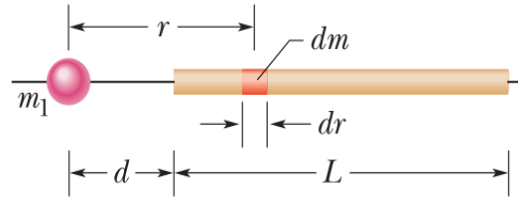


均勻桿子對質點的萬有引力

一均勻細桿質量為 M ，長度為 L ，在其左方，距桿子右端 d 處，有一質量為 m_1 的質點，如圖所示，則兩者間萬有引力的量值如下所示



萬有引力量值 $F = \frac{GMm}{r^2}$ ，只用於質點之間，因細桿有長度，故需將細桿切成許多小片段，求取各小片段與 m_1 的引力量值，再將所有力相加。

設坐標原點在 m_1 ，細桿線密度為 $\mu = \frac{M}{L}$ ，故桿上一小片段的質量 $dm = \mu dr$

則距原點 r 處的小質量 dm 對 m_1 產生的引力為 $\frac{G(\mu dr)m_1}{r^2}$

桿子所在區域為 $r = d \rightarrow r = d + L$

故全桿對 m_1 的引力 $F = \int_d^{d+L} \frac{G(\mu dr)m_1}{r^2} = G\mu m_1 \int_d^{d+L} \frac{1}{r^2} dr$

$$F = G\mu m_1 \int_d^{d+L} \frac{1}{r^2} dr = G\mu m_1 \left[-r^{-1} \right]_d^{d+L} = G\mu m_1 \frac{-1}{r} \Big|_d^{d+L} = G\mu m_1 \left[\frac{-1}{d+L} - \frac{-1}{d} \right]$$

$$F = G\mu m_1 \left[\frac{L}{d(L+d)} \right] = G \left(\frac{M}{L} \right) m_1 \left[\frac{L}{d(L+d)} \right] = \frac{GMm_1}{d(L+d)}$$

<<注意>>：不是將細桿質量集中質心處，再計算萬有引力量值