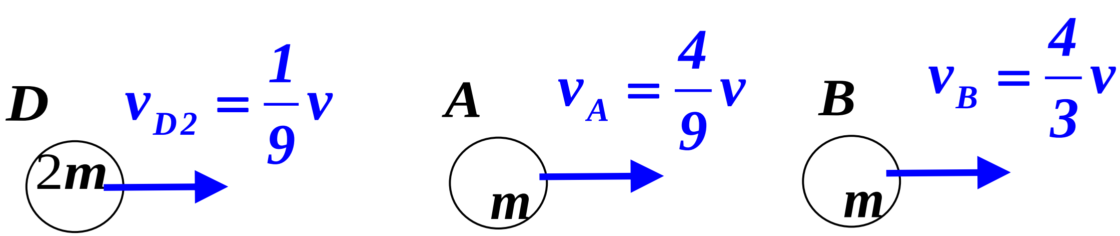


正向彈性碰撞 $\left(\begin{cases} \vec{v'}_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 \\ \vec{v'}_2 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 \end{cases}\right)$ 向右為正

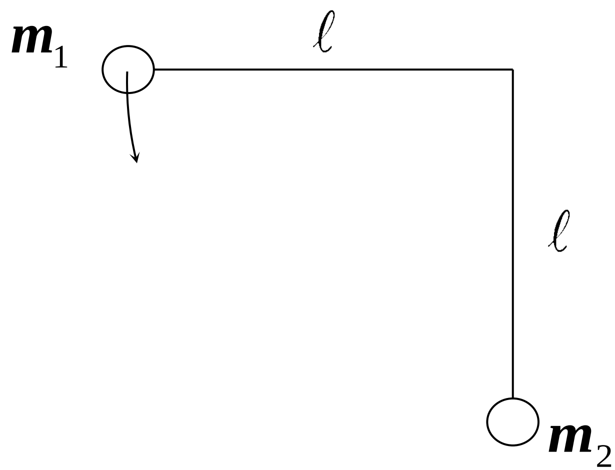
$$\begin{cases} \overrightarrow{v_{D1}} = \dfrac{2m - m}{2m + m} \times v = \dfrac{1}{3}v \\ \overrightarrow{v_{A1}} = \dfrac{2 \times 2m}{2m + m} \times v = \dfrac{4}{3}v_0 = \overrightarrow{v_B} \end{cases}$$

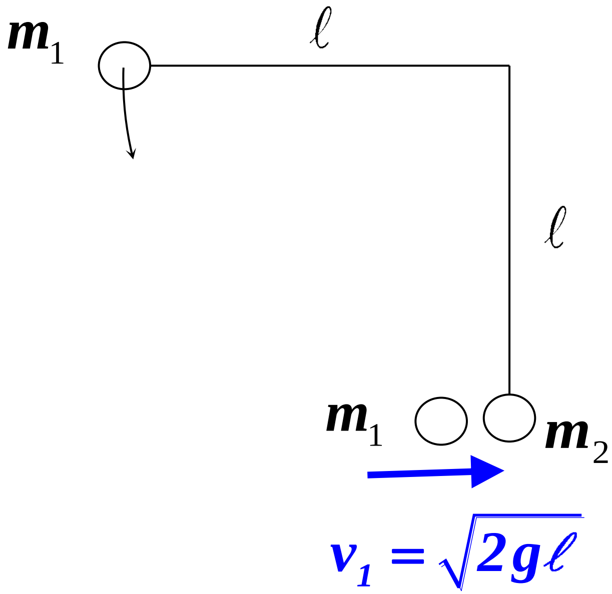


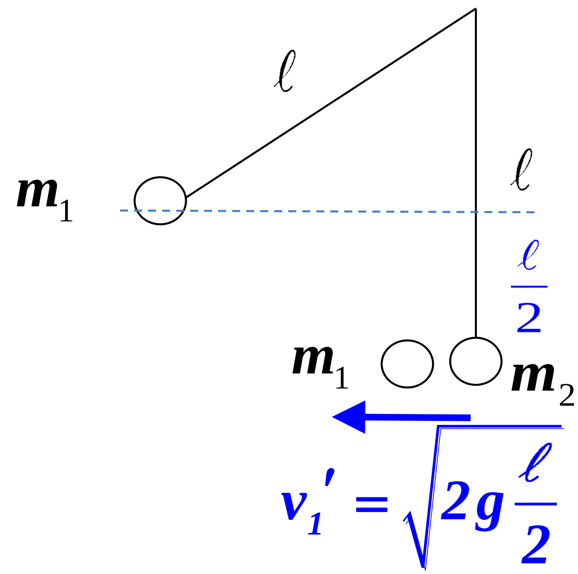
$$\begin{cases} \overrightarrow{v_{D2}} = \dfrac{2m - m}{2m + m} \times \overrightarrow{v_{D1}} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3}v = \dfrac{1}{9}v \\ \overrightarrow{v_{A2}} = \dfrac{2 \times 2m}{2m + m} \times \overrightarrow{v_{D1}} = \dfrac{4}{3} \times \dfrac{1}{3}v = \dfrac{4}{9}v = \overrightarrow{v_A} \end{cases}$$



二單擺擺長均為 ℓ，其一擺錘質量為m_1，另一擺錘質量為m_2，今將m_1拉起至水平狀態後放開，使其與m_2產生彈性碰撞，m_1反彈至原來一半之高度，則 $\frac{m_1}{m_2}$ = ？







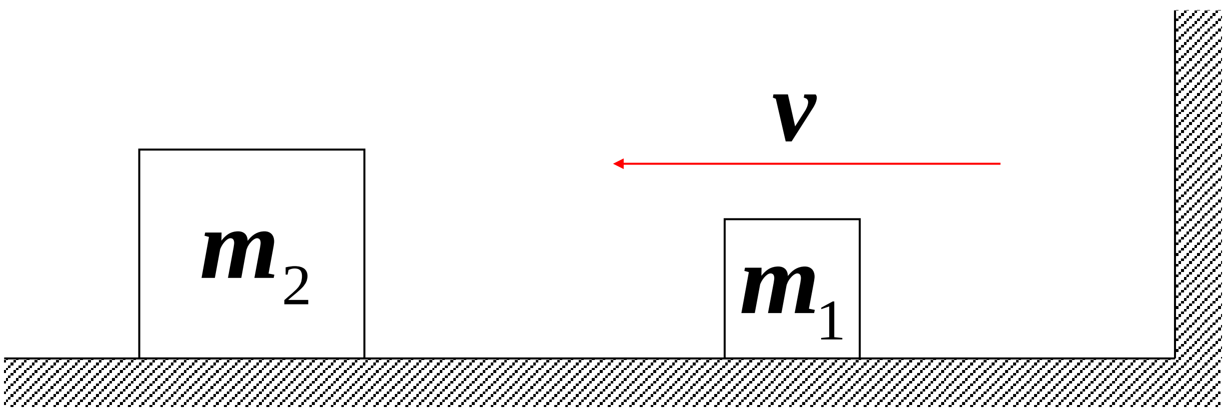
正向彈性碰撞　　向右為正

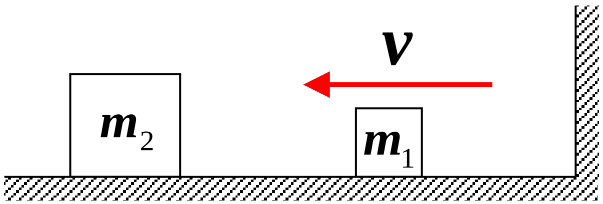
$$\vec{v}'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 \rightarrow -\sqrt{2g\frac{\ell}{2}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2g\ell} \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

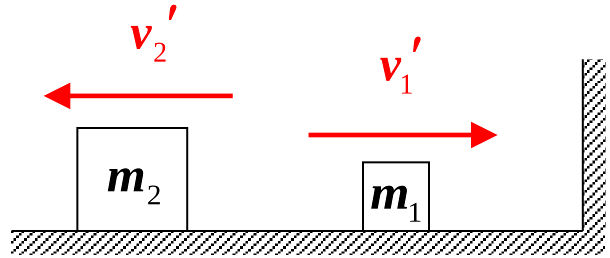
$$m_1 + m_2 = -\left(\sqrt{2}m_1 - \sqrt{2}m_2\right) \quad \therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$$

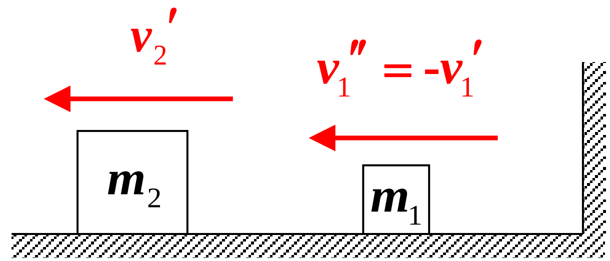
第104頁

若 m_2質量為*100* kg，靜置於無摩擦力之地面，另一 質量m_1，位於m_2與牆之間，以等速度v向m_2運動，如圖所示。若m_1與m_2碰撞後，反向運動再與牆碰撞後，其速度與m_2完全相同，求m_1的質量？（所有碰撞皆視為彈性碰撞，且牆固定不動）









以向左為正

$$\begin{cases} v_1' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v \to v_1'' = -v_1' = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v \\ v_2' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} v \end{cases}$$

$$\therefore \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v \to m_2 - m_1 = 2m_1 \to m_2 = 3m_1$$

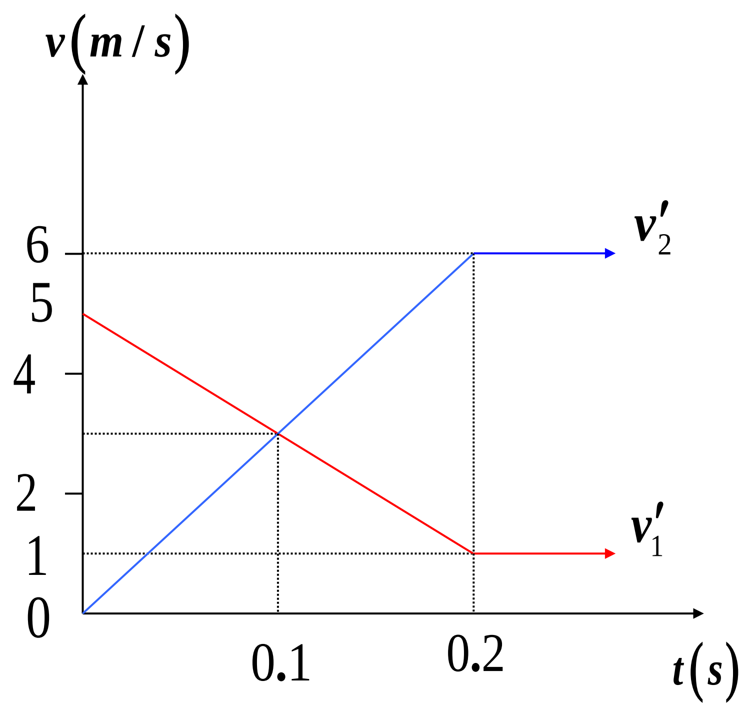
如圖所示，m_1與m_2兩物發生正面彈性碰撞時，速度對時間之變化圖，若$m_1 = 3$ 公斤，t＝0時碰撞開始，則：

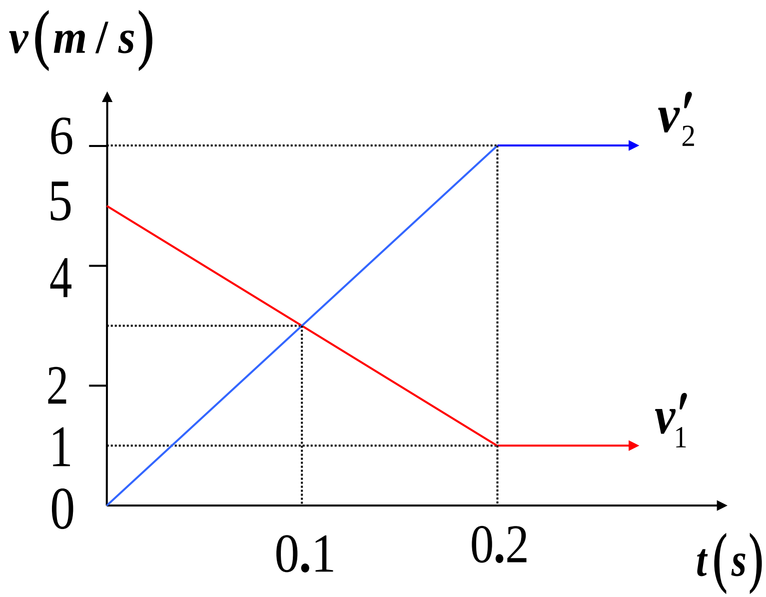
（A）$m_2 =$ ？

（B）互相作用力為？

（C）最接近時，總動能為？

（D）若兩物相距75公分時即開始碰撞，則兩物最小距離為？

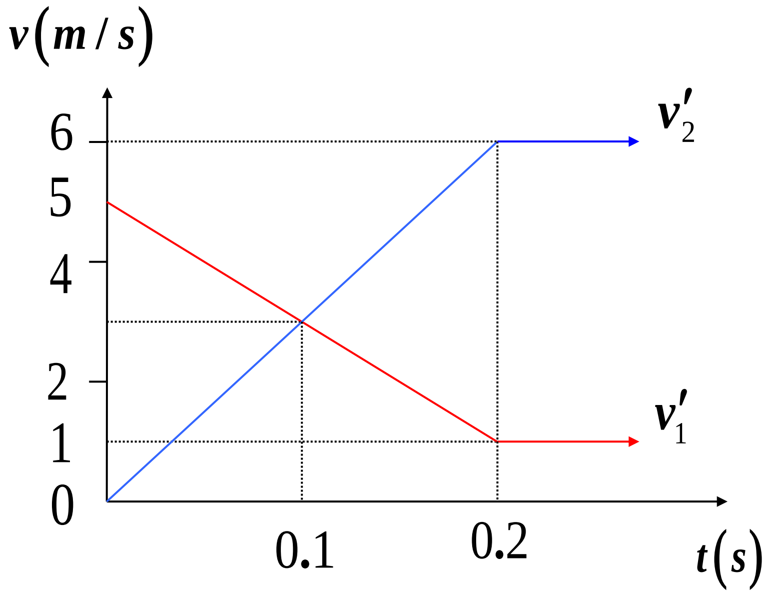




由圖可知碰撞前速度$v_1 = 5 \quad v_2 = 0$

碰撞後速度$v_1' = 1 \quad v_2' = 6$

$$(A)\begin{cases} v_1' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \times 5 = 1 \\ v_2' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} \times 5 = 6 \end{cases} \rightarrow 2m_1 = 3m_2 \rightarrow m_2 = \frac{2}{3} m_1 = 2$$

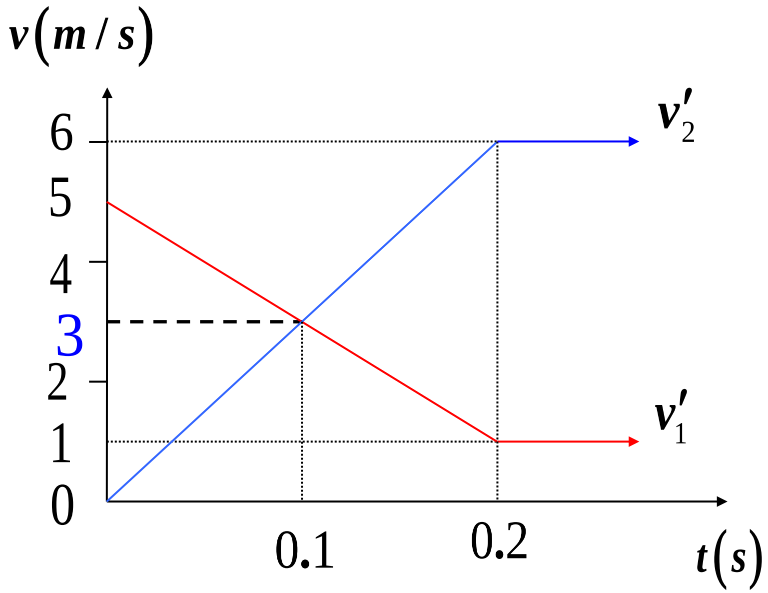


$$(B)[F=ma]\ m_1\ :\ a_1=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{1-5}{0.2}=-20$$

$$\therefore F_1=m_1a_1=3\times(-20)=-60[N]$$

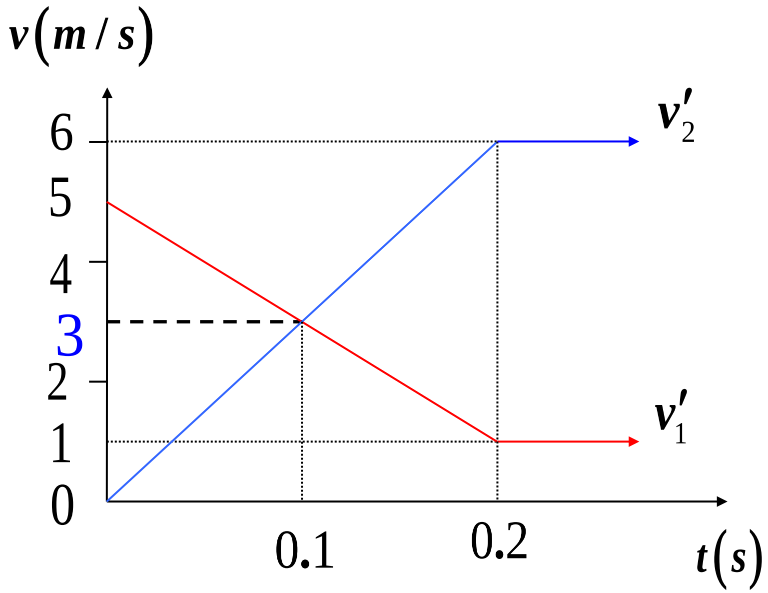
$$[\text{比較}]\ \ m_2\ :\ a_2=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{6-0}{0.2}=30$$

$$\therefore F_2=m_2a_2=2\times 30=60[N]$$



(C)由圖知$v_C = 3$

$$K = \frac{1}{2}m_1 v_C^2 + \frac{1}{2}m_2 v_C^2 = \frac{1}{2}\times 3\times 3^2 + \frac{1}{2}\times 2\times 3^2 = 22.5$$



(D)由圖知碰撞最近時t為0.1秒

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}\times(3+5)\times 0.1=0.4[m]$$

$$\Delta x_2=\frac{1}{2}\times 3\times 0.1=0.15[m]$$

$\therefore$距離變近了 $0.4-0.15=0.25[m]=25[cm]$

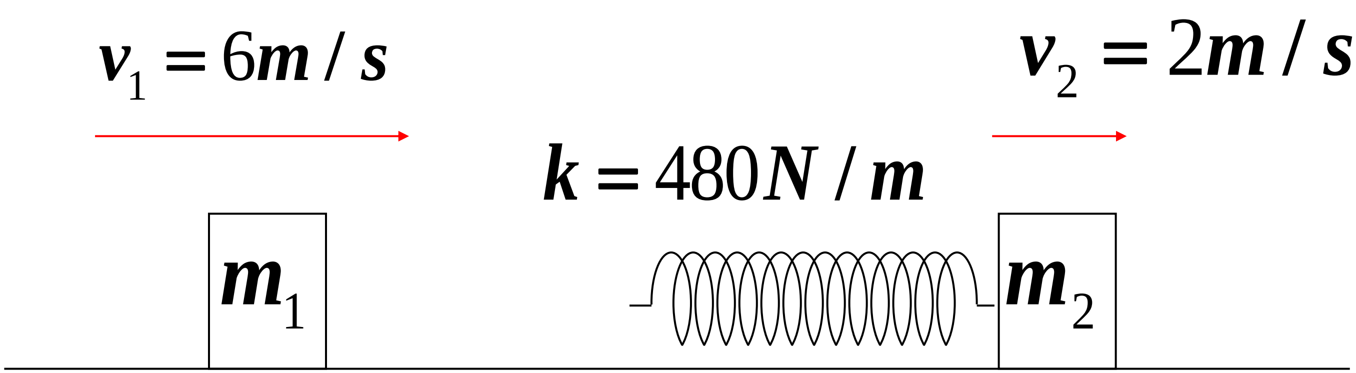
$\rightarrow$最近距離為 $75-25=50[cm]$

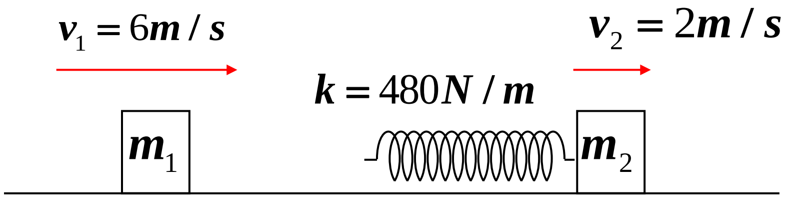
兩物體質量分別為$m_1 = 3\ kg$，$m_2 = 5\ kg$，速度分別為$v_1 = 6\ m/s$，$v_2 = 2\ m/s$，在一維空間作完全彈性碰撞；m_2上繫一彈力常數為$480\ N/m$的輕彈簧，則：

（1）碰撞期間彈簧被壓縮的最大距離為__m

（2）碰撞後m_2之速度為___m/s

（3）m_1與m_2碰撞時的接觸時間為____秒。



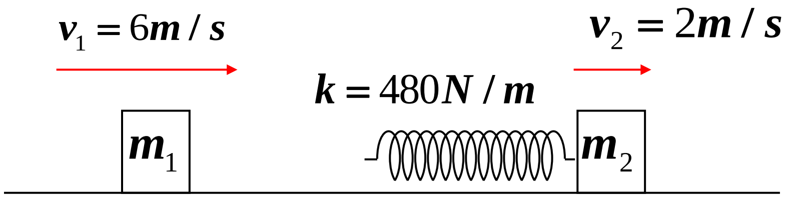


（1）當彈簧達最大壓縮量時，兩物體速度相同（均為質心速度）此時碰撞前之內動能完全變為彈性位能

$$\left[\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}(v_1-v_2)^2 = \frac{1}{2}kd^2\right]$$

$$\frac{1}{2}\frac{3\times 5}{3+5}(6-2)^2 = \frac{1}{2}\times 480\times d^2 \rightarrow d = 0.25[m]$$

第106頁



（2）

$$\begin{cases} \vec{v}'_1 = \dfrac{3-5}{3+5}\times 6 + \dfrac{2\times 5}{3+5}\times 2 = 1 \\ \vec{v}'_2 = \dfrac{2\times 3}{3+5}\times 6 + \dfrac{5-3}{3+5}\times 2 = 5 \end{cases}$$

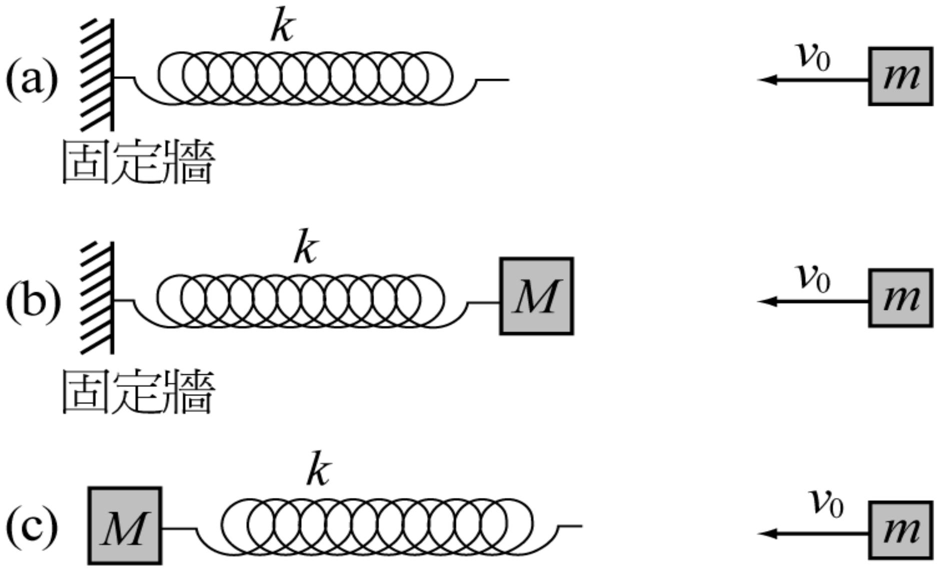
（3）

$$t = \frac{1}{2}T = \pi\sqrt{\frac{\dfrac{m_1 m_2}{m_1+m_2}}{k}} = \pi\sqrt{\frac{\dfrac{3\times 5}{3+5}}{480}} = \frac{\pi}{16}[s]$$

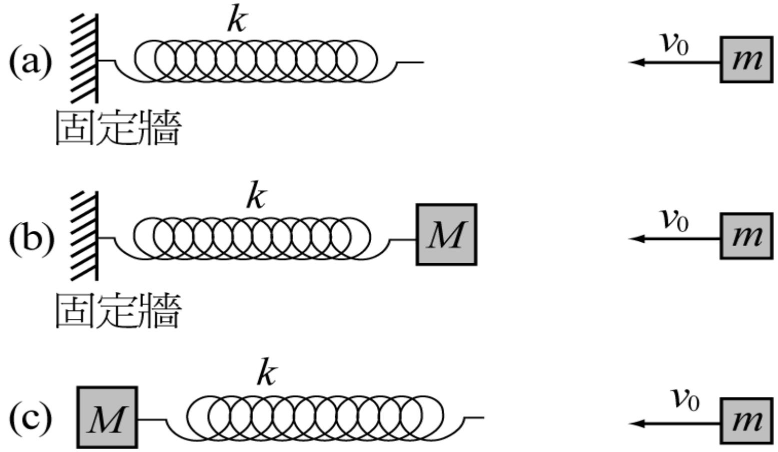
第107頁

1.如圖(a)(b)(c)三狀況，都是質量 的物體在 光滑無摩擦的水平面上以之速度向力常數k 的理想彈簧系統壓縮，若(b)(c)兩圖之 ，且(b)圖 與碰撞後合為一體壓縮彈簧，則(a)(b)(c)三者彈簧之最大壓縮量之比為

2.承上題(a)(c)二者，物體與彈簧接觸時間之比為？。



1.



$(a)m$與彈簧力學能守恆

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}kd_A{}^2\rightarrow d_A=v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$$

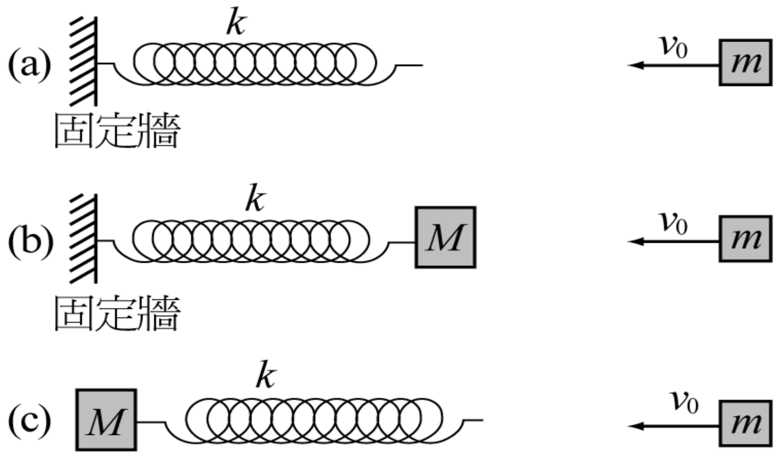
$(b)\left(m+M\right)$合體後與彈簧力學能守恆

$$\frac{1}{2}\left(m+M\right)\left(\frac{mv_0}{m+M}\right)^2=\frac{1}{2}kd_B{}^2\rightarrow d_B=v_0\sqrt{\frac{m^2}{k\left(m+M\right)}}=v_0\sqrt{\frac{m}{4k}}$$

$(c)\left(m+M\right)$與彈簧力學能守恆

$$\frac{1}{2}\frac{mM}{m+M}v_0{}^2=\frac{1}{2}kd_C{}^2\rightarrow d_C=v_0\sqrt{\frac{mM}{k\left(m+M\right)}}=v_0\sqrt{\frac{3m}{4k}}$$

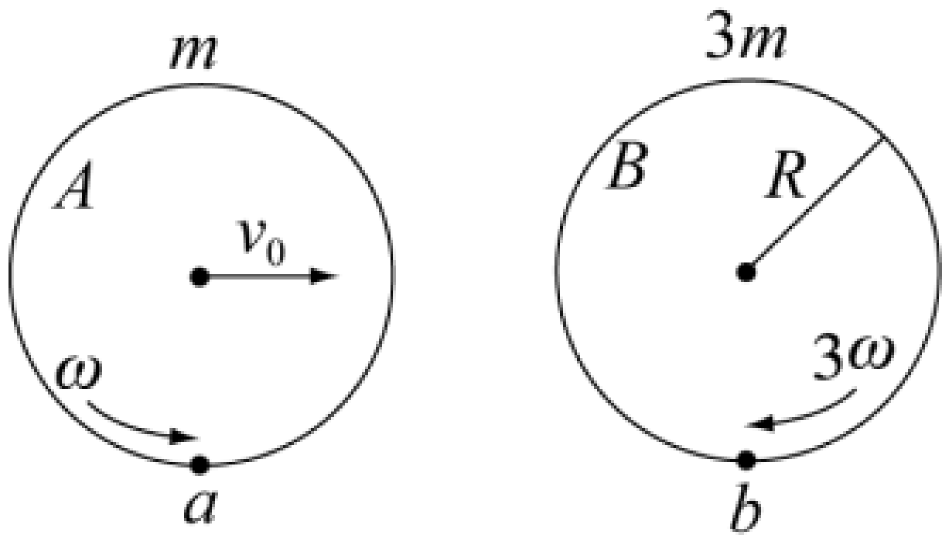
2.

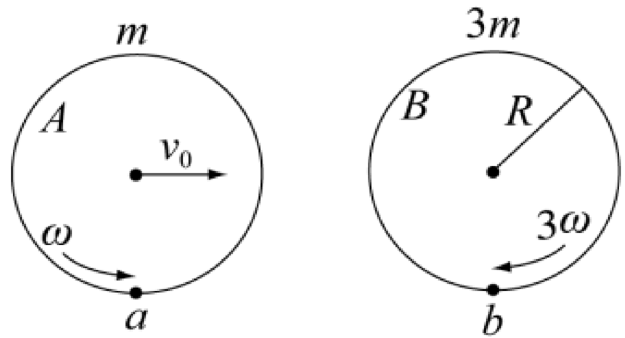


$$(a)t_a = \frac{1}{2}T_a = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$(c)t_C = \frac{1}{2}T_C = \pi\sqrt{\frac{\frac{mM}{m+M}}{k}} = \pi\sqrt{\frac{3m}{4k}}$$

在光滑平面上的*A*、*B*兩圓盤，半徑均為*R*，質量分別為 *m*及3 *m*，*A*盤以角速度ω沿逆時針方向轉動，*B*盤以角速度3ω 沿順時針方向轉動，*A*、*B*兩盤心的連線方向為由西向東，且兩盤的邊緣均極光滑。今*A*盤以初速v_0由西向東碰撞盤心靜止的*B*盤，碰撞後*A*以$\frac{1}{2}v_0$的速度向西運動，則下列敘述哪些正確？ (A)兩盤碰撞前*B*盤最南之端點（圖中之*b*點）的速度為3ω*R*，方向向西 (B)碰撞後，*B*盤之盤心速度的量值為v_0 (C)碰撞後，*B*盤最南方之端點的速度為3ω*R*，方向向西 (D)碰撞後，*B*盤之盤心相對於*A*盤之盤心的速度量值為v_0 (E)此兩盤碰撞前後的線動量不守恆。





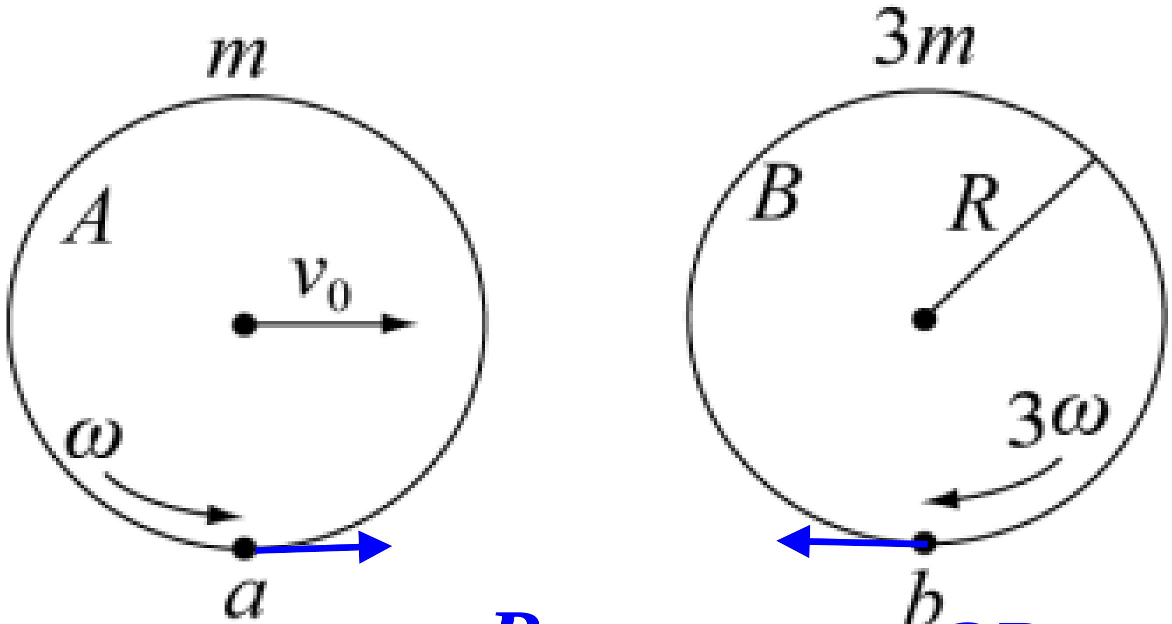
移動：正向彈性碰撞　　向東為正

$$\begin{cases}\vec{v}'_A=\dfrac{m_A-m_B}{m_A+m_B}\vec{v}_A=\dfrac{m-3m}{m+3m}\times v_0=-\dfrac{1}{2}v_0\\[2ex]\vec{v}'_B=\dfrac{2m_A}{m_A+m_B}\vec{v}_A=\dfrac{2m}{m+3m}\times v_0=\dfrac{1}{2}v_0\end{cases}$$

$$\vec{v}_A-\vec{v}_B=\vec{v}'_B-\vec{v}'_A$$

轉動：因為光滑 所以各圓盤均無力距　各圓盤轉速均不變

碰前

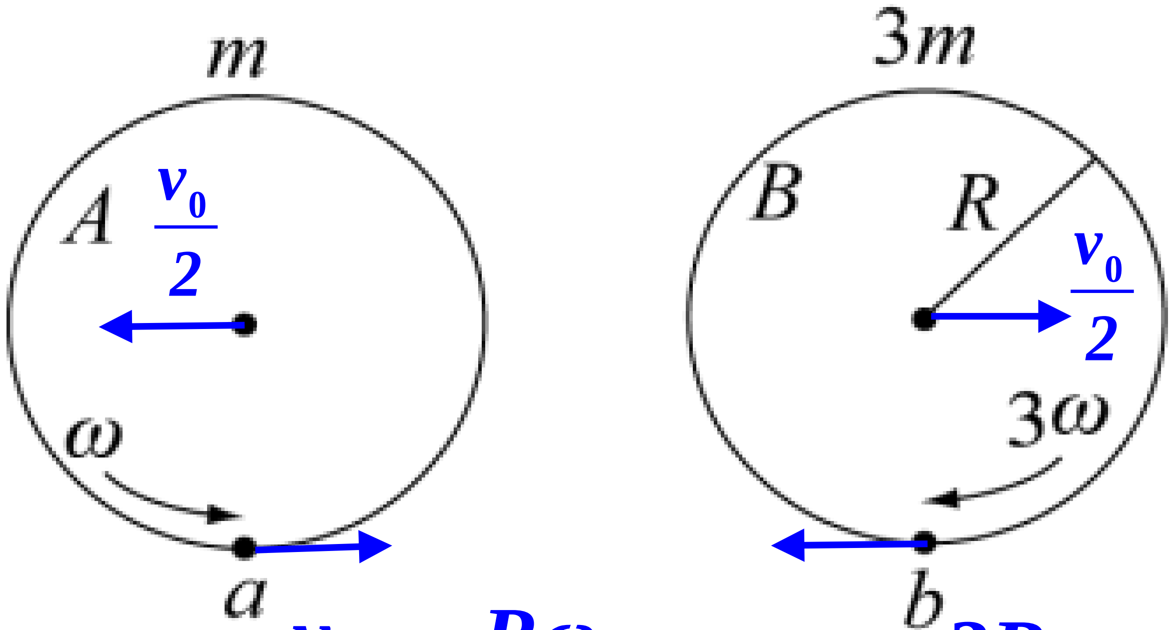


$$v_{aA} = R\omega \qquad v_{aB} = 3R\omega$$

$$v_{a地} = v_{aA} + v_{A地} = R\omega + v_0 \qquad (R\omega + v_0)向東$$

$$v_{b地} = v_{bB} + v_{B地} = -3R\omega \qquad 3R\omega向西$$

碰後



$v_{aA} = R\omega$ $v_{aB} = 3R\omega$

$$v_{a地} = v_{aA} + v_{A地} = R\omega - \frac{v_0}{2} \quad R\omega - \frac{v_0}{2}\text{向東}$$

$$v_{b地} = v_{bB} + v_{B地} = -3R\omega + \frac{v_0}{2} \quad -3R\omega + \frac{v_0}{2}\ \text{向東}$$

[補充]

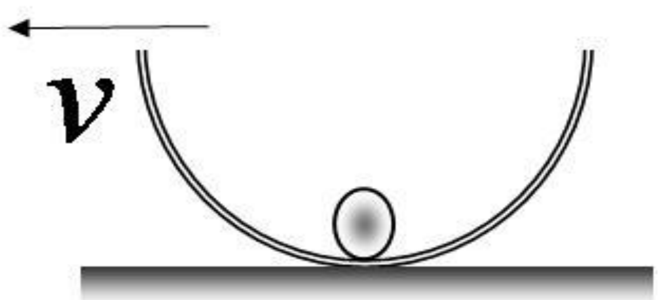
質量為M的半球形碗，內壁光滑，以速度v在水平光滑面 上作直線運動，今將質量為m的小球輕放入碗底，放入瞬間對地的速度為零，則小球先爬升到某一高度後下滑，重力加速度g，

(1)小球爬升之最大高度？

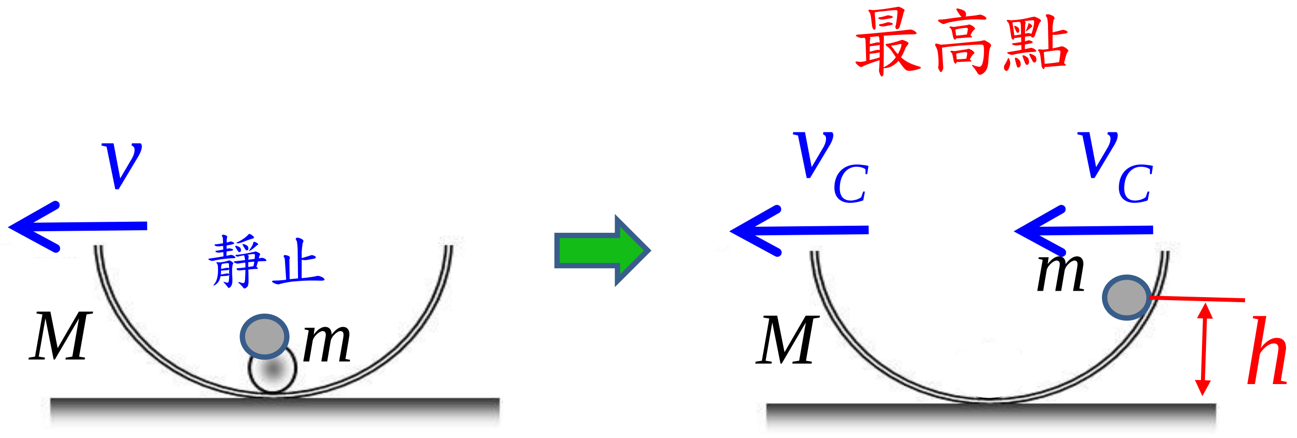
(2)最高點小球的速率？

(3)小球第一次滑回碗底的速率？

(4)小球第二次滑回碗底的速率與第一次相同嗎？



[補充]



（1） 當*m*上升至最大高度時，*m*與*M*的水平速度相同，且m之鉛直速度為零，此時，碰撞前之內動能完全變為*m*之重力位能）

內動能完全變成m之重力位能

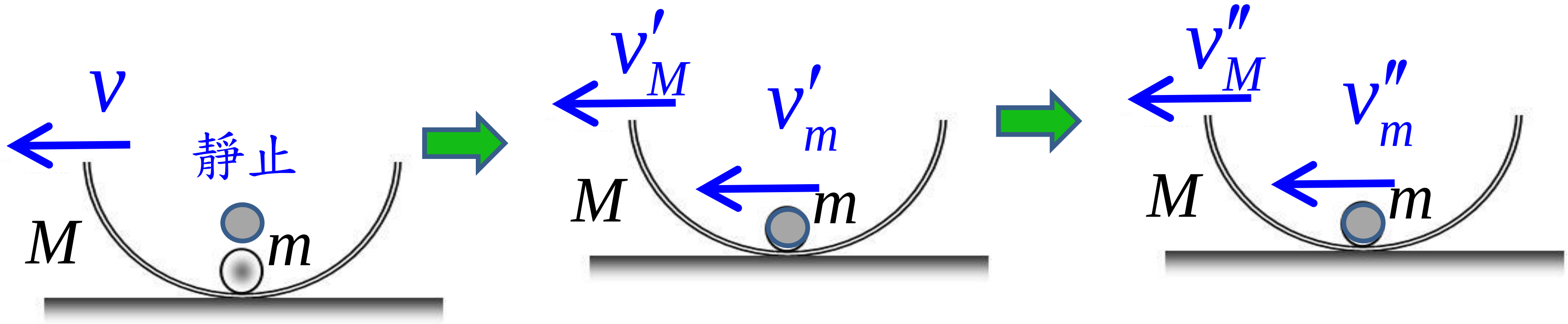
$$\frac{1}{2}\frac{mM}{m+M}v^2 = mgh \rightarrow h = \frac{1}{2}\frac{M}{g(m+M)}v^2$$

（2） 當*m*上升至最大高度時，*m*與*M*的水平速度相同

為m與M的水平質心速度

$$v_C = \frac{Mv}{M+m}$$

[補充]



（3）

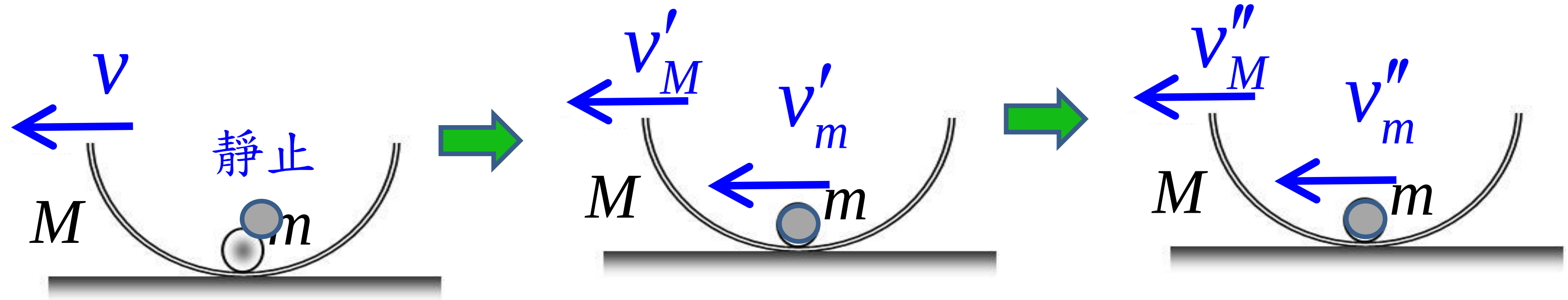
正向彈碰 向左為正

$$\begin{cases} v'_M = \dfrac{M-m}{M+m}v \\ v'_m = \dfrac{2M}{M+m}v \end{cases}$$

（4） 正向彈碰 向左為正

$$\begin{cases} v''_M = \dfrac{M-m}{M+m}v'_M + \dfrac{2m}{M+m}v'_m = \dfrac{M-m}{M+m}\times\dfrac{M-m}{M+m}v + \dfrac{2m}{M+m}\times\dfrac{2M}{M+m}v = v \\ v''_m = \dfrac{2M}{M+m}v'_M + \dfrac{m-M}{M+m}v'_m = \dfrac{2M}{M+m}\times\dfrac{M-m}{M+m}v + \dfrac{m-M}{M+m}\times\dfrac{2M}{M+m}v = 0 \end{cases}$$

[補充]



（4）[另解]

正向彈碰 向左為正

$$\begin{cases} v''_M = 2v_C - v'_M = 2v_C - (2v_C - v) = v \\ v''_m = 2v_C - v'_m = 2v_C - (2v_C - 0) = 0 \end{cases}$$

1.質量為m_1甲物體，以初速度v_0朝$+x$方向運動（$v_0 > 0$），與質量為m_2，原為靜止之乙物體產生一維碰撞。碰撞後甲物體之速度為v_1，乙物體之速度為v_2（朝$+x$方向為正值），則下列敘述，何者為正確？

（A）如$v_1 > 0$，則m_1一定大於m_2

（B）如$v_1 = 0$，$v_2 = v_0$，則m_1一定等於m_2

（C）如$v_2 - v_1 = v_0$，則此碰撞一定是彈性碰撞

（D）如$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_0$，則此碰撞一定是彈性碰撞

（E）如$v_1 = v_2$，則此碰撞一定是非彈性碰撞。

已知 動量守恆 $m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

$v_0 > 0 \quad v_2 > 0$

$(A) v_1 > 0$

已知 動量守恆 $m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

$v_0 > 0 \quad v_2 > 0$

不知m_1 m_2大小關係

$(B) v_1 = 0 \quad v_2 = v_0$

已知 動量守恆 $m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \rightarrow m_1 v_0 = m_2 v_0$

$\therefore m_1 = m_2$

$(\mathrm{C})\ v_1 > 0$

已知 動量守恆 $m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

$v_0 > 0 \quad v_2 > 0$

不知$m_1\ m_2$大小關係

$(D)\ m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$為動量守恆

所有碰撞均有這條件

$(E)\ v_1 = v_2$

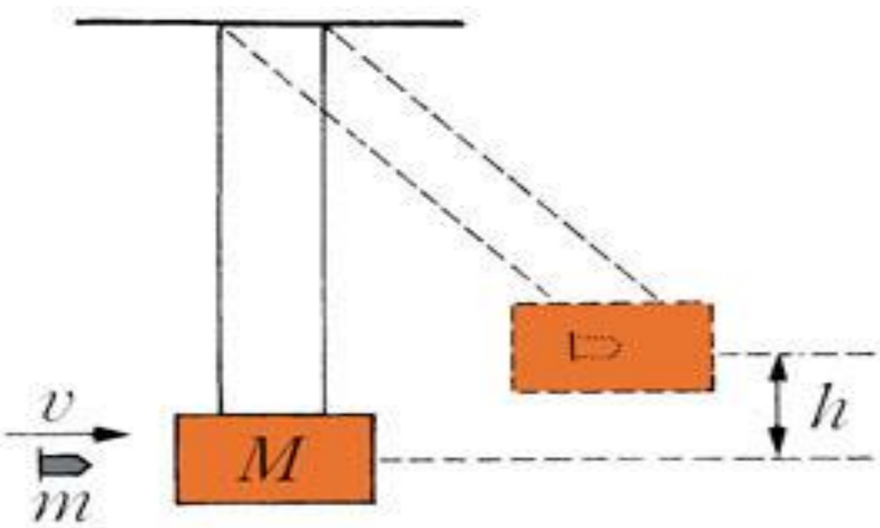
動量守恆 $m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \rightarrow m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_1$

動能關係$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_1^2$

如圖，質量m的子彈自槍口射出後沿水平方向射入鉛直懸掛的鉛塊。鉛塊的質量M，子彈射入鉛塊後留在鉛塊內，兩者一起往上擺動的最大高度h，若子彈與鉛塊碰撞歷時極短可忽略，求：（重力加速度g)

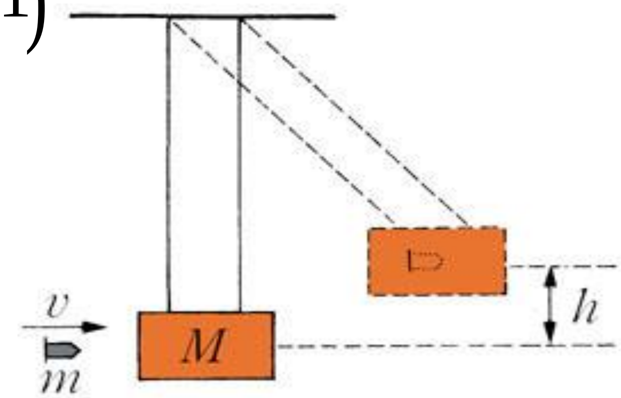
(1)子彈自槍口射出後的初速？

(2)子彈在射入鉛塊的過程中，有多少百分比的動能轉變為其他形式的能量？



第116頁

(1)



合體後力學能守恆 $\frac{1}{2}(\boldsymbol{M}+\boldsymbol{m})\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{c}}{}^{2}=(\boldsymbol{M}+\boldsymbol{m})\boldsymbol{gh}$? $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{c}}$ $\sqrt{2\boldsymbol{gh}}$

動量守恆 $v_C=\dfrac{mv}{M+m}=\sqrt{2gh}$? v $\dfrac{M+m}{m}\sqrt{2gh}$

(2) 合體前後力學能損失 = 內動能 = $\frac{1}{2}\frac{mM}{m+M}v^2$

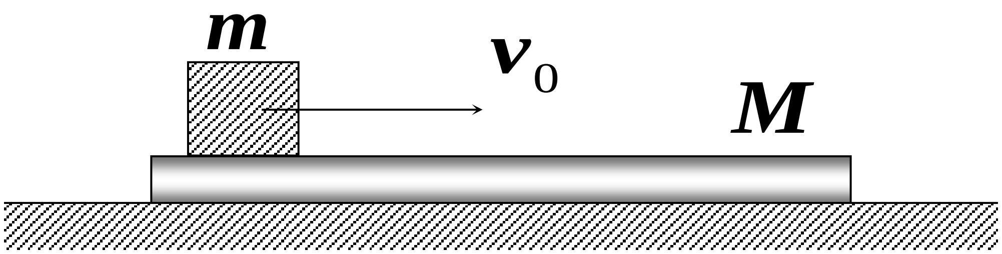
損失比例 $\dfrac{\frac{1}{2}\frac{mM}{m+M}v^2}{\frac{1}{2}mv^2}=\dfrac{M}{m+M}$

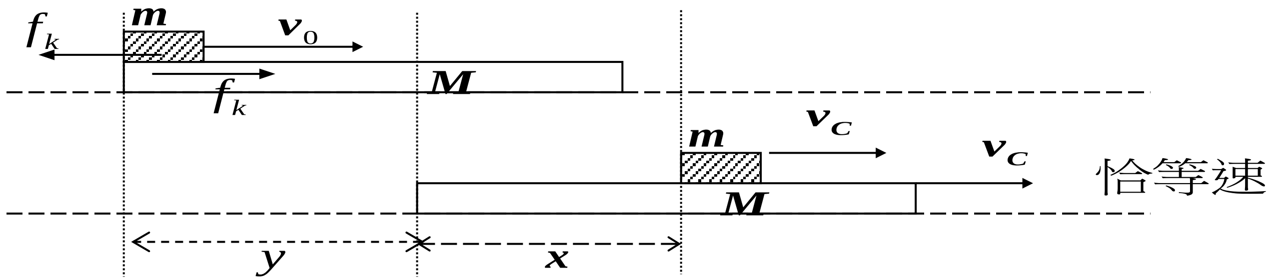
光滑平面上，質量M的靜止木板上，有一木塊以初速v_0 向右衝出，如下圖所示。已知木塊質量為m ，木板與木塊間的動摩擦係數為μ，則當木塊與木板移動的速度相同時：

(A)木塊的末速為？

(B)木塊與木板等速運動前，摩擦力對木塊-木板系統作功為？

(C)木塊在木板上滑行的距離為？





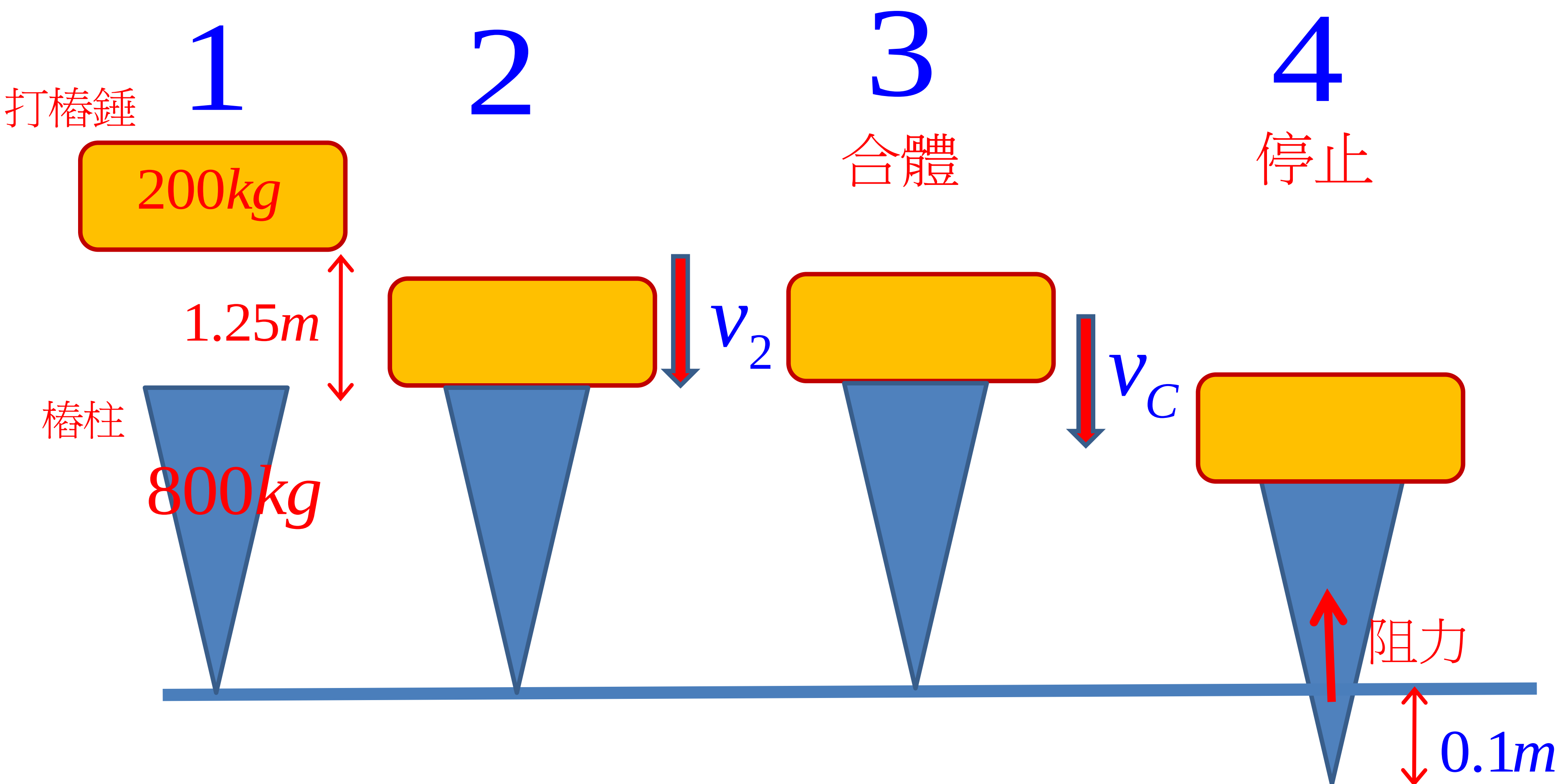
(1) 動量守恆： $$v_C = \frac{mv_0}{M+m}$$

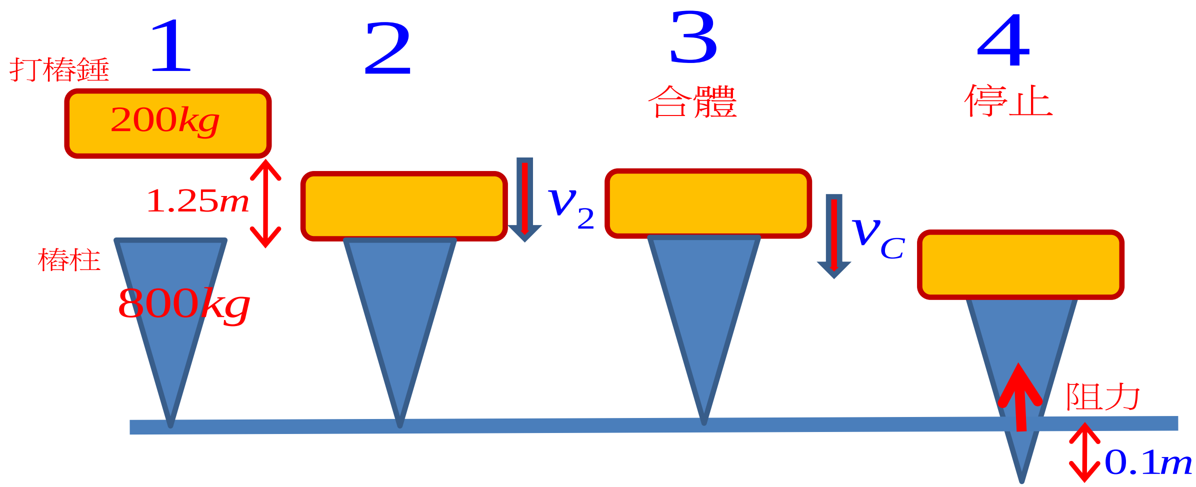
(2)(3)功能定理： $$\begin{cases} m: W_f(m) = -f_k \cdot (x+y) = \frac{1}{2}mv_C{}^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ M: W_f(M) = +f_k \cdot y = \frac{1}{2}Mv_C{}^2 - 0 \end{cases}$$

$$\backslash \quad W_f(m) + W_f(M) = f_k x = \frac{1}{2}\frac{Mm}{m+M}v_0^2$$

$$\backslash \quad x = \frac{\frac{1}{2}\frac{Mm}{m+M}v_0^2}{f_k} = \frac{\frac{1}{2}\frac{Mm}{m+M}v_0^2}{mmg} = \frac{v_0^2}{2mg}\frac{M}{m+M}$$

1.有一打樁錘質量為200kg，從離樁頂1.25 m高處由靜止落下撞擊於樁柱上，若樁柱的質量為800kg，設撞擊樁柱後連成一體壓向地面，若樁柱壓入地面0.1m而停止。須考慮重力，則土地對樁柱之平均阻力為多少？(g＝10m/s²)





1 →2木樁錘為自由落體(力學能守恆)

$$\text{撞擊樁柱速率為} v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times 10\times 1.25} = 5[m/s]$$

2 →3木樁錘與樁柱為完全非彈性碰撞　動量守恆

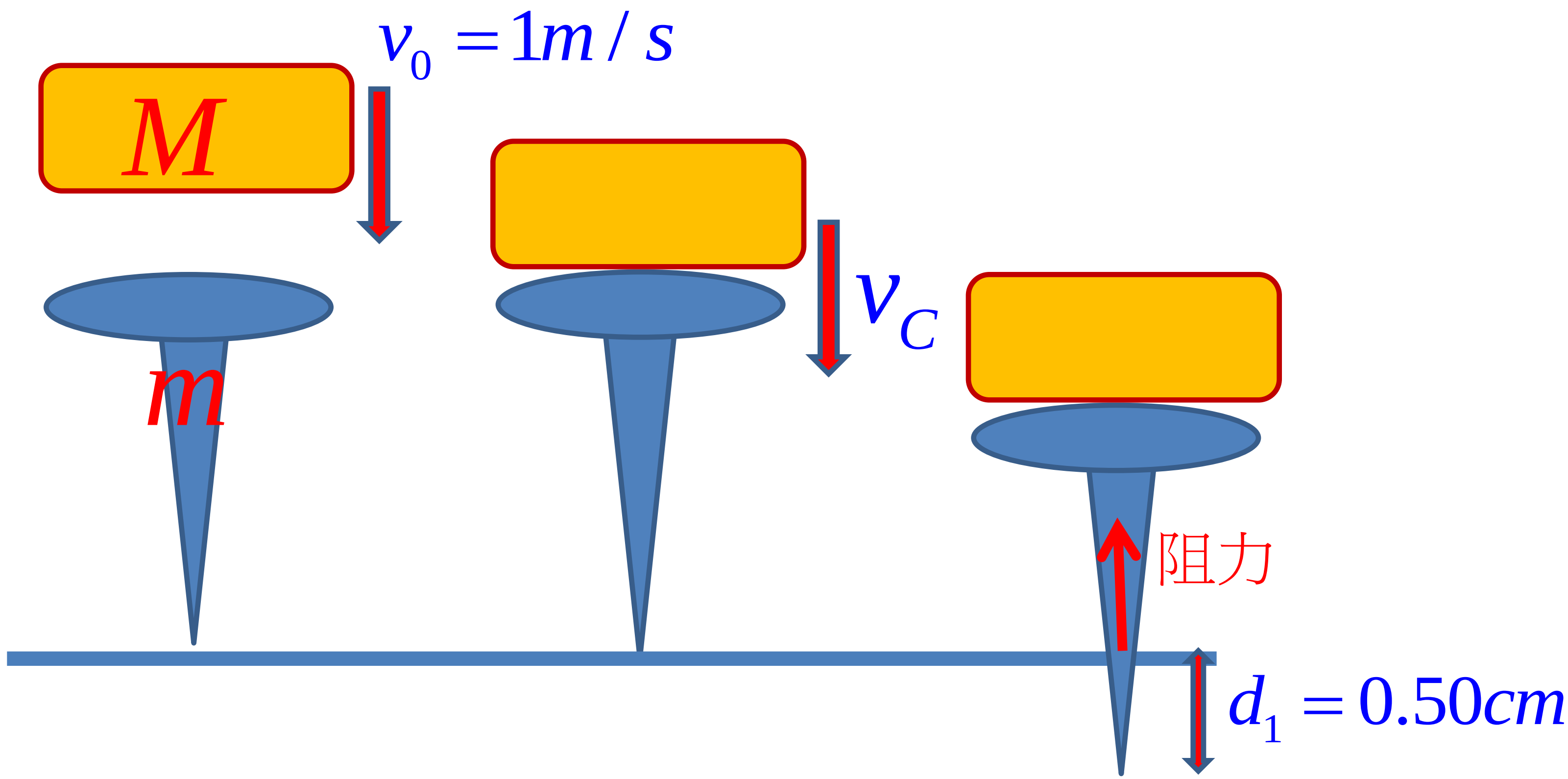
$$\text{敲擊後速率均為} v_C = \frac{200}{200+800} v_2 = 1[m/s]$$

3→4木樁錘與樁柱　功能定理；$W_f + W_g = \Delta K$

$$-f\times 0.1 + (200+800)\times 10\times 0.1 = 0 - \frac{1}{2}\times(200+800)\times 1^2$$

$$\therefore f = 15000[N]$$

2.某人持一質量為1.0 kg的鐵鎚，以速度1.0 m/s將鐵釘水平打入一固定的硬木塊中。假設鐵釘在木塊中所受的阻力和其進入的深度成正比，第一次敲擊後，鐵釘深入木塊中的距離為0.50 cm，則在鐵鎚以同樣的方式總共敲擊4次後。忽略重力，鐵釘進入木塊中的總深度為何？

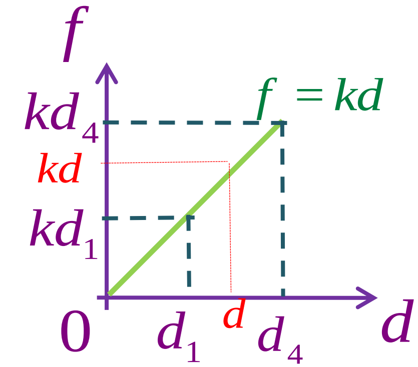


鐵槌敲擊鐵釘可視為完全非彈性碰撞 $\boxed{\text{動量守恆}}$ 敲擊後速率均為$v_C = \dfrac{M}{m+M} v_0$

阻力與深度成正比　令$f = kd, k$為定值

功能定理： 阻力作功等於鐵錘撞擊鐵釘後的動能變化量

敲打1次　$-\dfrac{1}{2}kd_1^{\,2} = 0 - \dfrac{1}{2}(m+M)v_C^{\,2}$? $\dfrac{1}{2}kd_1^{\,2}$　$\dfrac{1}{2}(m+M)v_C^{\,2}$

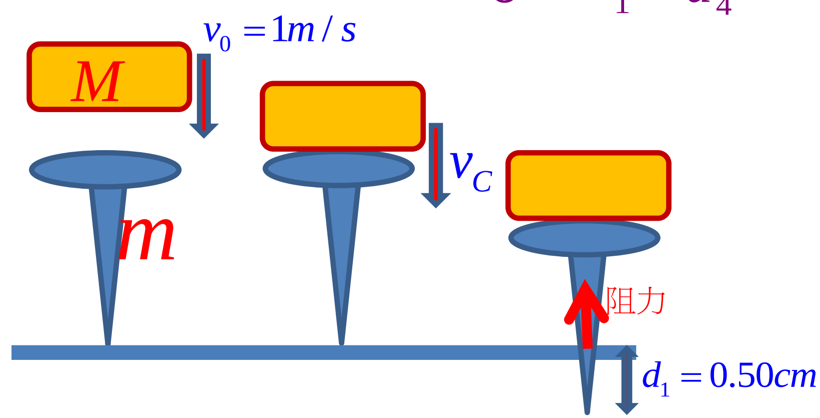


敲打n次　$\dfrac{1}{2}kd_n^{\,2} = n$? $\dfrac{1}{2}(m \quad M)v_C^{\,2}$

$$\frac{1}{2}kd_1^{\,2} = \frac{1}{2}(m+M)v_C^{\,2} \cdots \boxed{1}$$

$$\frac{1}{2}kd_4^{\,2} = \frac{1}{2}(m+M)v_C^{\,2} ?\ 4 \cdots \boxed{2}$$

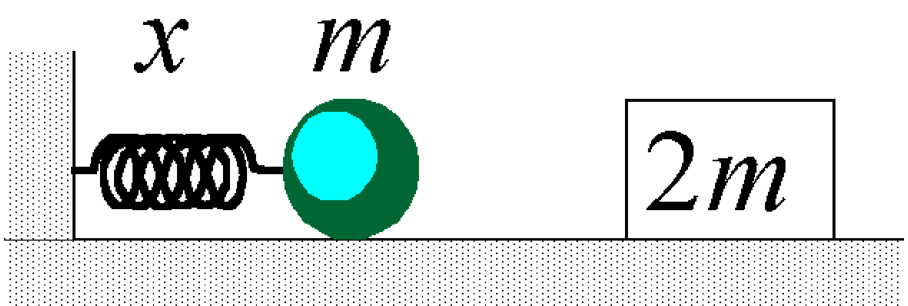
$\dfrac{\boxed{2}}{\boxed{1}} : \left(\dfrac{d_4}{d_1}\right)^2 = 4$? d_4　$2d_1$



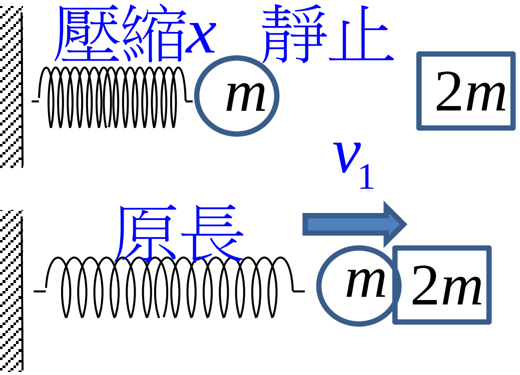
第120頁

圖，在光滑水平面上，釋放壓縮量為*x*的彈簧（力常數*k*），與彈簧相連的小球質量*m*，在彈簧原長處小球與質量2m的木塊完全非彈性碰撞，則碰撞後

（1）合體的速率？（2）合體的振幅？

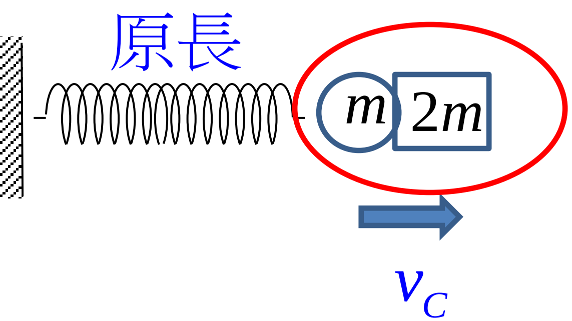


第120頁



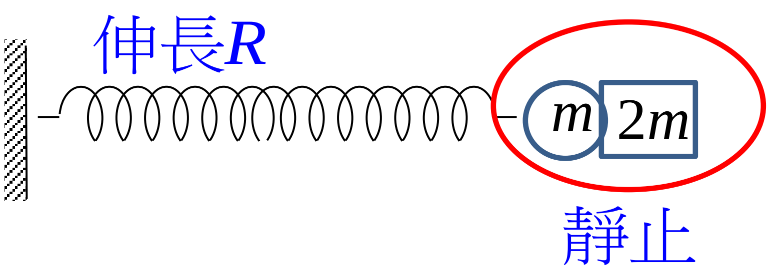
$m+$彈簧:力學能守恆

$$\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}mv_1^2 \text{ ? } v_1 \quad x\sqrt{\frac{k}{m}}$$



$(m+2m)$ 合體前後瞬間:動量守恆

$$mv=(m+2m)v_C \text{ ? } v_C \quad \frac{v}{3}=\frac{x}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

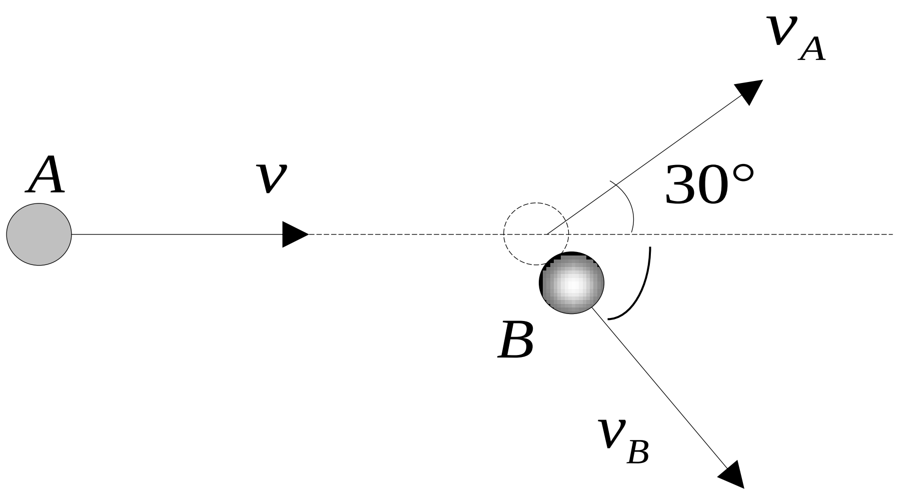


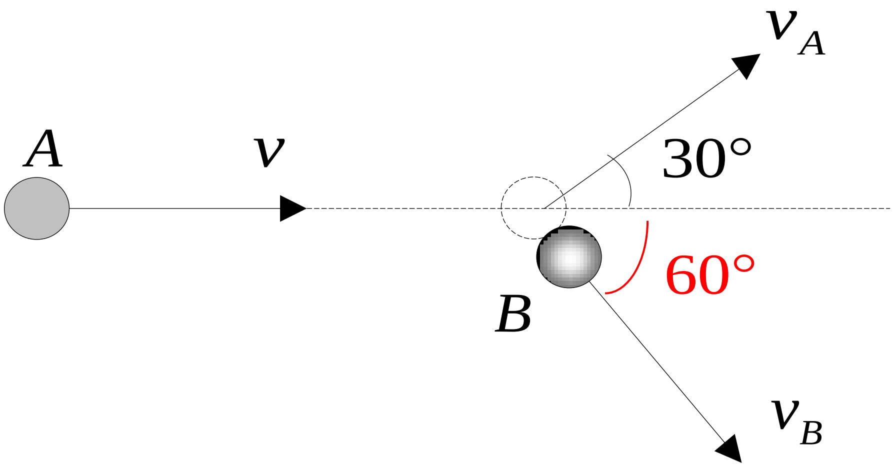
$m+2m+$彈簧:力學能守恆

$$\frac{1}{2}kR^2=\frac{1}{2}(m+2m)v_C^2=\frac{1}{2}(m+2m)\left(\frac{x}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2$$

$$\text{? } R \quad x\sqrt{\frac{k}{3m}}$$

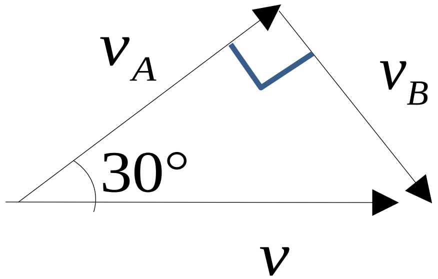
2. A、*B*二小球質量均為*m*，設*A*球以v之初速與靜止之*B*球作<u>非正面</u>之彈性碰撞， 碰撞後*A*球運動方向與原入射方向之夾角為＋30°。則*B*球碰撞後射出之方向與原入射方向之夾角為？速率為？





∵若兩物體的**<u>質量相等</u>**，且$\boldsymbol{m_2}$**<u>原來靜止</u>**，則碰撞後兩者的運動方向**<u>互相垂直</u>**

∴碰撞後*A*球運動方向與原入射方向之夾角為＋30°。則*B*球碰撞後射出之方向與原入射方向之夾角為＋60°



$$\therefore v_B = \frac{v}{2}$$