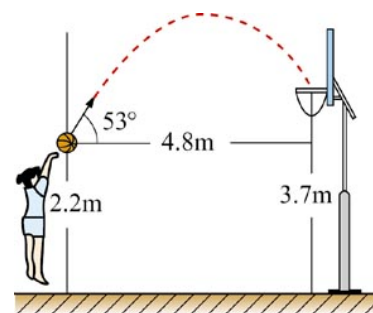


斜拋練功題 ANS

1. 某人作投籃練習，已知籃框至球的水平距離為 4.8 m，而籃框高度為 3.7 m，如右圖。若此人以仰角從頭頂將球投出，此時球距地高度為 2.2 m，希望能空心投入籃框內，則投球速度量值應為多少 m/s？（設重力加速度為 9.8 m/s²）

8.0



以拋射點為原點，則籃框坐標 $(x, y) = (4.8, 1.5)$

軌跡方程式： $y = \tan \theta \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$ ，將 $(x, y) = (4.8, 1.5)$ 代入

$$1.5 = \frac{4}{3} \times 4.8 - \frac{9.8}{2v_0^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2} \times (4.8)^2 \Rightarrow v_0 = 8 \text{ (m/s)}$$

2. 設 x 軸為水平方向， y 軸為鉛直方向，今自 $x=0$ 、 $y=0$ 處斜拋出一物體，其坐標 (x, y) 之軌跡方程式為 $2x^2 - 3x + 4y = 0$ 。求該物體初速度之水平分量及鉛直分量量值分別為若干 m/s？（ $g=9.8 \text{ m/s}^2$ ， $\sqrt{9.8}=3.13$ ）

3.13 和 2.35

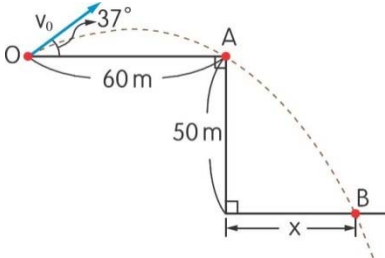
(1) 軌跡方程式： $2x^2 - 3x + 4y = 0 \xrightarrow{\text{化簡得}} y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow y = \tan \theta_0 \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} \cdot x^2$

得 $\begin{cases} \tan \theta_0 = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_0 = 37^\circ \\ \frac{9.8}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_x = v_0 \cos \theta_0 = \sqrt{9.8} \text{ (m/s)} = 3.13 \text{ (m/s)} \end{cases}$

(2) 由 $\frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \theta_0}{v_0 \cos \theta_0} = \tan \theta_0 \xrightarrow{\text{承(1)}} \frac{v_0 \sin \theta_0}{3.13} = \frac{3}{4} \Rightarrow v_0 \sin \theta_0 = 2.35 \text{ (m/s)}$

3.如右圖所示，一球自 O 點處以初速度 v_0 、仰角 37° 拋出，該球恰掠過崖邊 A 點而著於崖底 B 點，崖高 50 m，且 $\overline{OA}=60$ m， $g=10$ m/s²。求：

- (1) 初速至少需為若干才能飛抵崖底？
- (2) 恰掠過崖邊 A 點後，再經若干 s 才著地？
- (3) 圖示 x 值為若干？又球自 O 點拋出後經若干 s 落於崖底？



(1) 25 m/s (2) 2 (3) 40 m , 5

$$(1) \text{ 依 } R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \xrightarrow{\text{越過 A 點}} \frac{v_0^2 \cdot 2\sin 37^\circ \cdot \cos 37^\circ}{10} \geq 60$$

$$\therefore v_0 \geq 25 \text{ (m/s)} \quad \begin{cases} v_{0x} = 25 \cdot \cos 37^\circ = 20 \text{ (m/s)} \\ v_{0y} = 25 \cdot \sin 37^\circ = 15 \text{ (m/s)} \end{cases}$$

(2) y 軸：上拋

$$S = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad -50 = 15 \cdot t_{O \rightarrow B} - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_{O \rightarrow B}^2 \Rightarrow t_{O \rightarrow B} = 5 \text{ (s)}$$

$$\text{又 } t_f = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} \quad (t_f)_{O \rightarrow A} = \frac{2 \cdot 25 \cdot \sin 37^\circ}{10} = 3 \text{ (s)} \xrightarrow{\text{過 A 後}} t_{A \rightarrow B} = 5 - 3 = 2 \text{ (s)}$$

(3) ① x 軸：等速度

$$\overline{R_{O \rightarrow B}} = v_{0x} \cdot t_{O \rightarrow B} \quad R_{O \rightarrow B} = 20 \times 5 = 100 \text{ (m)} \Rightarrow x = 100 - 60 = 40 \text{ (m)}$$

② 同(2)， $t_{O \rightarrow B} = 5$ (s)

4.不計空氣阻力，重力加速度 g ，以初速 v 自地面斜向拋射一物體，物體飛行之水平射程為 R ，能達到的最大高度為 H ，則當此物體兩次飛過高度為 $\frac{3}{4}H$ 處的：

- (1) 時間差為何？
- (2) 水平距離為何？

$$(1) \sqrt{\frac{2H}{g}}; (2) \frac{R}{2}$$

(1) 由最高點到高度為 $\frac{3}{4}H$ 的時間為 t

$$H - \frac{3}{4}H = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{H}{2g}}, \quad 2t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

(2) 由對稱性：兩次飛過 $\frac{3}{4}H$ 所經時間為 $2t$

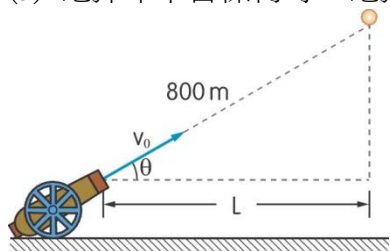
$$\therefore x = (v_0 \cos \theta) \times (2t) = (v_0 \cos \theta) \times 2\sqrt{\frac{H}{2g}}$$

$$= (v_0 \cos \theta) \times 2 \times \sqrt{\frac{1}{2g} \times \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}}$$

$$x = (v_0 \cos \theta) \times 2 \times \frac{v_0 \sin \theta}{2g} = \frac{(v_0^2)(2 \sin \theta \cos \theta)}{2g} = \frac{1}{2} R$$

5.如右圖所示，地面上固定一砲座，砲彈以 $v_0=200 \text{ m/s}$ 、 $\theta=30^\circ$ 自砲口射出，此時一目標物距砲口出發點 800 m 處恰同時自由落下，不考慮空氣阻力，則： $(g=10 \text{ m/s}^2)$

- (1) 砲彈自出發至命中目標物的費時為何？
- (2) 砲彈命中目標物時，目標物落下的距離、速度量值各為何？
- (3) 砲彈命中目標物時，砲彈距出發點的水平距離為何？



- (1) 4 s (2) 80 m 、 40 m/s (3) $400\sqrt{3} \text{ m}$

(1) 令 A、B 相遇在 P 位置：

$$\begin{cases} B : h = \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots ① \\ A : 800 \cdot \sin 30^\circ - h = 100t - \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots ② \end{cases} \xrightarrow{①+②} 400 = 100t \Rightarrow t = 4 \text{ (s)}$$

(2) 承(1)，得 B： $\begin{cases} h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4^2 = 80 \text{ (m)} \\ v_B = 10 \cdot 4 = 40 \text{ (m/s)} \end{cases}$

(3) 承(1)，得 $L = 100\sqrt{3} \cdot 4 = 400\sqrt{3} \text{ (m)}$

