第 3 章 功與能

3-1 定力作功 3-2 變力作功

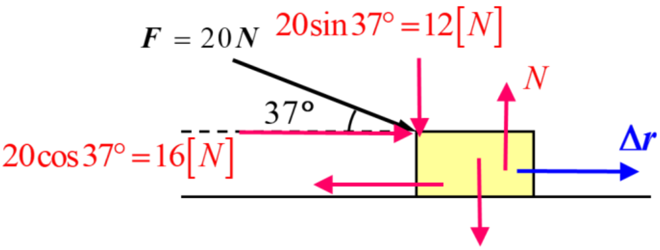
範例題

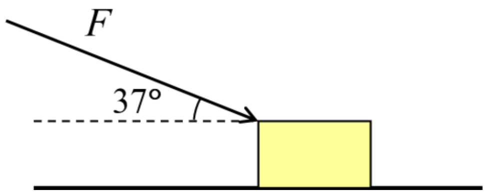
1. 如圖所示，以 *20* 牛頓的推力，與水平夾 *37* °角，施於質量為 *4* 公斤的物體。物體置於水平地面上由靜止漸漸滑動，物體與地面間動摩擦係數為 *0.2*，設該處的重力加速度 *10* 公尺／秒 ^{2}，試問在最初 *2* 秒內

(1) 木箱之位移為__________ (2) 施力對物體所作功為____________

(3) 摩擦力對物體所作功為____________ (4) 物體所獲之淨功為____________

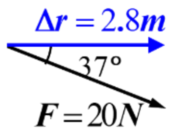
Ans:（1）2.8m（2）44.8J（3）29.12J（4）15.68J





$$\begin{cases} \text{鉛直方向} \quad [\text{合力}=0] \quad N=40+12=52[N] \\ \text{水平方向} \quad [F=ma] \quad 16-0.2\times 52=4a \quad \therefore\ a=1.4\left[m/s^2\right] \end{cases}$$

(1) $\left[\Delta x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2\right] \quad \Delta x=\dfrac{1}{2}\times 1.4\times 2^2=2.8[m]$



(2) $[W=F\Delta x\cos\theta] \quad W_F=20\times 2.8\times\cos 37°=44.8[J]$

(3) $[W=F\Delta x\cos\theta] \quad W_{f_k}=10.4\times 2.8\times\cos 180°=-29.12[J]$

(4) $W_g=0 \quad W_N=0$

$\therefore W=W_g+W_N+W_F+W_{f_k}=0+0+44.8-29.12=15.68[J]$

2. 質量為 *2.0* 公斤的質點沿 x 軸運動，若物體受變力 F 與位置 x 的關係為 $F = 2x + 6$，x 單位為公尺，F 單位為牛頓，試問

(1) 若物體由位置在 $x = 0$ 移動至 $x = 5$，則此過程中變力 F 對物體共作功為＿＿＿＿＿＿＿

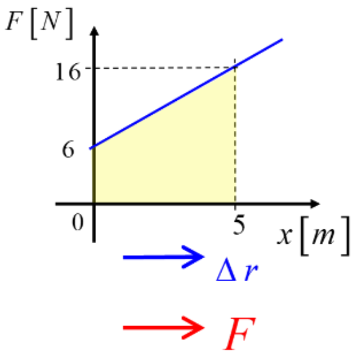
(2) 若物體由位置在 $x = 5$ 移動至 $x = -2$，則此過程中變力 F 對物體共作功為＿＿＿＿＿＿＿

Ans: (1) *55 焦耳* (2) -60 焦耳

(1)

物體由位置在 $x = 0$ 移動至 $x = 5$ 過程中： F 與 Δr 同向 作正功

$$W = F - x \text{ 面積} = \frac{1}{2}\times(6+16)\times 5 = 55[J]$$



(2)

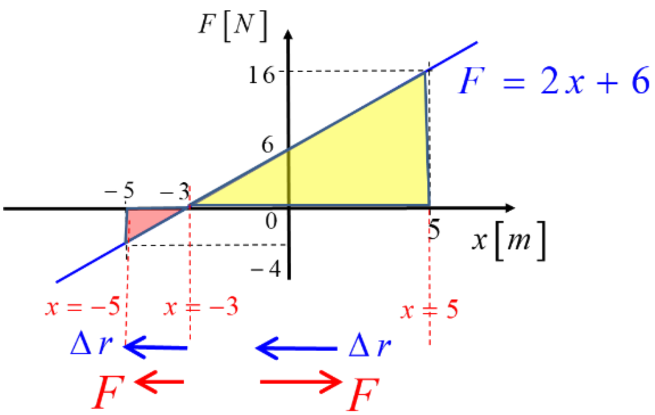
物體由位置在 $x = 5$ 移動至 $x = 3$ 過程中： F 與 Δr 反向 作負功

$$W_1 = F - x \text{ 面積} = -\frac{1}{2}\times 8\times 16 = -64[J]$$

物體由位置在 $x = -3$ 移動至 $x = -5$ 過程中： F 與 Δr 同向 作正功

$$W_2 = F - x \text{ 面積} = \frac{1}{2}\times 2\times 4 = 4[J]$$

$$\therefore W_1 + W_2 = -64 + 4 == -60[J]$$



3. [直線的變力作功]

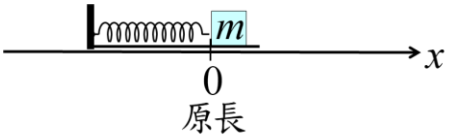
若彈簧原長 *20* 公分，當施以 *20* 牛頓之力，可伸長至 *25* 公分，則以手施力於該彈簧使其

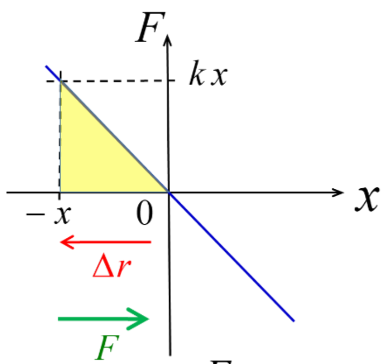
(1) 由原長度壓縮為 15 公分之長度，則此過程中彈簧力對手作功為___________

(2) 由 *15* 公分之長度移動至 *10* 公分之長度，則此過程中彈簧力對手作功為___________

(3) 由形變量 x_1 移動至形變量 x_2，則此過程中彈簧力對手作功為___________

Ans: (1) -0.5J (2) 1.5 J (3) $\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2$



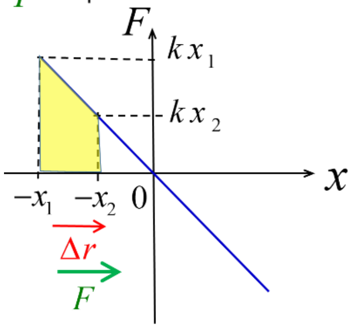


[F=kx] 20=k(25-20) □k=4[N/cm]=400[N/m]

(1) F 與 Δr 反向 作負功

$$x=5[cm]=\frac{5}{100}[m]$$

$$W=-\frac{1}{2}kx\times x=-\frac{1}{2}kx^2=-\frac{1}{2}\times400\times\left(\frac{5}{100}\right)^2=-0.5\,[\text{J}]$$



(2) F 與 Δr 同向 作正功

$$x_1=5[cm]=\frac{5}{100}[m] \quad x_2=10[cm]=\frac{10}{100}[m]$$

$$W=\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2=\frac{1}{2}\times400\times\left(\frac{5}{100}\right)^2-\frac{1}{2}\times400\times\left(\frac{10}{100}\right)^2=1.5\,[\text{J}]$$

(3) 由(2)知

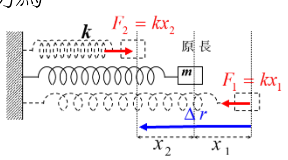
自彈簧形變量 x_1 到形變量 x_2 過程中彈力作的功為 $\boxed{W(x_1\rightarrow x_2)=\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2}$

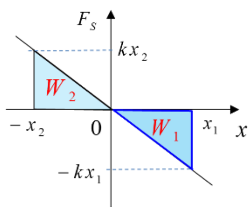
[說明]

自彈簧<u>伸長量</u> x_1 到<u>壓縮量</u> x_2 過程中彈力作的功為

$$W_S(x_1\rightarrow x_2)=W_1+W_2$$

$$=\left(+\frac{1}{2}kx_1^2\right)+\left(-\frac{1}{2}kx_2^2\right)=\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2$$





練功題

1.

(A)定力作功　　$W_g = \pm mgh$　h 為起末位置高度差

① 初拋至最高點　　高度上升重力作正功

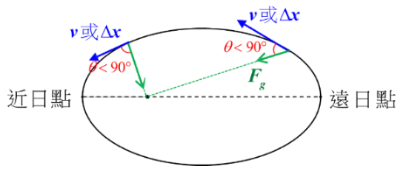
② 最高點至落地　　高度下降重力作負功

③ 初拋至落地　高度不變重力不作功

(B)曲線運動的變力作功

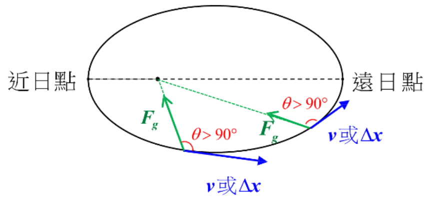
①遠日點至近日點

$\theta < 90° \to W_g > 0$ 正功



② 近日點至遠日點

$\theta > 90° \to Wg < 0$ 負功

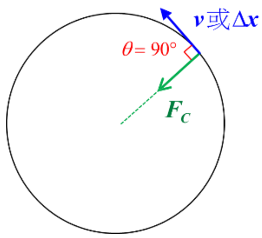


③ 繞一圈回到原出發點

由對稱性知 遠日點至近日點所作的正功+近日點至遠日點所作的負功=0

(C) 曲線運動的變力作功

$F_C \perp \Delta x \to W_C = 0$ 不作功



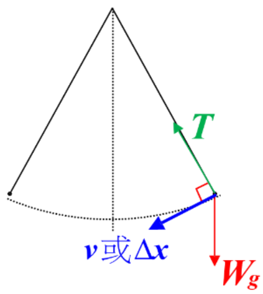
(D)

① 繩子張力：曲線運動的變力作功

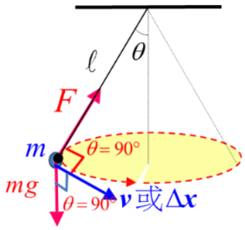
$T \perp \Delta x \to W_T = 0$ 不作功

② 重力：定力作功

$Wg = \pm mgh$　　h 為起末位置高度差　高度下降重力作負功



(E)



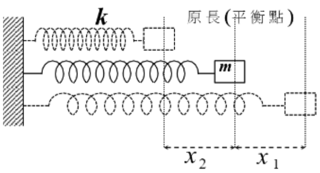
① 繩子張力：$\boxed{\text{曲線運動的變力作功}}$

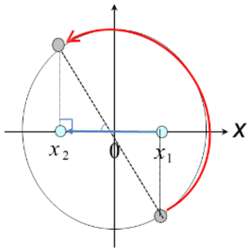
$\boldsymbol{T} \perp \Delta \boldsymbol{x} \rightarrow \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{T}}=0$ 不作功

② 重力：$\boxed{\text{定力作功}}$

$Wg=\pm mgh$ **h** 為起末位置高度差 高度不變重力不作功

(F) $\boxed{\text{直線運動的變力作功}}$





$\boxed{\because \text{半週期} \quad \therefore\ x_1 = x_2}$

自彈簧$\boxed{\text{形變量 } x_1 \text{到形變量 } x_2}$過程中 彈力作的功為$\boxed{W = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2}$

$\because$半週期 $|x_1| = |x_2|$ $\therefore$彈力作功 $W = 0$

(G)

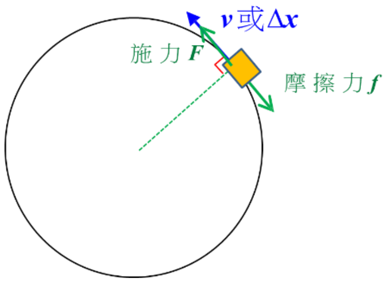
① 施力：$\boxed{\text{曲線運動的變力作功}}$

F 與 $\Delta\boldsymbol{x}$ 同向 $\rightarrow \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{F}} > 0$ 作正功

② 摩擦力：$\boxed{\text{曲線運動的變力作功}}$

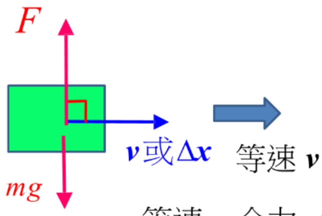
f 與 $\Delta\boldsymbol{x}$ 反向 $\rightarrow \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{f}} < 0$ 作負功

③ 重力：$\boxed{\text{定力作功}}$高度不變 重力不作功



(H) $\boxed{\text{定力作功}}$

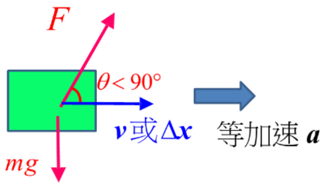
① 等速度在水平路面行走



等速　合力= 0　$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{mg}$

$\vec{F} \perp \Delta\vec{x}$　$\theta = 90° \rightarrow \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = 0 \rightarrow W_F = 0$ 不作功

② 等加速度在水平路面向前行走

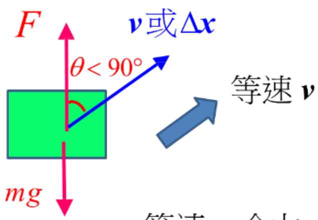


水平方向　合力= $\boldsymbol{ma}$　$F\cos\theta = ma$

鉛直方向　合力= 0　$F\sin\theta = mg$

$\theta < 90° \rightarrow \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} > 0 \rightarrow W_F > 0$ 作正功

③ 等速度上樓



等速　合力= 0　$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{mg}$

$\theta < 90° \rightarrow \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} > 0 \rightarrow W_F > 0$ 作正功

2. 一質量 m 的木塊自傾斜角為 ϕ 的粗糙斜面上，設木塊與斜面的摩擦係數 μ，下滑 d 距離，重力加速度 g，求此過程中：

（1）重力、摩擦力、正向力對木塊所作的功各為＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）外力對木塊所作總功為＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

Ans:（1）mgdsinϕ、-μmgdcosϕ、0（2）mgdsinϕ-μmgdcosϕ

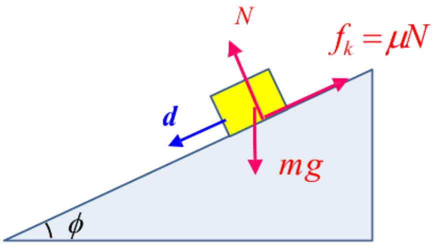
垂直斜面方向 合力= 0 　$N = mg\cos\phi$

(1) $[W = F\Delta x\cos\theta]$

$W_g = mgd\cos(90°+\phi) = mgd\sin\phi$

$W_{f_k} = f_k d\cos 180° = -\mu Nd = -\mu mgd\cos\phi$

$W_N = 0$



(2) $[W = F\Delta x\cos\theta]$

$W = W_g + W_{f_k} + W_N = mgd\sin\phi - \mu mgd\cos\phi$

3. 壓縮一彈簧 x 長，需施力 F，作功 W。若再繼續壓縮 x 長，則：

（1）需施力為＿＿＿＿＿　（2）至少施力需再作功為＿＿＿＿＿＿　***Ans:***（1）2*F*（2）3*W*

(1) F'=k×2x=2kx=2F

(2) 最少作功就是最少施力下所作的功 此時施力量值=彈力量值 但方向相反

∴ 最小施力時 施力作功=負的彈力作功

自彈簧形變量 x_1 到形變量 x_2 過程中彈力作的功為 $\boxed{= \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2}$

$$W = -\left(\frac{1}{2}k0^2 - \frac{1}{2}kx^2\right) = \frac{1}{2}kx^2$$

$$W' = -\left(\frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}k(2x)^2\right) = \frac{3}{2}kx^2 = 3W$$

4. 若彈簧原長 *20* 公分，當施以 *20* 牛頓之力，可伸長至 *25* 公分，則施力於該彈簧，使其由 *15* 公分之長度拉長為 30 公分之長度，需至少對彈簧作功為________ **Ans:** *1.5 J*

最少作功就是最少施力下所作的功 此時施力量值=彈力量值 但方向相反

∴最小施力時 施力作功=負的彈力作功

自彈簧$\boxed{\text{形變量 } x_1 \text{ 到形變量 } x_2}$過程中，彈力作的功為 $\boxed{=\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2}$

施力作的功為 $\boxed{=\frac{1}{2}kx_2^2-\frac{1}{2}kx_1^2}$

$$[F=kx] \quad 20=k\times(25-20) \quad \therefore k=4[N/cm]=400[N/m]$$

$$x_1=20-15=5\ [cm]=\frac{5}{100}[m] \quad x_2=30-20=10\ [cm]=\frac{10}{100}[m]$$

$$\therefore \text{施力作功 } W_F=\frac{1}{2}kx_2^2-\frac{1}{2}kx_1^2=\frac{1}{2}\times400\times\left(\left(\frac{10}{100}\right)^2-\left(\frac{5}{100}\right)^2\right)=1.5[J]$$

5. 質量為 *2.0* 公斤的質點沿 *x* 軸運動，若物體受變力 *F* 與位置 x 的關係為 *F = - 2 x+2* ，*x* 單位為公尺，*F* 單位為牛頓，試問

(1) 若物體由位置在 $x = 0$ 移動至 $x = 2$，則此過程中變力 *F* 對物體共作功為__________

(2) 若物體由位置在 $x = 1$ 移動至 $x = 0$，則此過程中變力 *F* 對物體共作功為__________

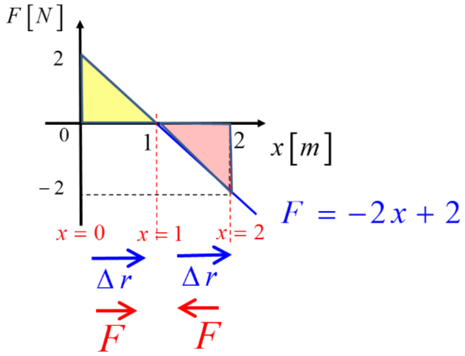
Ans: (1) *0 焦耳* (2) -1 焦耳

(1)

物體由位置在 $x = 0$ 移動至 $x = 1$ 過程中

: F 與 Δr 同向 作正功

$$W_1=F-x\text{ 面積}=\frac{1}{2}\times2\times1=1[J]$$



物體由位置在 $x=1$ 移動至 $x=2$ 過程中

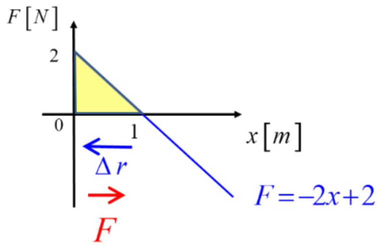
: F 與 Δr 反向 作負功

$$W_2=F-x\text{ 面積}=-\frac{1}{2}\times2\times1=-1[J] \quad \therefore W_1+W_2=1-1=0[J]$$

(2) 物體由位置在 $x = 1$ 移動至 $x=0$ 過程中

: F 與 Δr 反向 作負功

$$W=F-x\text{ 面積}=-\frac{1}{2}\times2\times1=-1[J]$$



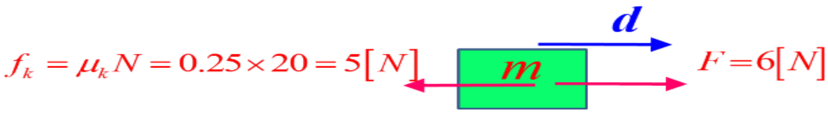
3-3　動能與功能定理

範例題

1. 一質量為 *2000* 公克的物體放在水平桌面上，物體與桌面的滑動摩擦係數為 *0.25*。今以 *6* 牛頓的推力向右沿水平方向推物體，使作加速度運動，已知物體初速度為 *4* 公尺/秒向左，當物體自初始向右移動 *5* 公尺時，則

(1) 此過程推力對物體作功為_______　　(2) 此過程摩擦力對物體作功為_________

(3) 此時物體的動能為________　　***Ans***　(1) 30J　(2) -25J　(3) 21J



.

(1) 定力 F 作功 $W_F = Fd = 6 \times 5 = 30[J]$

(2) $f_k = \mu_k mg = 0.25 \times 2 \times 10 = 5[N]$

定力 f_k 作功 $W_{f_k} = -f_k d = -5 \times 5 = -25[J]$

(3)

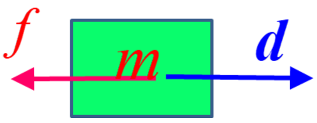
$[W_{\text{所有力}} = \Delta K]$　$W_F + W_{fk} = 30 + (-25) = \Delta K$　$\therefore \Delta K = 5[J]$

末動能 $K_2 = K_1 + \Delta K = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 4^2 + 5 = 21\,[J]$

2. 已知質量比 5：3 的甲、乙兩物體，其動能比為 4：3，若用相同的阻力使兩物停止，則從受阻力開始到停止過程中：

(1) 甲、乙兩物行經距離比=______________

(2) 甲、乙兩物所需時間比=______________ ***Ans***（1）4：3 （2）$2\sqrt{5}:3$



(1) 功能定理 $[W=\Delta K]$

$-fd=0-K \rightarrow fd=K \quad \therefore d=\dfrac{K}{f}$

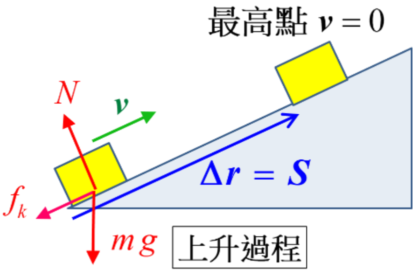
(2) 牛二 衝動定理$[\Delta P=F\Delta t]$ $\left[P=\sqrt{2mK}\right]$

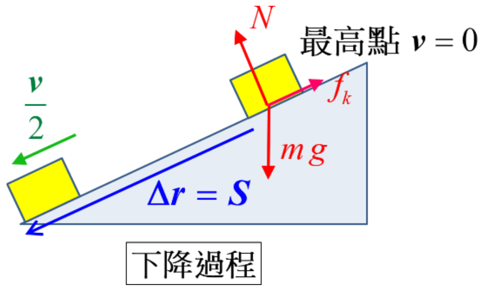
$0-\sqrt{2mK}=-f\Delta t \quad \therefore \Delta t=\dfrac{\sqrt{2mK}}{f}$

$\boxed{\text{練功題}}$

1. 一物質量 m 沿固定斜面以初速度 v 上滑，當滑回原處時速率變為 $\dfrac{v}{2}$，上滑之最大距離為 S，則 (1) 動摩擦力為__________ (2) 上升過程動摩擦力作功為_________

(3) 下降過程動摩擦力作功為_________ ***Ans:*** (1) $\dfrac{3mv^2}{16S}$ (2) $-\dfrac{3}{16}mv^2$ (3) $-\dfrac{3}{16}mv^2$





全程 重力作功 $W_g=0$ 正向力作功 $W_N=0$

動摩擦力作功 $W_{f_k}=-$ 動摩擦力 $\times$ 路徑長 $=-f_k\times 2S$

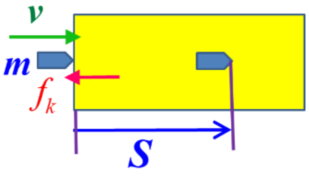
$\left[W_{\text{所有力}}=\Delta K\right]$ 全程 $W_g+W_N+W_{fk}=\Delta K \quad -f_k\times 2S=\dfrac{1}{2}m\left(\dfrac{v}{2}\right)^2-\dfrac{1}{2}mv^2=-\dfrac{3}{8}mv^2 \quad \therefore f_k=\dfrac{3mv^2}{16S}$

2.一質量為 m 之子彈，以速度 v 射入一長 ℓ 之固定木塊，子彈恰打入 $\frac{\ell}{3}$ 的深度。若子彈與木塊間之摩擦力為定值，試問：（1）欲使子彈能打穿木塊，其速度至少應為__________（2）若木塊質量 M **可自由移動**，欲使打穿木塊，子彈速度至少應為__________

Ans:（1）$\sqrt{3}v$（2）$\sqrt{\frac{3(m+M)}{M}}v$

(1)

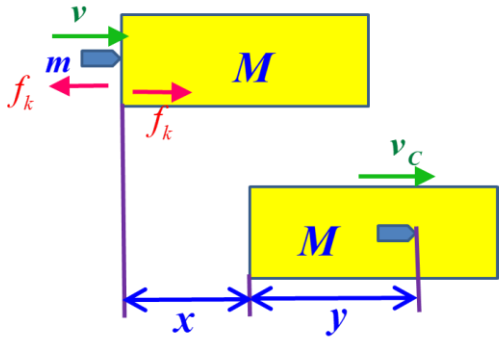
$$\left[W_{所有力}=\Delta K\right] \quad -fS=0-\frac{1}{2}mv^2 \rightarrow fS=\frac{1}{2}mv^2$$



$$\therefore v=\sqrt{\frac{2fS}{m}}\propto\sqrt{S}$$

$$\therefore v:v'=\sqrt{\frac{\ell}{3}}:\sqrt{\ell}\rightarrow v'=\sqrt{3}v$$

(2)



$$v_C=\frac{mv}{M+m}$$

$$\left[W_{所有力}=\Delta K\right]$$

$$m: \quad -f\times(x+y)=\frac{1}{2}m{v_C}^2-\frac{1}{2}mv^2 \quad .....\boxed{1}$$

$$M: \quad f\times y=\frac{1}{2}M{v_C}^2 \quad .....\boxed{2}$$

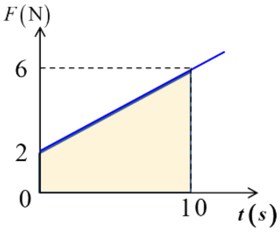
$$\therefore \boxed{1}+\boxed{2} \text{ 得 } \quad f\times x=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}(m+M){v_C}^2\rightarrow fx=\frac{1}{2}\frac{mM}{m+M}v^2$$

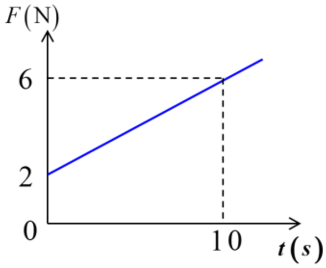
$$\begin{cases} f\dfrac{\ell}{3}=\dfrac{1}{2}mv^2 \\ f\ell=\dfrac{1}{2}\dfrac{mM}{m+M}v'^2 \end{cases} \qquad \therefore \frac{1}{2}\frac{mM}{m+M}v'^2=3\times\frac{1}{2}mv^2\rightarrow v'=v\sqrt{\frac{3(m+M)}{M}}$$

3. 一人造衛星繞地球作半徑為 r 的等速圓周運動時之動能為 K，則此衛星動量的時變率為＿＿＿＿＿＿＿＿＿ ***Ans*** $\dfrac{2K}{r}$

牛頓第二運動定律 $\dfrac{\Delta P}{\Delta t}=F=m\dfrac{v^2}{r}=\dfrac{1}{r}\times\left(\dfrac{1}{2}mv^2\right)=\dfrac{K}{r}$

4. 質量 *5 kg* 的物體在光滑地面上以 *6* m/s 的速度向東運動，突然受向西的力作用 *10* 秒，作用力 F 對時間 t 關係如圖所示，則 (1) 此時物體速度為＿＿＿＿＿＿
(2) 作用力 F 對物體所作的功為＿＿＿＿＿＿ ***Ans:*** (1) 2m/s 向西 (2) -80J





$\left[J_{合力}=F_{合力}-t \text{ 圖面積}=\Delta P\right]$

令向東為正

(1) $\Delta P=F_{合力}-t \text{ 面積}=-\dfrac{1}{2}\times(6+2)\times 10=-40[kg\cdot m/s]$

$P_{10}=P_0+\Delta P=5\times 6-40=-10[kg\cdot m/s]$

$\therefore v_{10}=\dfrac{-10}{5}=-2[m/s]\rightarrow 2m/s$向西

(2) $\left[W_{所有力}=\Delta K\right]$ $W_F=\dfrac{1}{2}mv_{10}{}^2-\dfrac{1}{2}mv_0{}^2=\dfrac{1}{2}\times 5\times(2^2-6^2)=-80[J]$

5. 質量 *1.0* 公斤的物體由靜止受力，在水平面上運動受力 F 與位置 x 之關係為 $F = 3x + 6$（單位取 *SI* 制），已知在 $x = 2$ 公尺時，物體的速度為 *4.0* 公尺/秒，則

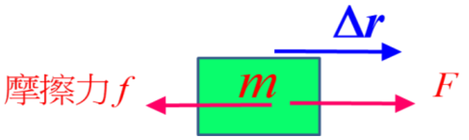
（1）由 $x = 0$ 至 $x = 2$ 公尺，F 對物體所作的功為__________

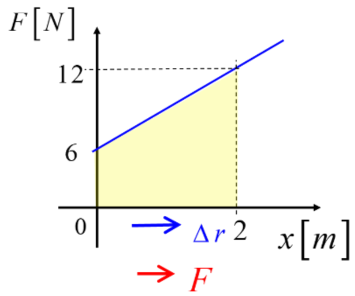
（2）摩擦力為_____________

（3）在 $x = 2$ 公尺時之加速度為______________

（4）由 $x = 0$ 至 $x = 2$ 公尺，物體所受總衝量為___________________

Ans: （1）18 焦耳（2）5 牛頓（3）7 公尺/秒 ^{2}（4）2 牛頓–秒。





(1) F 與 Δr 同向 作正功

$$W_F = F - x \text{ 面積} = \frac{1}{2}\times(6+12)\times 2 = 18[J]$$

(2) $\left[W_{所有力} = \Delta K\right]$ $W_F + W_f = \Delta K$

$$18 - f\times 2 = \frac{1}{2}\times 1\times 4^2 \rightarrow f = 5[N]$$

(3) 牛頓第二運動定律

$$[F = ma]\ \ 12 - 5 = 1\times a \rightarrow a = 7\left[m/s^2\right]$$

(4)

$$\left[J_{所有力} = \Delta P = m(v_2 - v_1)\right]$$

已知 $x = 0$ 時 速度 $v_0 = 0$ $x = 2$ 時 速度 $v_2 = 2$

$\therefore$ 總衝量 $= J_{所有力} = 1\times(2-0) = 2[kg\cdot m/s]$

單元 3 功率

範例題

1. 假設一船在在水中等速航行時，所受之阻力和速率成正比。試問當船速變為 2 倍時：

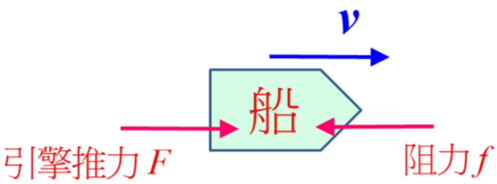
(1) 引擎功率變為______倍

(2) 移動相同距離下，引擎作功變為_____倍。 ***Ans:***（1）4（2）2

$\because$ 等速 $\therefore$ 引擎推力 F 大小 $=$ 阻力 f 大小

令 $F = f = kv$ k 為常數

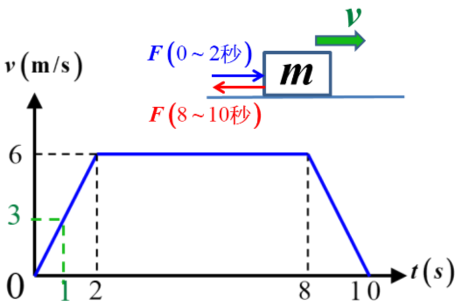
$\therefore P_F = \vec{F}\cdot\vec{v} = Fv = kv^2 \propto v^2$

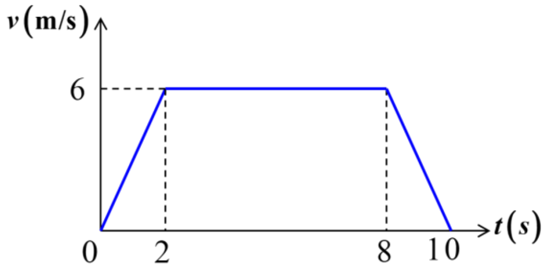


2. 如圖所示，表示 $v-t$ 關係曲線，且物體質量為 $2\ kg$，則：

(1) 物體在 *1* 秒時之瞬時功率為__________

(2) 物體在 *0 ~ 1* 秒間之平均功率為______________ ***Ans:***（1）18（2）9





(1) 瞬時功率 $P = \vec{F}\cdot\vec{v}$

$[v-t$ 圖切線斜率 $=$ 瞬時加速度 $a]$ $t=1$ 時 $a_1 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{6-0}{2-0} = 3[m/s^2]$

$F_1 = ma_1 = 2\times3 = 6[N]$ $\therefore P_1 = F_1 v_1 = 6\times3 = 18[W]$

(2) 平均功率 $\overline{P} = \dfrac{W}{\Delta t}$

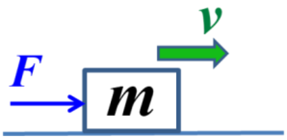
$t = 0 \sim 1$ 時 $W = \Delta K = \dfrac{1}{2}\times2\times3^2 = 9[J]$ $\therefore$ 平均功率 $\overline{P} = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{9}{1} = 9[W]$

練功題

1. 質量為 2 kg之靜止物體，在光滑平面上，受一方向固定的外力作用，該力之輸出功率固定為 4 W，則 (1) 4 秒末物體之速度值為________ (2) 在 4 秒內之平均功率為________ (3) 4 秒末物體受力為________(4) 隨著時間增加物體受力________(漸增、漸減或不變)

Ans: (1) 4m/s (2) 4W (3) 1N (4)漸減。

瞬時功率 $P=\vec{F}\cdot\vec{v}=Fv=4[W]$



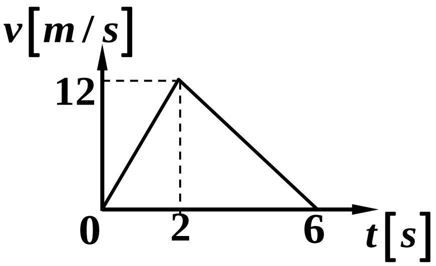
(1) $W=\Delta K=Pt=4\times3=12[J]$

(2) $W=\Delta K=Pt\rightarrow\Delta K=\frac{1}{2}\times2\times v^2=4\times4\rightarrow v=4[m/s]$

(3) 瞬時功率 $P=\vec{F}\cdot\vec{v}$ $4=F\times4$ $\therefore F=1[N]$

(4) $\because$瞬時功率 $P=Fv$ 固定且 v 漸增 $\therefore F$ 漸減

2. 一物體質量 5kg 於水平面上作直線運動，其速度 v 和時間 t 的關係如右圖所示，試問：第 4 秒時，外力對物體做功的功率為________ Ans: -90 瓦特。

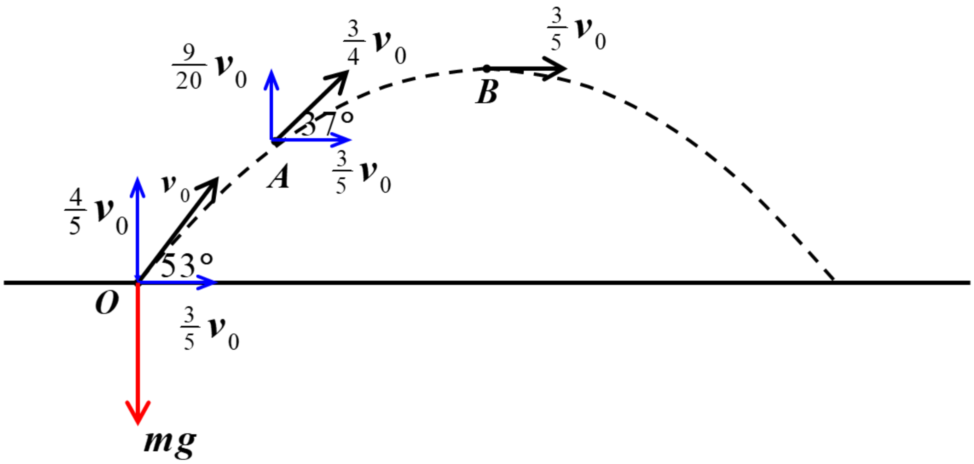


(1) $a=v-t$ 圖的斜率 $\Rightarrow a_4=\frac{0-12}{6-2}=-3$

(2) 瞬時功率 $P_4=\vec{F}_4\cdot\vec{v}_4=(5\times3)\cdot6\cdot\cos180^0=-90(W)$

3. 質量 *m* 之物體自 *O* 點起，以 v_o 之初速作仰角 *53°* 之斜拋，到 *A* 點時之仰角為 *37°*，*B* 為頂點，重力加速度 g，則（1）在 *O* 點重力之瞬時功率為____________
（2）*OA* 期間之動能變化量為 ____________（3）*OA* 所歷時間為 _________
（4）在最高點時之動能為___________（5）*O* 到 *A* 為止的平均功率為______

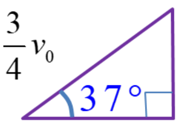
Ans:（1）$-\frac{4}{5}mgv_o$ （2）$-\frac{7}{32}mv_o^2$ (3) $\frac{7v_0}{20g}$ （4）$\frac{9}{50}mv_o^2$ (5) $-\frac{5}{8}mgv_o$



(1) $P_O = m\vec{g}\cdot\vec{v_0} = mgv_0\cos(90°+53°) = -\frac{4}{5}mgv_0$

(2) $\Delta K = \frac{1}{2}m\left(\frac{3}{4}v_0\right)^2 - \frac{1}{2}mv_0^{\ 2} = -\frac{7}{32}mv_0^{\ 2}$

$v_A = \frac{5}{4}\times\frac{3}{5}v_0 = \frac{3}{4}v_0$



$v_{yA} = \frac{3}{4}\times\frac{3}{5}v_0 = \frac{9}{20}v_0$

$v_{xA} = \frac{3}{5}v_0$

(3) $\frac{9}{20}v_0 = \frac{4}{5}v - gt \to t = \frac{7}{20}\frac{v_0}{g}$

(4) $K_B = \frac{1}{2}m\left(\frac{3}{5}v_0\right)^2 = \frac{9}{50}mv_0^{\ 2}$

(5)

$$\overline{P_{O\to A}} = \frac{W_{O\to A}}{\Delta t} = \frac{-\frac{7}{30}mv_0^{\ 2}}{\frac{7}{20}\frac{v_0}{g}} = -\frac{5}{8}mgv_0$$

$$\left[W_{O\to A} = \Delta K = -\frac{7}{30}mv_0^{\ 2}\right]$$

段考練習題

1.

(A) 動摩擦力與靜摩擦力均可作正功，亦可作負功

(B) $W_{合力} = \vec{F}_{合力} \cdot \vec{S} = \vec{F}_1 \cdot \vec{S} + \vec{F}_2 \cdot \vec{S} + \cdots$

(C) 合力作功＝動能變化

(D) 動量量值 $= mv \neq \frac{1}{2}mv^2$

(*E*) 瞬時功率$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

2.

設底部至頂端位移為S

$W_{mg} = -mg \cdot (S\sin\theta) \quad W_{f_k} = -(\mu_k mg\cos\theta) \cdot S$

$\therefore\ W_{mg} : W_{f_k} = \sin\theta : \mu_k\cos\theta = \frac{4}{5} : 0.5 \times \frac{3}{5} = 8 : 3$

3.

(1) $a = g(\sin\theta + \mu_k\cos\theta) = 10\left(\frac{4}{5} + 0.5 \times \frac{3}{5}\right) = 11$

(2) 自底部到頂端的過程作等加速度

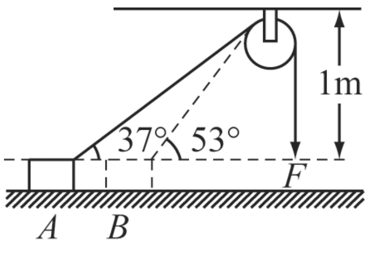
$0^2 = 10^2 + 2 \cdot (-11) \cdot S \Rightarrow S = \frac{50}{11}(m)$

(3) $W_{f_k} = (-f_k S) + (-f_k S) = -2f_k S = -2 \times \left(0.5 \times 10 \times 10 \times \frac{3}{5}\right) \times \frac{50}{11} = -\frac{3000}{11}(J)$

4.

(1) 下拉的繩長 $L = \frac{5}{3} - \frac{5}{4} = \frac{5}{12}$

(2) $W_F = F \cdot L \cdot \cos 0 = 12 \times \frac{5}{12} = 5(J)$



5.

$\because F_c = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow$ 動能$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}RF_c = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 10 = 2.5(N)$

6.

(1) 重力作功 $W_g = mgh \Rightarrow$ 相同

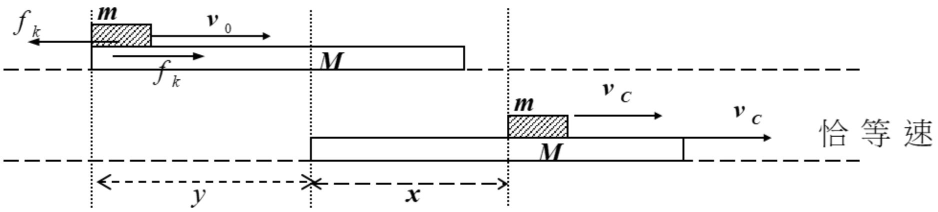
(2) 飛行時間 $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} \Rightarrow$ 相同 $\therefore$ 平均功率 $\overline{P} = \dfrac{W_g}{t} \Rightarrow$ 相同

7.

由$W = \Delta K \Rightarrow -f \times 0.2 = \dfrac{1}{2} \times 0.1 \times \left(200^2 - 400^2\right) \Rightarrow f = 3 \times 10^4 (N)$

8.

[解析]



(1) 動量守恆 $v_C = \dfrac{mv_0}{M+m}$ **(2) (3) 功能定理**

$$\begin{cases} m: W_f(m) = -f_k \cdot (x+y) = \dfrac{1}{2}mv_C{}^2 - \dfrac{1}{2}mv^2 \\ M: W_f(M) = +f_k \cdot y = \dfrac{1}{2}Mv_C{}^2 - 0 \end{cases} \quad \therefore W_f(m) + W_f(M) = f_k x = \frac{1}{2}\frac{Mm}{m+M}v_0^2$$

$$\therefore x = \frac{\frac{1}{2}\frac{Mm}{m+M}v_0^2}{f_k} = \frac{\frac{1}{2}\frac{Mm}{m+M}v_0^2}{\mu mg} = \frac{v_0^2}{2\mu g}\frac{M}{m+M}$$

9.

(1) 釘入過程，釘子僅受阻力 $f = kx$

(2) 由功能定理 $W = \Delta K$

(a) 敲1次:釘入1 $cm \Rightarrow -\dfrac{1}{2} \times (k \times 1) \times 1 = 0 - K$

(b) 敲n次:釘入4 $cm \Rightarrow -\dfrac{1}{2} \times (k \times 4) \times 4 = 0 - (nK)$ $\dfrac{(b)}{(a)} \Rightarrow n = 16$

10.

(1) $\Delta\mathrm{P}=\mathrm{J}_{\mathrm{F}}=F-t$ 圖下面積

$\mathrm{t}=0\sim1$秒 $\Rightarrow 1\times(v_1-0)=\frac{1}{2}\times1\times2\Rightarrow v_1=1$

$\mathrm{t}=0\sim2$秒 $\Rightarrow 1\times(v_2-0)=\frac{1}{2}\times2\times4\Rightarrow v_2=4$

(2) 第2秒內：1~2秒

$\mathrm{W}_{\mathrm{F}}=\mathrm{K}_2-K_1=\frac{1}{2}\times1\times4^2-\frac{1}{2}\times1\times1^2=7.5\qquad \overline{\mathrm{P}}=\frac{\mathrm{W}_{\mathrm{F}}}{t}=\frac{7.5}{1}(W)$

11.

(1) 設此時 $\vec{\mathrm{v}}=\left(\frac{1}{2},v_y\right)\ \Rightarrow\frac{1}{2}\times0.1\times\left(\frac{1}{4}+v_y^2\right)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times0.1\times1^2\right)$

$\Rightarrow v_y=\pm\frac{1}{2}$(∵ 仍在上升過程　∴負不合)

(2) $\mathrm{P}=mg\cdot v\cdot\cos135^0=1\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=-0.5(W)$

12.

(A) $\mathrm{W}_{\mathrm{g}}=mgh=0.5\times10\times10=50(J)$ (B) $\Delta K=\frac{1}{2}\times0.5\times20^2-\frac{1}{2}\times0.5\times16^2=36(J)$

(C) $\because \mathrm{W}_{\mathrm{g}}+\mathrm{W}_{阻力}=\Delta K\Rightarrow\mathrm{W}_{阻力}=36-50=-14(J)$ (D) $\overline{\mathrm{P}}_{\mathrm{g}}=\frac{\mathrm{W}_{\mathrm{g}}}{t}=\frac{50}{3}(W)$

(E) $\mathrm{P}=mg\cdot v\cdot\cos135^0=5\cdot16\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=-40\sqrt{2}(W)$

13.

$\left[想法一\right]$ 瞬時功率$P=\vec{F}\cdot\vec{v}$

$$F=\frac{\Delta P}{\Delta t}=\frac{m\Delta v}{\Delta t}=\frac{4\times1.2\times4}{1}=19.2\left[N\right]\quad P=\vec{F}\cdot\vec{v}=19.2\times4=76.8\left[N\right]$$

$\left[想法二:錯誤\right]$ 平均功率 $\overline{P}=\dfrac{W}{\Delta t}$

歷時 Δt 時 $W=\Delta K=\dfrac{1}{2}\times1.2\times4\times4^2=38.4\left[J\right]$

$$\overline{P}=\frac{W}{\Delta t}=\frac{38.4}{1}=38.4\left[W\right]$$

$\because W$ 包含拉力與繩子張力的作功 且 繩子張力的作負功

$\therefore$ 拉力作功較 W 大