積　分

函數 $f(x)$ 的微分（導函數）為 $\frac{d}{dx}f(x)=f'(x)$。反之，已知 $f'(x)$ 要求 $f(x)$，稱為求 $f'(x)$ 的不定積分（反導函數）。$g(x)$ 的積分運算符號為 $\int g(x)dx$。

例：

$\frac{d}{dx}\left(x^2+3x+1\right)=2x+3$，

若已知 $\frac{d}{dx}f(x)=2x+3$，則 $f(x)$＝？

$\Rightarrow \int(2x+3)dx=x^2+3x+c$，其中 c 為一常數。

- 多項式積分：

$$\int x^n dx=\begin{cases}\frac{1}{n+1}x^{n+1}+c & ,n\neq 1\\ \ln|x|+c & ,n=-1\end{cases}$$

- 指數的積分：

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+c，\ a>0$$

定 積 分

若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 中為連續，$F(x)$ 為 $f(x)$ 之反導函數，則

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

例：

$$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3}\left(1^3 - 0^3\right) = \frac{1}{3}$$

- 性質：

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$$

$$\int_a^a f(x)\,dx = 0$$

$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx, c$ 為 $[a,b]$ 中一點

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(z)\,dz = f(x)$$