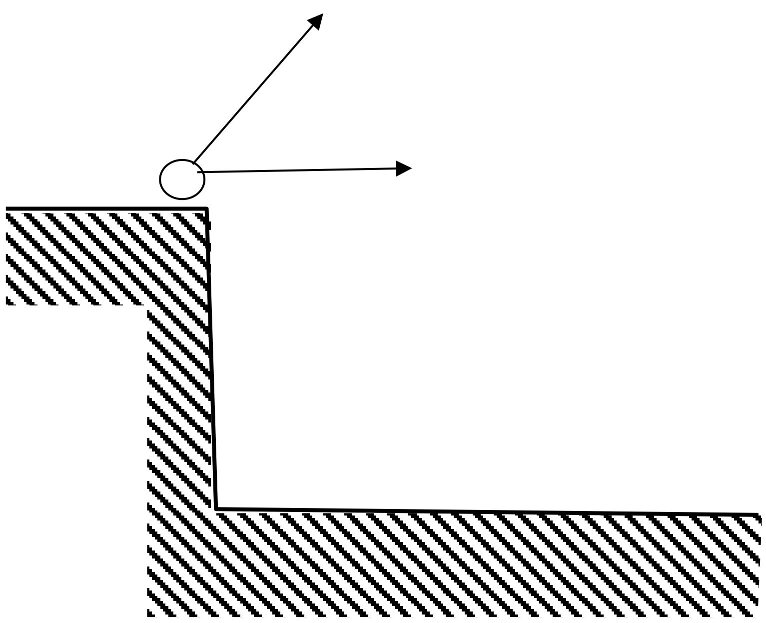
4.如圖，將質量相同之兩石子**A** 、**B**同時以相同之速度**A**作水平及**B**作斜向上拋射，若不計空氣阻力，則兩石子自出發至著地敘述正確的為？

(A)自出發至著地動量變化相同

(B)自出發至著地重力給予石子之衝量相同

(C)落地瞬間之動量大小相同

(D)落地瞬間之動量相同。**C**

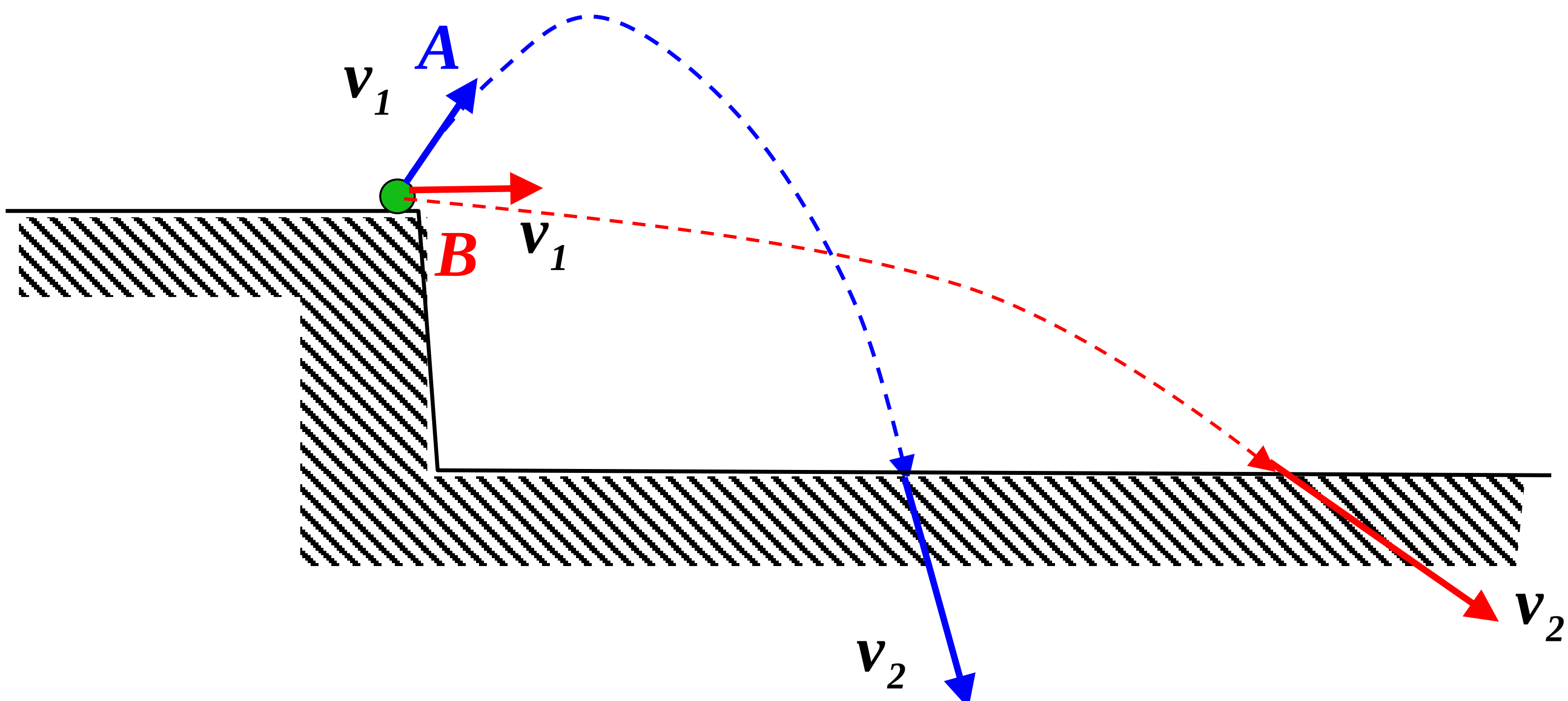


(A) (B)動量變化=重力給予石子之衝量 $\Delta\vec{P}=\vec{F}\Delta t=mg\Delta t$ 向下

$\because \Delta t$不同$\left(\Delta t_A > \Delta t_B\right)\therefore \Delta P$不同$\left(\Delta P_A > \Delta P_B\right)$

(C) (D) 由力學能守恆知末速度大小相同 但方向不同

$\vec{P}=m\vec{v}$ $\therefore$動量大小相同, 方向不同

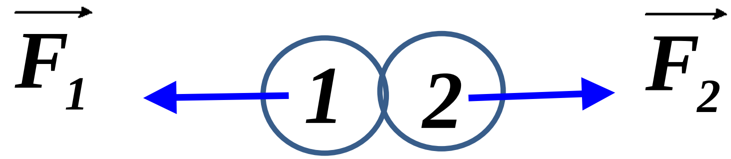


5.兩物在光滑水平面上互相碰撞而分開，則下列敘述何者正確？

(A)兩物動量變化相 同 **(B)**碰撞期間，兩物受平均力相同

(C)碰撞期間，兩物之平均加速度量值相同

(D)碰撞前後，兩物的動量和相同 **(E)**碰撞後，兩物速度相同。**D**



(B) 牛三： $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$ 碰撞期間，兩物受平均力大小相同 方向相反

(A) $\Delta\vec{P}=\vec{F}\Delta t$ $\therefore \Delta\vec{p_1} = -\Delta\vec{p_2}$ 兩物動量變化大小相 同 方向相反

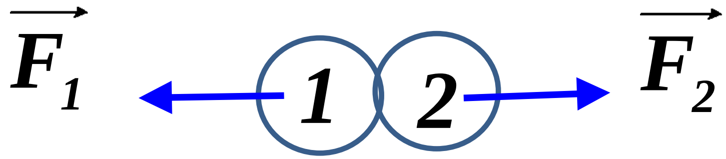
(C) $\vec{a}=\dfrac{\vec{F}}{m}$ ：碰撞期間，兩物加速度量值與質量反比 方向相反

(D) $\vec{p_1'} = \vec{p_1} + \Delta\vec{p_1}$

$\vec{p_2'} = \vec{p_2} + \Delta\vec{p_2}$

$\therefore \vec{p_1'} + \vec{p_2'} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \Delta\vec{p_1} + \Delta\vec{p_2} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$

兩物碰撞前後動量和不變 [動量守恆]



(E)

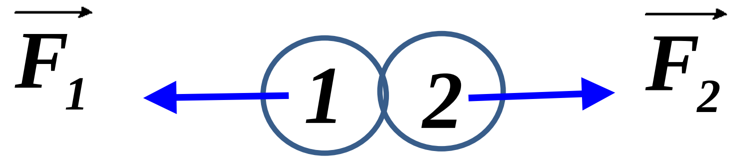
$$\overrightarrow{p_1'} = \overrightarrow{p_1} + \Delta\overrightarrow{p_1} \rightarrow m_1\overrightarrow{v_1'} = m_1\overrightarrow{v_1} + \Delta\overrightarrow{p_1}$$

$$\overrightarrow{p_2'} = \overrightarrow{p_2} + \Delta\overrightarrow{p_2} \rightarrow m_2\overrightarrow{v_2'} = m_2\overrightarrow{v_2} + \Delta\overrightarrow{p_2}$$

$\because$ 不知 m_1 , m_2 , v_1 , v_2

$\therefore$ 不知 v_1' , v_2' 關係

第4頁



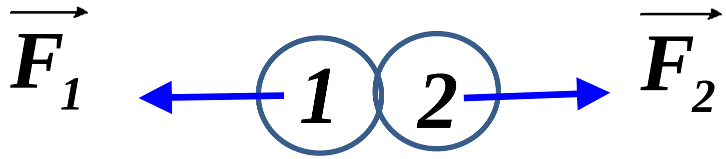
(B) 牛三： $\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$ 碰撞期間，兩物受平均力大小相同 方向相反

(A) $\Delta\vec{P}=\vec{F}\Delta t$ $\therefore \overrightarrow{\Delta p_1} = -\overrightarrow{\Delta p_2}$ 兩物動量變化大小相 同 方向相反

(C) $\vec{a}=\dfrac{\vec{F}}{m}$ ：碰撞期間，兩物加速度量值與質量反比 方向相反

(D) $\overrightarrow{p_1'} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{\Delta p_1}$
$\overrightarrow{p_2'} = \overrightarrow{p_2} + \overrightarrow{\Delta p_2}$
$\therefore \overrightarrow{p_1'} + \overrightarrow{p_2'} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} + \overrightarrow{\Delta p_1} + \overrightarrow{\Delta p_2} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2}$

兩物碰撞前後動量和不變 [動量守恆]



(E)

$$\overrightarrow{p_1'} = \overrightarrow{p_1} + \Delta\overrightarrow{p_1} \rightarrow m_1\overrightarrow{v_1'} = m_1\overrightarrow{v_1} + \Delta\overrightarrow{p_1}$$

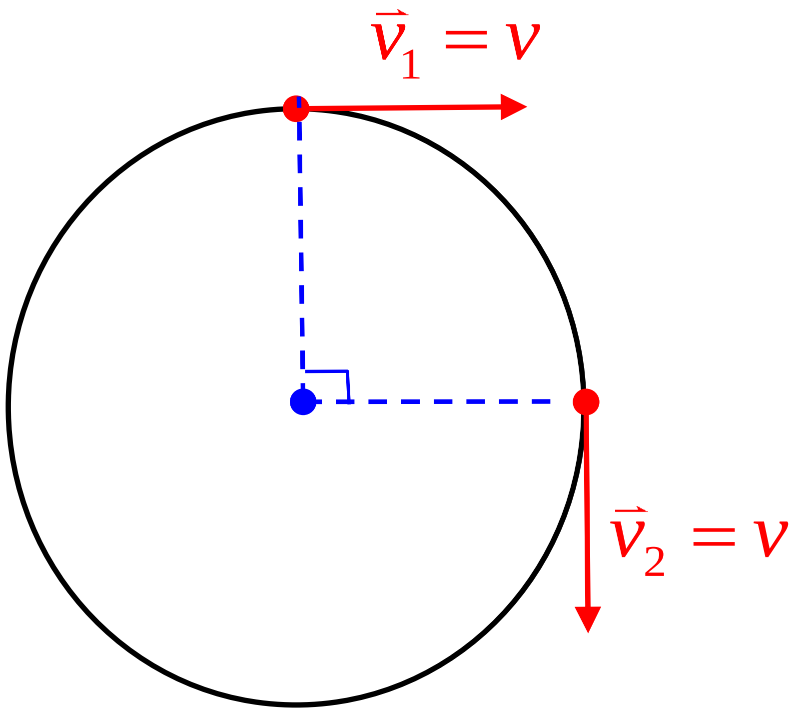
$$\overrightarrow{p_2'} = \overrightarrow{p_2} + \Delta\overrightarrow{p_2} \rightarrow m_2\overrightarrow{v_2'} = m_2\overrightarrow{v_2} + \Delta\overrightarrow{p_2}$$

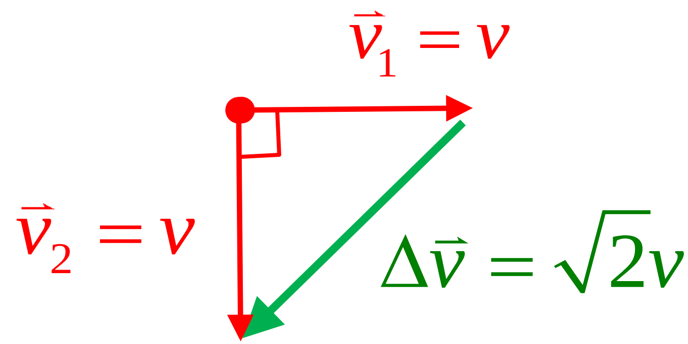
∵不知 m_1 , m_2 , v_1 , v_2

∴不知 v_1' , v_2' 關係

第5頁

1. 質量為 m之某質點作等速圓周運動，若已知圓周運動的半徑為R，週期為T，則該質點旋轉 $\frac{1}{4}$ 圓周時，其動量變化之大小為何？





速度變化量$\Delta\vec{v} = \sqrt{2}v$

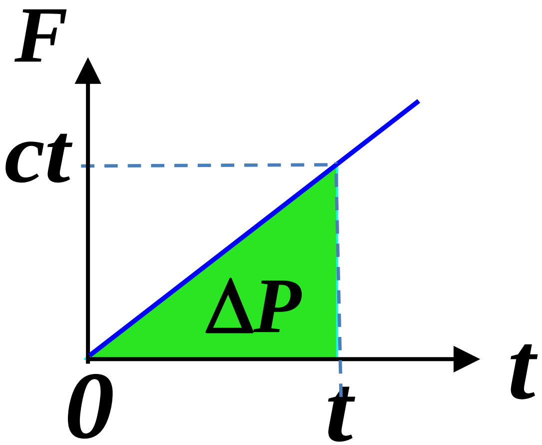
$$\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{v} = m \times \sqrt{2}v = m \times \sqrt{2} \times \frac{2\pi R}{T}$$

2.質量***m***之靜止物體受力***F***和時間***t***的關係為***F = ct***，***c***為常數，則在***t***時刻：（**A**）**0→t**受衝量大小為？

（**B**）此時速度大小為？　　　（**C**）此時加速度大小為？

（**D**）全程平均加速度大小為？

(A)



$$J=\Delta P=F-t\text{圖面積}$$

$$J=\Delta P(0\sim t)=\frac{1}{2}ct^2$$

(B)

$$\left[P_2=P_1+\Delta P\right]$$

$$mv=\frac{1}{2}ct^2\rightarrow v=\frac{ct^2}{2m}$$

(C)

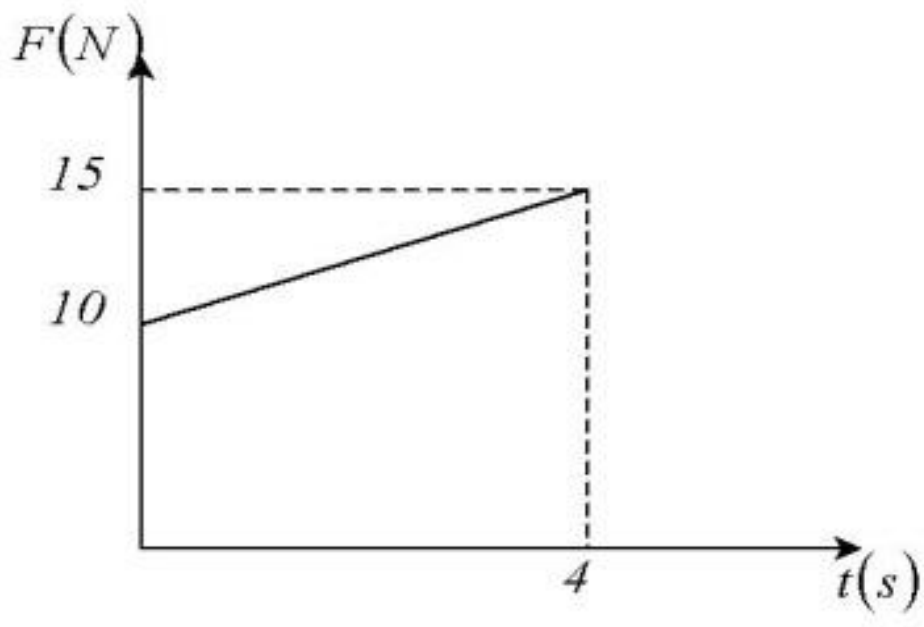
$$\left[F=ma\right]$$

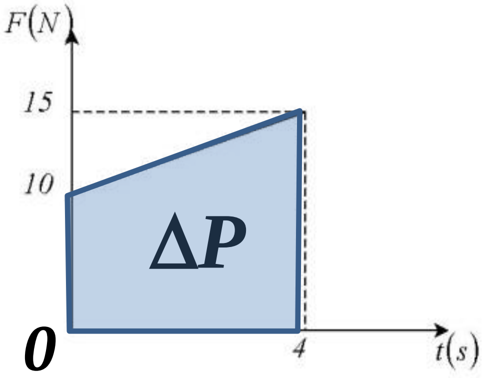
$$ct=ma\rightarrow a=\frac{ct}{m}$$

(D)

$$\left[a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\right]a=\frac{\frac{ct^2}{2m}}{t}=\frac{ct}{2m}$$

3.質量***5***公斤之質點以***12 m/s***之速度向南運動受外力***F***作用，***F***對時間***t***之關係圖如右，若***F***之方向為東偏北**37°**，則***4***秒後該質點之速度量值為？



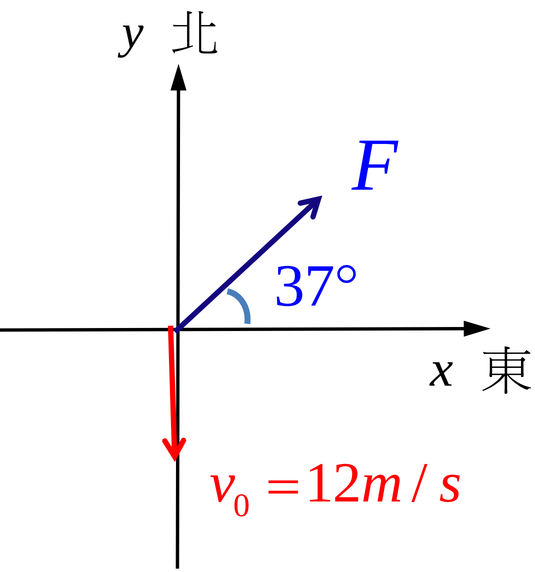


$$J = \Delta P = F - t\text{圖面積}$$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \times 4 \times (10 + 15) = 50$$

ΔP方向與F同向 向東偏北37°

令向東+x 向北+y



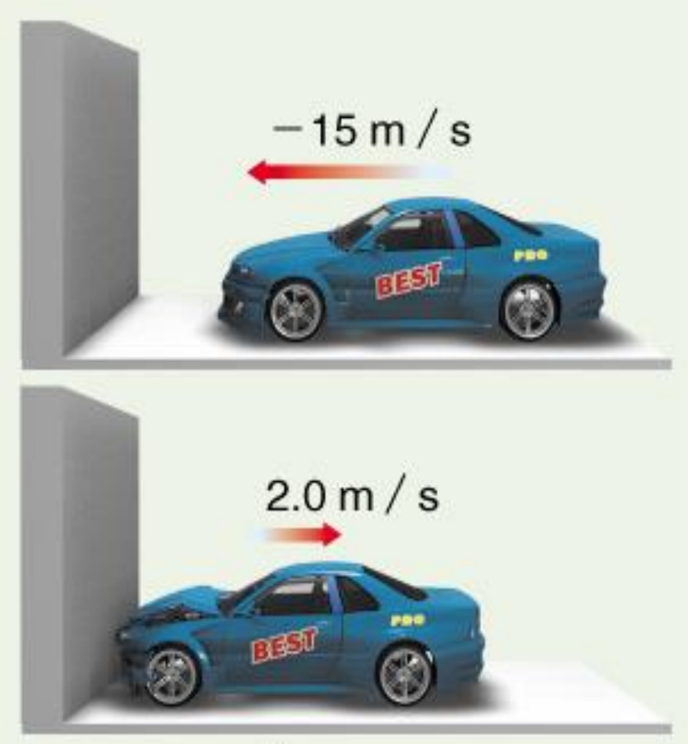
$$\therefore \Delta\vec{P} = 50\cos 37°\vec{i} + 50\sin 37°\vec{j} = 40\vec{i} + 30\vec{j}$$

$$\left[\vec{P} = \vec{P}_0 + \Delta\vec{P}\right]$$

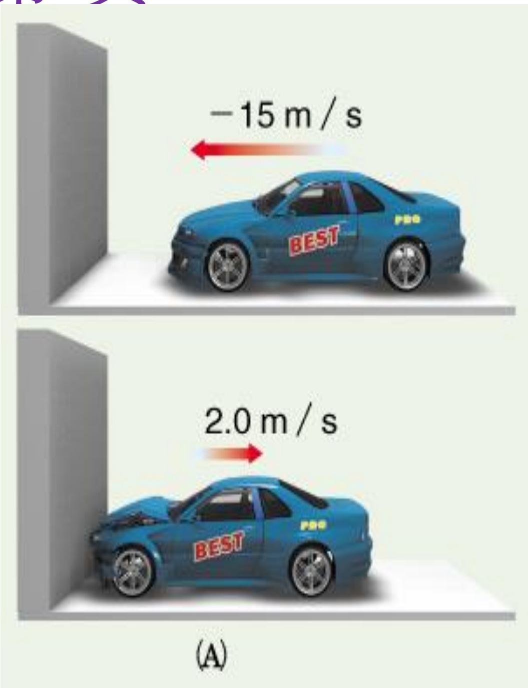
$$5\vec{v} = 5 \times \left(-12\vec{j}\right) + 40\vec{i} + 30\vec{j} = 40\vec{i} - 30\vec{j}$$

$$\therefore \vec{v} = 8\vec{i} - 6\vec{j} \rightarrow \left|\vec{v}\right| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

1. 在撞擊測試裡，質量**2000 *kg*** 的汽車撞擊牆壁，如圖所示。若初始速度$v_1 = 15m/s$（向左），撞後的速度$v_2 = 2.0m/s$（向右），碰撞時間為**0.01 *s***，求：**(1)** 汽車的初始動量？
(2) 汽車的撞後動量？ **(3)** 碰撞期間牆給汽車的衝量？
(4) 碰撞期間牆給汽車的平均作用力？



(A)



(1) 汽車的初始動量

$$\overrightarrow{P_1} = m\overrightarrow{v_1} = 2000 \times 15 = 30000 \left[kg \cdot m / s \right] \text{向左}$$

(2) 汽車的撞後動量

$$\overrightarrow{P_2} = m\overrightarrow{v_2} = 2000 \times 2 = 4000 \left[kg \cdot m / s \right] \text{向右}$$

(3) 碰撞期間牆給汽車的衝量

令向左為正

$$\vec{J}=\Delta\vec{P}=\vec{P_2}-\vec{P_1}=-4000\text{ - }30000=-34000$$

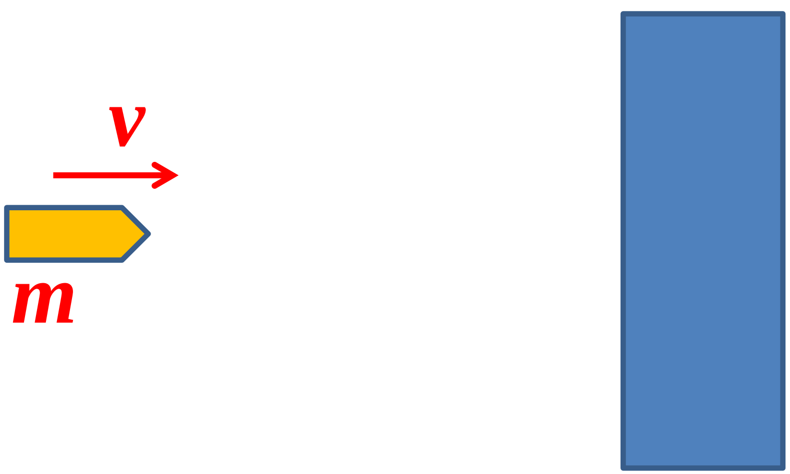
$$\therefore\vec{J}=34000\,kg\cdot m/s\text{向右}$$

(4) 碰撞期間牆給汽車的平均作用力

$$\text{牛二:}\vec{F}=\frac{\vec{J}}{\Delta t}=\frac{-34000}{0.01}=-3.4\times10^{6}\left[N\right]$$

$$\therefore\vec{F}=3.4\times10^{6}\,N\text{向右}$$

2.一機槍每秒發射n發子彈，已知子彈的質量為m、速度為v，且射入牆內即陷於其內。則牆所受的平均力為何？

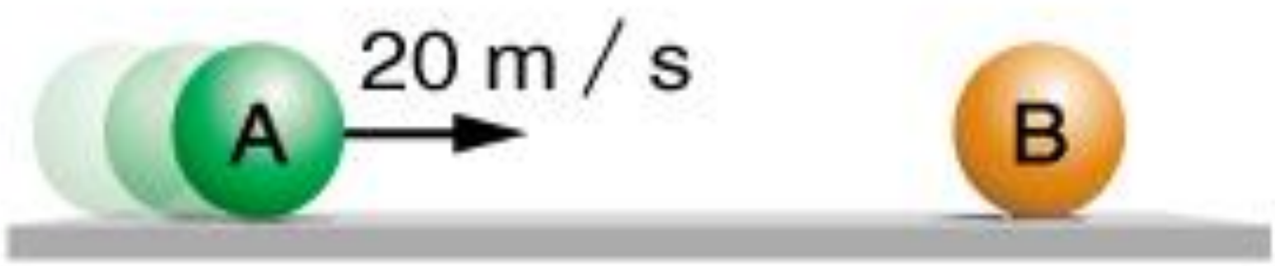


Δt 時間內有 $n\Delta t$ 個子彈$\left(\text{總質量 } n\Delta tm\right)$入射牆壁

速度變化量$\Delta v = v$

牛二：$\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \dfrac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{n\Delta tm \times v}{\Delta t} = nmv$

3. **A球質量2 kg，以20 *m/s* 的速度、方向向右，和靜止的B 球碰撞，B 球施以A 球的衝量為30 *kg* ．*m/s*，**方向向左。若**B** 球質量為**3 *kg***，則**A** 、 **B** 球碰撞後的速度各為？



根據牛二與牛三:可以得知

$$\left[\vec{J}=\vec{F}\Delta t\text{與作用力反作用力大小相等方向相反}\right]$$

$$\overrightarrow{J_{BA}}\left[B\text{對}A\text{衝量}\right]=-\overrightarrow{J_{AB}}\left[A\text{對}B\text{衝量}\right]$$

令向右為正

$$\overrightarrow{J_{BA}}=-30\left[kg\cdot m/s\right]\to\overrightarrow{J_{AB}}=-\overrightarrow{J_{BA}}=+30\left[kg\cdot m/s\right]$$

$$\left[\vec{P}=\vec{P}_0+\Delta\vec{P}\right]$$

$$B:3v_B=0+\overrightarrow{J_{AB}}=+30$$

$$\therefore v_B=+10\left[m/s\right]\ \to 10m/s\text{向右}$$

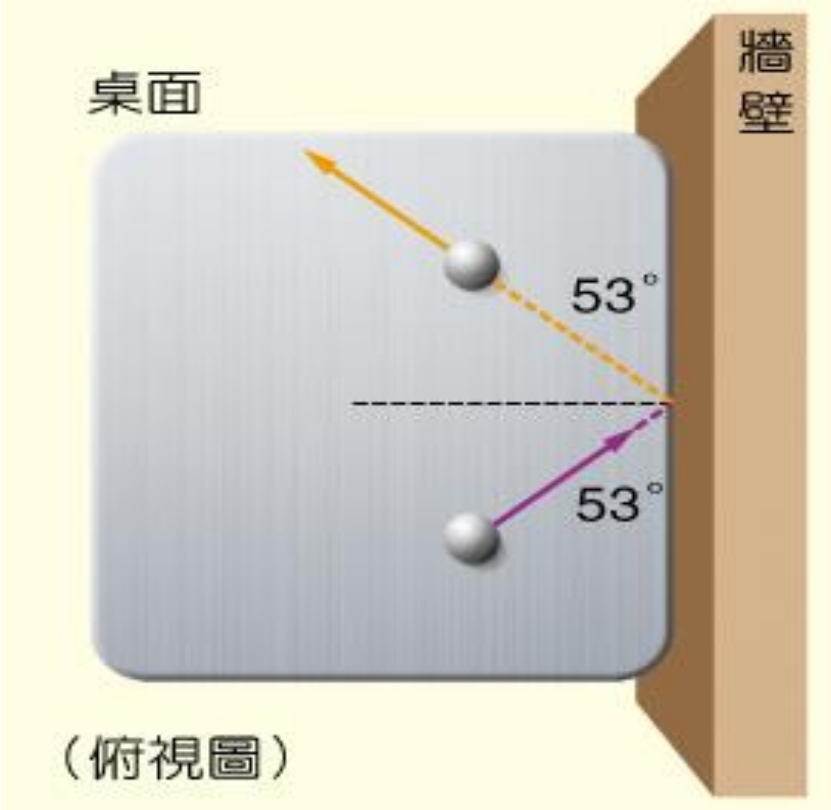
$$A:2v_A=2\times 20+\overrightarrow{J_{BA}}=40-30=10$$

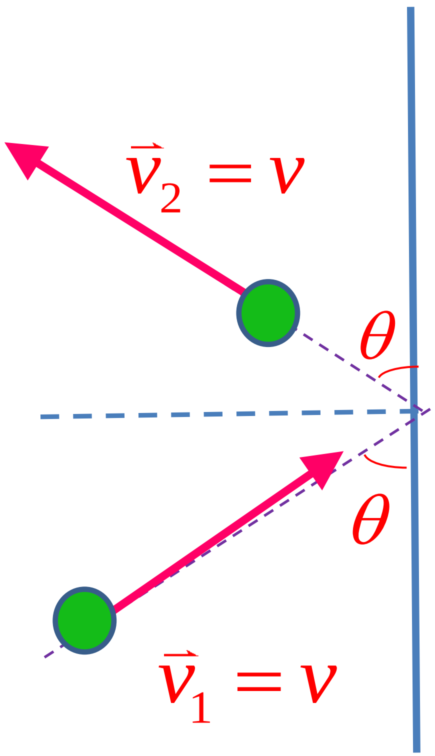
$$\therefore v_A=5\left[m/s\right]\to 5m/s\text{向右}$$

1.鋼球的質量為**5 *kg***，在光滑水準桌面上以**10 *m*／*s*** 之速率、與牆壁夾**53°** 角之方向撞擊牆壁，再以相同的速率及角度反彈，若鋼球與牆壁之接觸時間為**0.05 *s***，則：

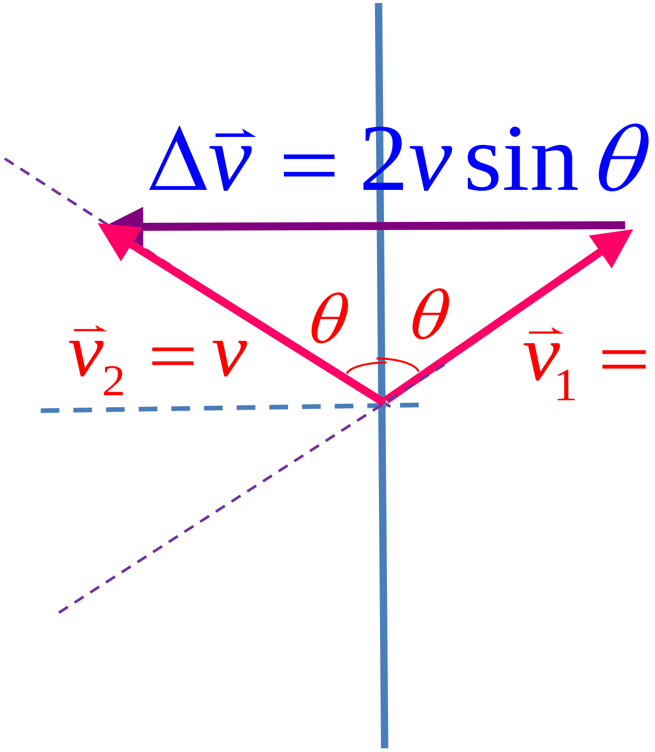
(1) 鋼球與牆壁碰撞前、後的動量變化為何？

(2) 牆作用於鋼球的平均作用力為何？



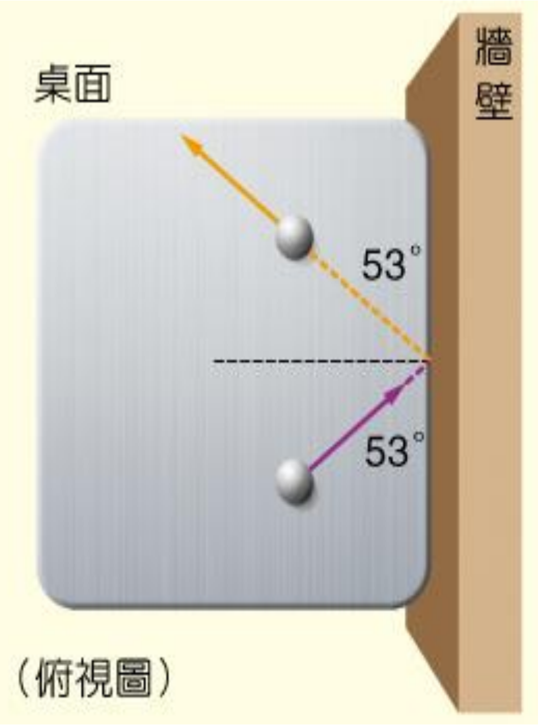


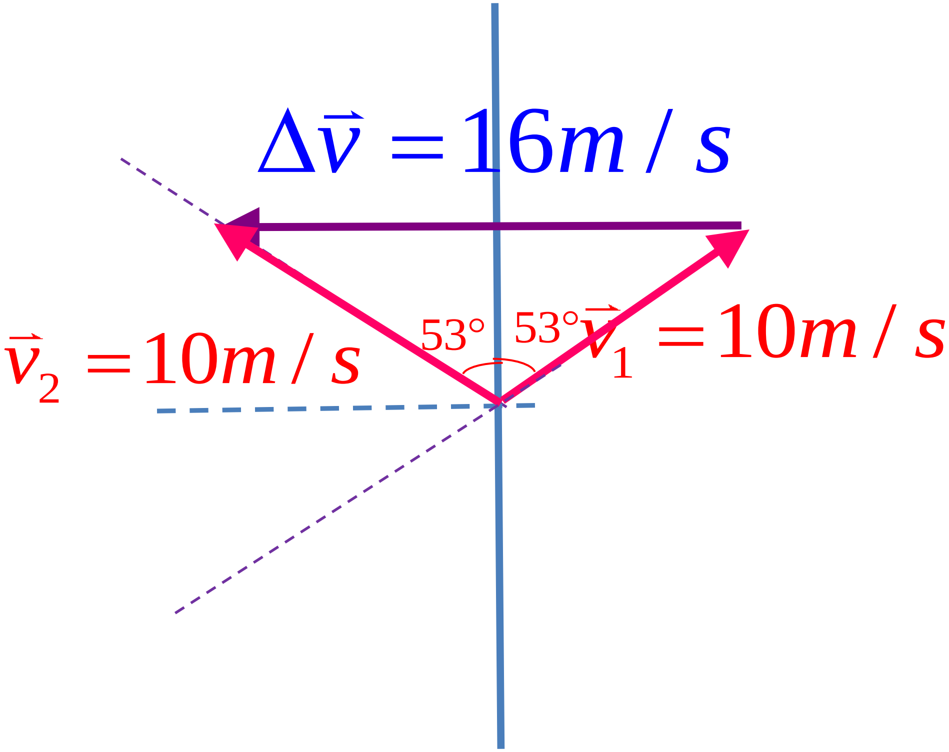
$\vec{v}_2 = v$
θ
θ
$\vec{v}_1 = v$



$\Delta\vec{v} = 2v\sin\theta$
θ
θ
$\vec{v}_2 = v$
$\vec{v}_1 = v$

第7頁

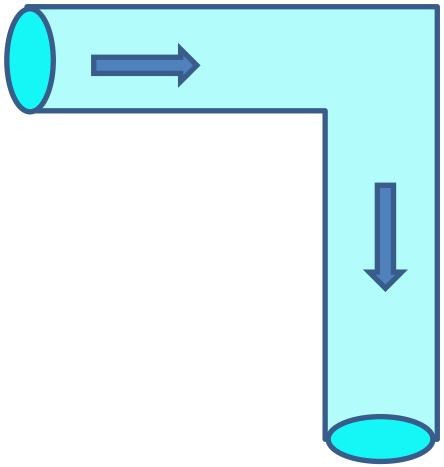


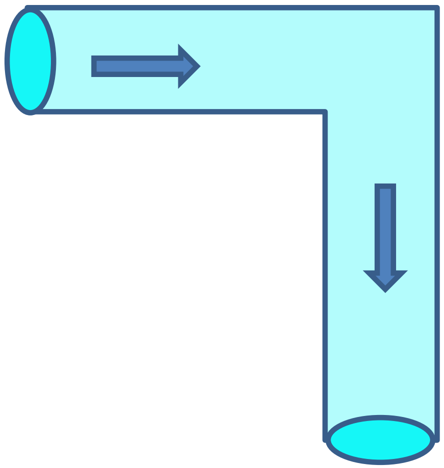


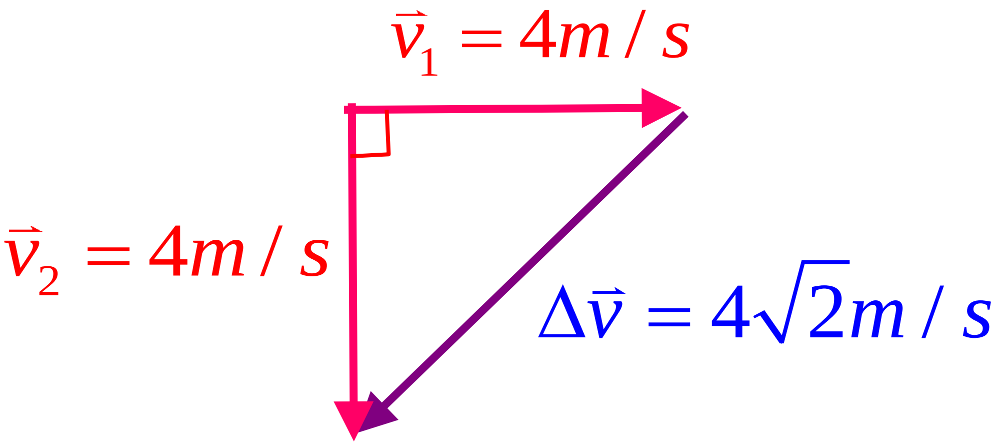
$$\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{v} = 5\times16 = 80\left[kg\cdot m/s\right]\text{向左}$$

$$\text{牛二}:\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{80}{0.05} = 1600\left[N\right]\text{向左}$$

2.平面上一粗細均勻之直角彎曲水管，內有水流持續流動，流量為每秒**3 kg**，流速為**4 m/s**，則如圖所示，在直角轉彎處，水管施於水之作用力為何？







1秒內有 質量3kg的水入射水管彎曲處

速度變化量$\Delta\vec{v} = 4\sqrt{2}$

牛二：$\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \dfrac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{3\times 4\sqrt{2}}{1} = 12\sqrt{2}[N]$

第8頁

*1.*已知重力加速度$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$，該生見離地板高度*20 m*處一質量為*2 kg*的物體自由落下，該生見物著地板後反彈至離地板*5m*高度，設物與地板接觸時間為*0.1*秒，則

(1) 物體自落下到著地前所受衝量？ (2) 物體著地期間所受衝量？

(3) 物體在接觸地板期間所受的平均作用力（合力）為若干牛頓？

(4) 物體在接觸地板期間地板施予物的平均作用力為若干牛頓？

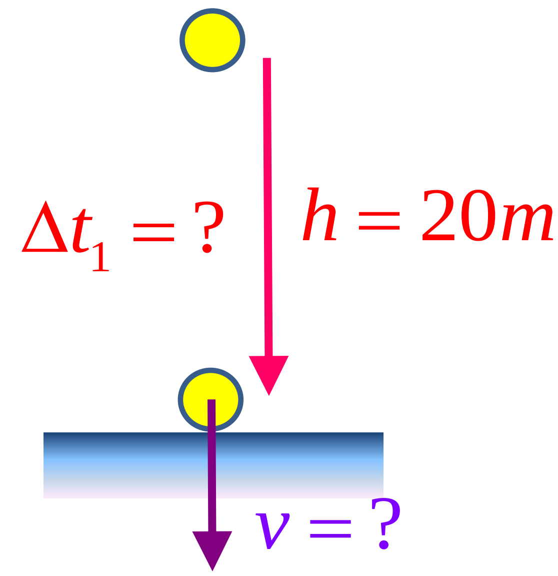
第8頁

(1) 物體自落下到著地前所受衝量?

$$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times10\times20}=20\left(m/s\right)$$

$$\Delta t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\times20}{10}}=2\left(s\right)$$

令向下為正



[解法一]

$$\overrightarrow{J_{合力}}=\left(\overrightarrow{F_{合力}}\times\Delta t\right)=mg\Delta t_1=2\times10\times2=40\left[N\cdot s\right]$$

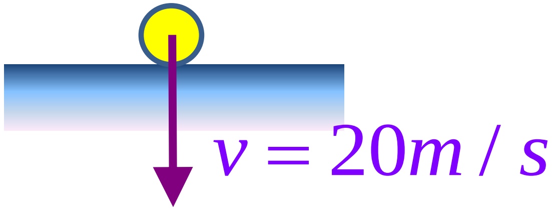
[解法二]

$$\overrightarrow{J_{合力}}=\left(\Delta\vec{P}\right)=m\Delta\vec{v}=2\times20=40\left[kg\cdot m/s\right]$$

答:$40\ kg\cdot m/s$ 向下

(2) 物體著地期間所受衝量？

令向下為正



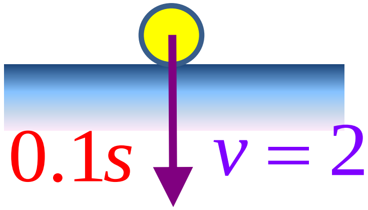
$$\overrightarrow{J_{合力}} = \left(\Delta\vec{P}\right) = m\Delta\vec{v} = 2\times(0-20) = -40\left[kg\cdot m/s\right]$$

答:$40\ kg\cdot m/s$ 向上

第8頁

(3) 物體在接觸地板期間所受的<u>平均作用力</u>（合力）為若干牛頓？

令向下為正

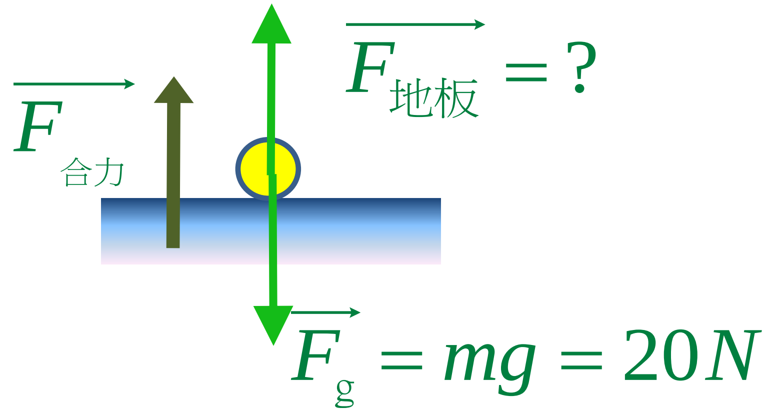


$\Delta t_2 = 0.1s$ $v = 20m/s$

$$\overrightarrow{F_{合力}} = \left(\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \right) = \frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t_2} = \frac{-40}{0.1} = -400[N]$$

答:$400N$ 向上

(4) 物體在接觸地板期間<u>地板施予物的平均作用力</u>為若干牛頓？



令向下為正

看物體:

$$\overrightarrow{F}_{合力} = \overrightarrow{F}_{地板} + \overrightarrow{F}_{g} \rightarrow -400 = \overrightarrow{F}_{地板} + 40 \quad \therefore \overrightarrow{F}_{地板} = -440[N]$$

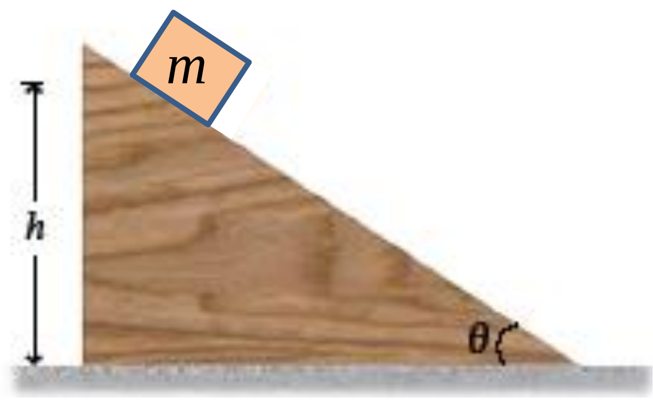
答:$440N$ 向上

2..質量為 *m* 的木塊在光滑斜面頂端由靜止開始下滑，斜面的仰角為 ϑ，且斜面的高度為 *h*，重力加速度g，如圖所示。在木塊滑到斜面底部的整個過程中：

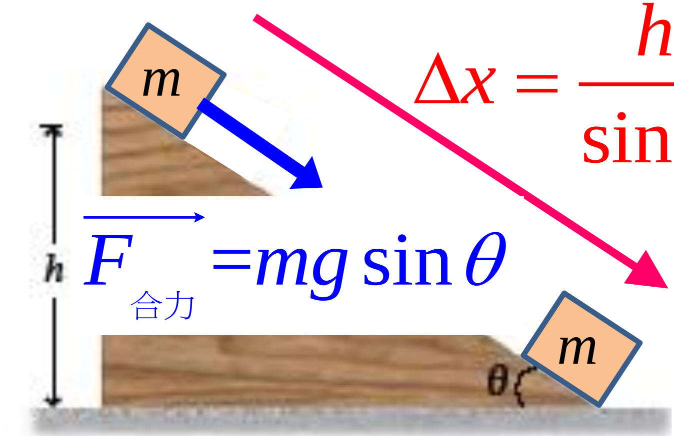
（*a*）木塊獲得的衝量為若干？

（*b*）重力對木塊所施的衝量為若干？

（*c*）斜面的正向力對木塊所施的衝量為若干？



（a）木塊獲得的衝量為若干？



$$\vec{F}_{合力}=mg\sin\theta$$

$$\Delta x=\frac{h}{\sin\theta}\qquad \Delta t_1=?$$

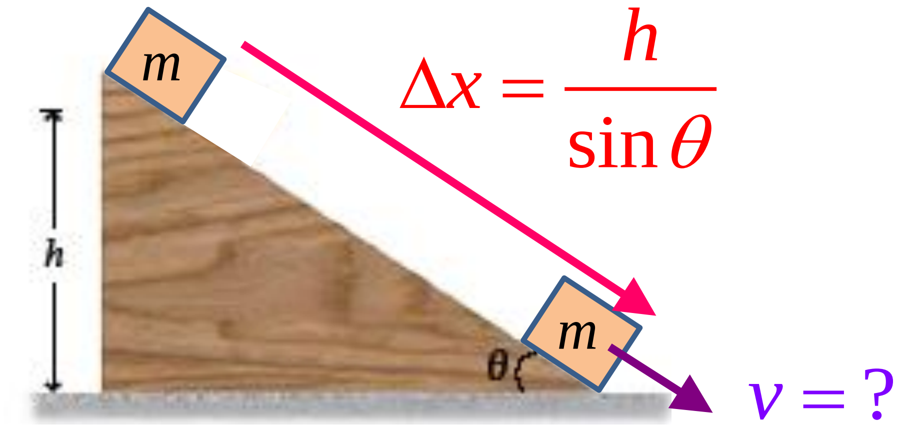
$$\Delta t_1=\sqrt{\frac{2\Delta x}{a}}=\sqrt{\frac{2\frac{h}{\sin\theta}}{g\sin\theta}}=\sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\theta}}$$

[解法一]

$$\vec{J}_{合力}=\left(\vec{F}_{合力}\times\Delta t\right)=mg\sin\theta\times\sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\theta}}=m\sqrt{2gh}$$

答:$m\sqrt{2gh}$沿斜面向下

（a）木塊獲得的衝量為若干？



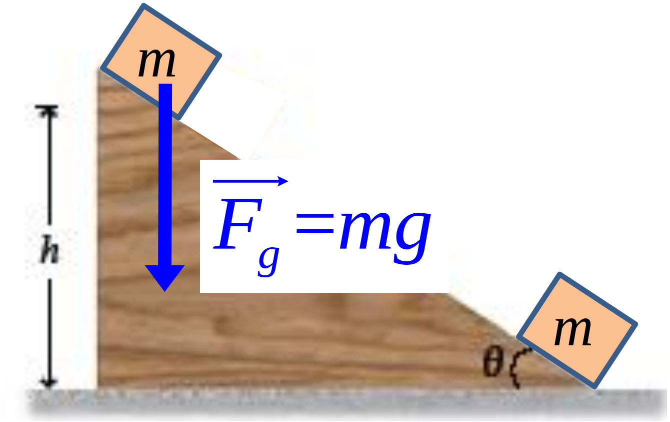
$$v = \sqrt{2a\Delta x} = \sqrt{2 \times g\sin\theta \times \frac{h}{\sin\theta}} = \sqrt{2gh}$$

[解法二]

$$\overrightarrow{J_{合力}} = \left(\Delta\vec{P}\right) = m\Delta\vec{v} = m\sqrt{2gh}$$

答:$m\sqrt{2gh}$沿斜面向下

（*b*）重力對木塊所施的衝量為若干？



[注意]

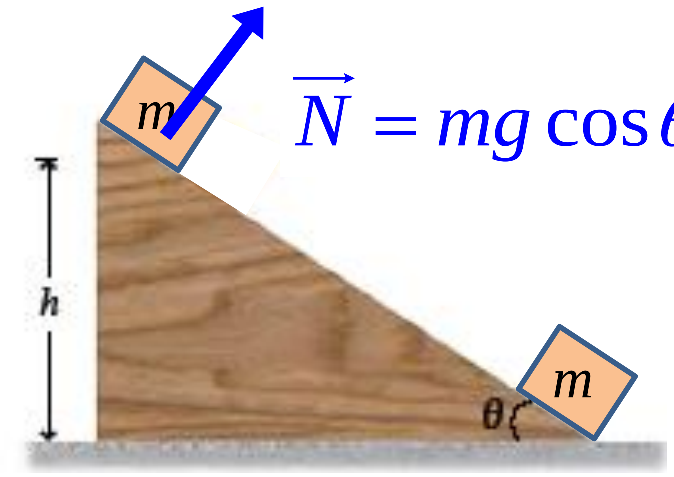
$\overrightarrow{J_{合力}}=\left(\Delta\overrightarrow{P}\right)$ 合力的衝量=動量變化

所以不可使用動量變化求單獨重力的衝量

$$\overrightarrow{J_g}=\left(\overrightarrow{F_g}\times\Delta t\right)=mg\times\sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\theta}}=\frac{m\sqrt{2gh}}{\sin\theta}$$

答: $\dfrac{m\sqrt{2gh}}{\sin\theta}$ 向下

（c）斜面的正向力對木塊所施的衝量為若干？



$\vec{N} = mg\cos\theta$

[注意]

$\overrightarrow{J_{合力}} = \left(\Delta\vec{P}\right)$ 合力的衝量=動量變化

所以不可使用動量變化求單獨正向力的衝量

$$\overrightarrow{J_N} = \left(\vec{N}\times\Delta t\right) = mg\cos\theta\times\sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\theta}} = m\sqrt{2gh}\,\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

答:$m\sqrt{2gh}\,\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$ 垂直斜面向上

*1.*一線性運動的動量與時間關係為 $P=4t^{2}-2t+2$（*M.K.S.*制），試求
（1）第*2*秒之瞬時衝力大小為？
（2）前*2*秒內之平均衝力大小為？

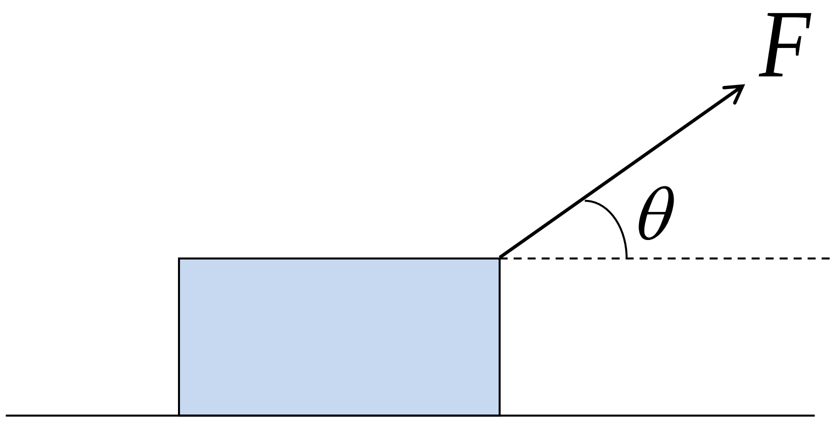
（1）$\vec{F}(t)=\dfrac{d\vec{P}}{dt}=8t-2$

$\therefore t=2$時, $F(2)=8\times 2-2=14[N]$

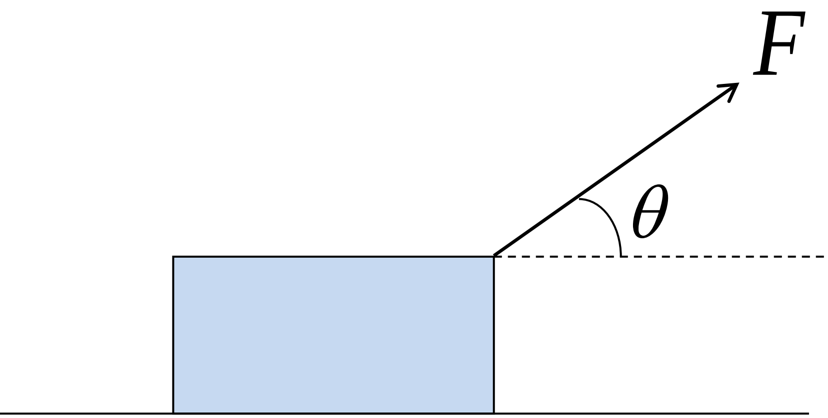
（1）

$$\vec{F}(0\sim 2)=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\frac{\vec{p}(2)-\vec{p}(0)}{2-0}=\frac{4\times 2^{2}-2\times 2}{2-0}=6[N]$$

2.質量m的物體放在粗糙水平地面上，用一個與水平方向成ϑ角斜向上的力F拉物體沿水平地面運動，力的作用時間為t，過程中物體與地面摩擦力固定為f，則
(A) 拉力F與此物體的衝量量值？(B) 物體的動量變化量值？



(A) 拉力F與此物體的衝量量值？



[注意]

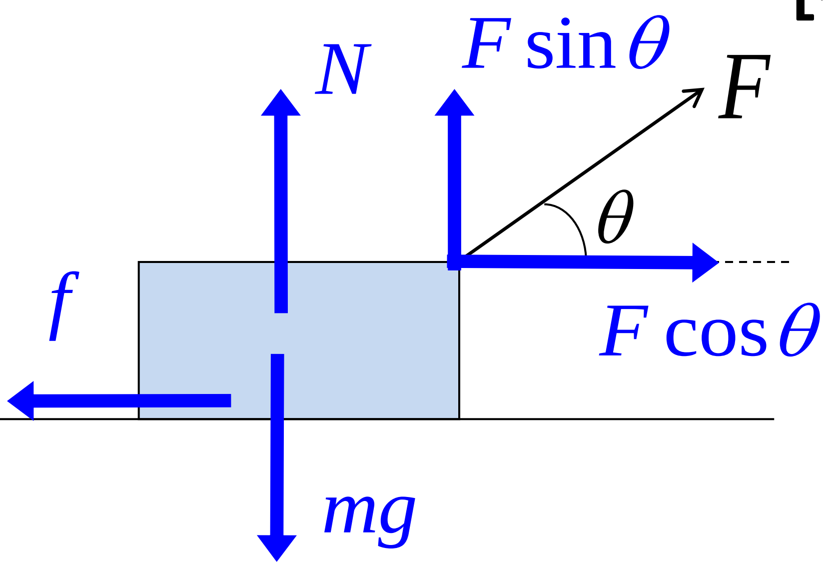
$\overrightarrow{J_{合力}} = \left(\Delta\overrightarrow{P}\right)$ 合力的衝量=動量變化

所以不可使用動量變化求單獨拉力的衝量

$$\overrightarrow{J_g} = \left(\overrightarrow{F_g} \times \Delta t\right) = Ft$$

答:Ft與拉力同向

(B) 物體的動量變化量值？



[解法一] $\overrightarrow{J_{合力}} = \Delta\vec{P} \rightarrow \Delta\vec{P} = \overrightarrow{F_{合力}} \times \Delta t$

先求合力$\overrightarrow{F_{合力}} = ?$

∵ 鉛直方向 合力$=0$

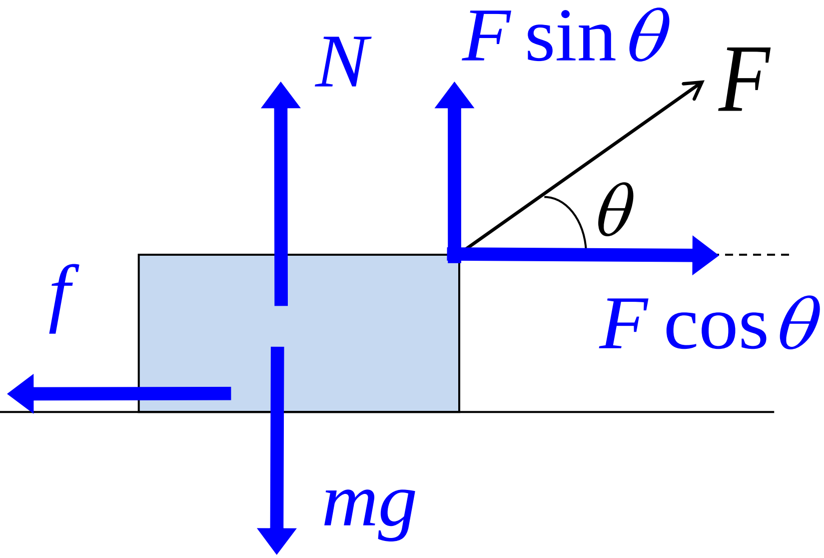
水平方向合力$= F\cos\theta - f$

∴ $\overrightarrow{F_{合力}} = F\cos\theta - f$ 向右

$$\therefore\ \Delta\vec{p} = \overrightarrow{F_{合力}} \times \Delta t = \left(F\cos\theta - f\right)t$$

答:$\left(F\cos\theta - f\right)t$ 向右

(B) 物體的動量變化量值？



$\left[\text{解法二}\right]\ \Delta\vec{P}=m\Delta\vec{v}$

先求合力 $\overrightarrow{F_{合力}}=?$

$\because$ 鉛直方向 合力 $=0$

水平方向合力 $=F\cos\theta-f$

$\therefore\ \overrightarrow{F_{合力}}=F\cos\theta-f$ 向右

再求加速度 $a=\dfrac{\overrightarrow{F_{合力}}}{m}=\dfrac{F\cos\theta-f}{m}$ 向右

等加速度 $\left[\Delta v=a\Delta t\right]\ \Delta v=a\times t=\left(\dfrac{F\cos\theta-f}{m}\right)t$

$\therefore\ \Delta\vec{p}=m\Delta v=m\left(\dfrac{F\cos\theta-f}{m}\right)t=\left(F\cos\theta-f\right)t$

答: $\left(F\cos\theta-f\right)t$ 向右

3.質量m的球作簡諧運動，振幅R，週期 T ，試求當其自平衡點經過$\frac{1}{2}$ 週期時間，球所受平均力量值？

牛二: $\overrightarrow{F_{合力}} = \dfrac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$

$\because$ SHM 在平衡點速率最大$v_{max} = \dfrac{2\pi R}{T}$

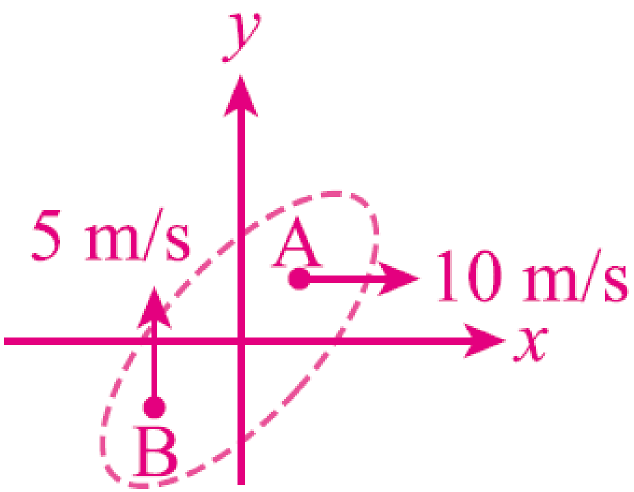
經$\dfrac{1}{2}$週期後再回到平衡點速度方向改變

$\therefore \Delta v = 2v_{max} = 2 \times \dfrac{2\pi R}{T}$

$$\therefore \overrightarrow{F_{合力}} = \left(\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}\right) = \frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{m \times 2 \times \frac{2\pi R}{T}}{\frac{1}{2}T} = \frac{8\pi mR}{T^2}$$

答: $\dfrac{8\pi mR}{T^2}$

1.有A、B兩質點，質量為1 kg的A向東運動，速度為10 m/s；質量為2 kg的B向北運動，速度為5 m/s，則該質點系統的質心速度的量值為多少m/s？



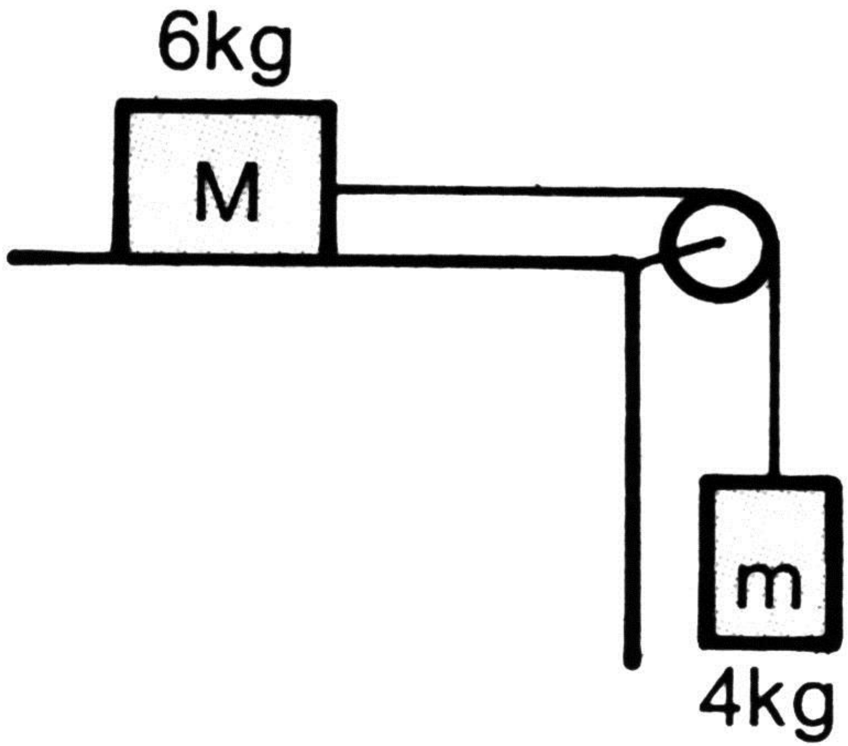
$$\overrightarrow{v_C}=\frac{m_1\overrightarrow{v_1}+m_2\overrightarrow{v_2}}{m_1+m_2}=\frac{1\times10\hat{i}+2\times5\hat{j}}{1+2}=\frac{10\hat{i}+10\hat{j}}{3}$$

$$\Rightarrow|\overrightarrow{v_C}|=\frac{10}{3}\sqrt{2}$$

2.不計一切阻力及繩子質量，*$g=10m/s^2$*，*M*為*6 kg*，*m*為*4 kg*，系統由靜止開始，經*0.5*秒後（設M未碰及滑輪），試求系統之：

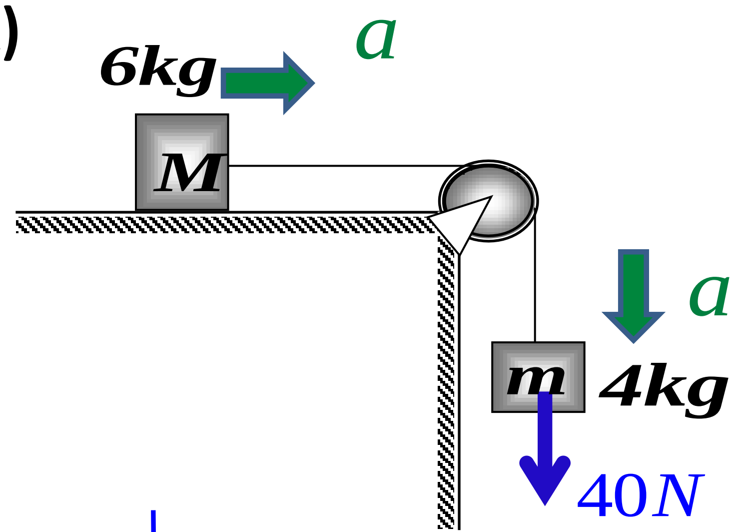
（A）質心加速度大小為？　（B）質心速度大小為？

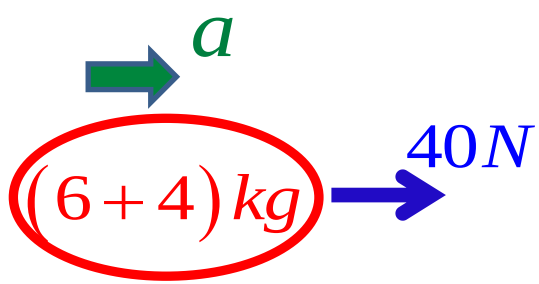
（C）總動量大小為？　（D）所受外力和大小？



第12頁

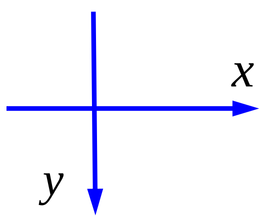
(A)





$$see(M+m):[F=ma]$$

$$40=(6+4)a\ \therefore a=4\left[m/s^2\right]$$

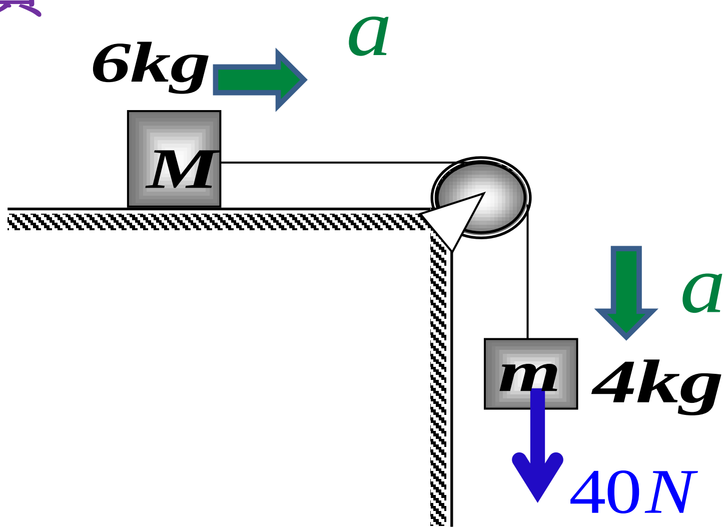


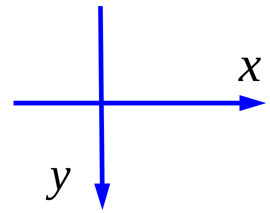
令向右+x 向下+y　則$\overrightarrow{a_M}=4\vec{i}$　$\overrightarrow{a_m}=4\vec{j}$

$$\left[\overrightarrow{a_C}=\frac{m_1\overrightarrow{a_1}+m_2\overrightarrow{a_2}}{m_1+m_2}\right]\qquad \overrightarrow{a_C}=\frac{6\times4\vec{i}+4\times4\vec{j}}{6+4}=\frac{12}{5}\vec{i}+\frac{8}{5}\vec{j}$$

$$\therefore\left|\overrightarrow{a_C}\right|=\sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2+\left(\frac{8}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}\sqrt{13}\left[m/s^2\right]$$

(B)





令向右+x 向下+y

$\left[v = v_0 + at\right]$0.5秒時

$$\overrightarrow{v_M} = 4\times 0.5\vec{i} = 2\vec{i} \quad \overrightarrow{v_m} = 4\times 0.5\vec{j} = 2\vec{j}$$

$$\left[\overrightarrow{v_C} = \frac{m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2}}{m_1 + m_2}\right] \quad \overrightarrow{v_C} = \frac{6\times 2\vec{i} + 4\times 2\vec{j}}{6+4} = \frac{6}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

$$\therefore \left|\overrightarrow{v_C}\right| = \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{2}{5}\sqrt{13}\,[m/s]$$

(C)

$$\left[\overrightarrow{P_C} = m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = \left(m_1 + m_2\right)\overrightarrow{v_C}\right]$$

$$\overrightarrow{P_C} = (6+4)\times\left(\frac{6}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = 12\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\therefore \left|\overrightarrow{P_C}\right| = \sqrt{12^2 + 8^2} = 4\sqrt{13}\left[kg\cdot m/s\right]$$

(D)

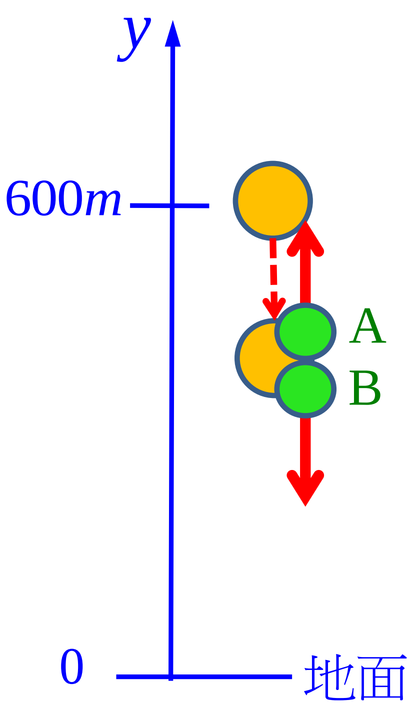
$$\left[\sum\overrightarrow{F_{外力}} = M\overrightarrow{a_C}\right]$$

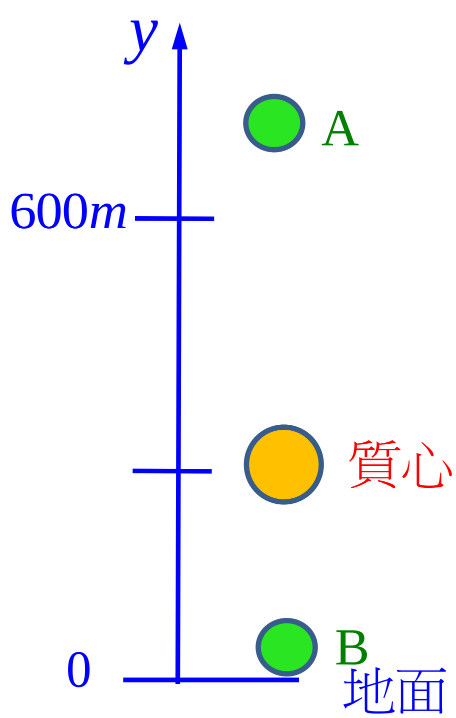
$$\sum\overrightarrow{F_{外力}} = (6+4)\times\left(\frac{12}{5}\vec{i} + \frac{8}{5}\vec{j}\right) = 24\vec{i} + 16\vec{j}$$

$$\therefore \left|\sum\overrightarrow{F_{外力}}\right| = \sqrt{24^2 + 16^2} = 8\sqrt{13}\left[N\right]$$

第13頁

1.一炸彈自600公尺之高空自由下落，於中途爆裂成兩個等重的破片在垂直線上分上、下散開。如空間的阻力可以不計，炸彈下落後10秒時有一破片擊中地面，則此時另一破片距地面之高度為何？（g ＝10 m/s²）





∵炸彈爆炸後至一破片著地前,系統(兩破片)所受外力與炸彈未爆炸時相同

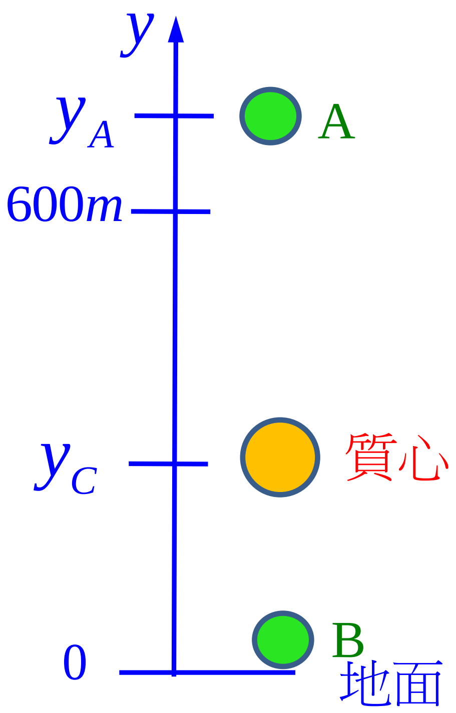
∴炸彈爆炸後至一破片著地前,系統質心與未爆炸時作相同加速度運動

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right]$$

10秒時質心位置 $y_C = 600 - \frac{1}{2}\times 10\times 10^2 = 100$

$$\left[y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}\right]$$

$$100 = \frac{1\times 0 + 1\times y_A}{1+1} \therefore y_A = 200[m]$$



[另解]

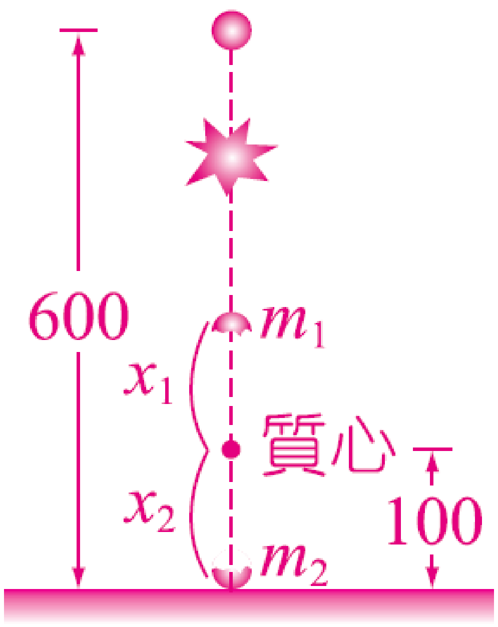
下落10秒時，質心距地面的高度h

$$h = 600 - \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 100[m]$$

因質心與兩碎片的距離應該與碎片的質量成反比

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{1} \Rightarrow x_1 = x_2 = 100$$

另一碎片距地面高度 $= 100 + 100 = 200[m]$

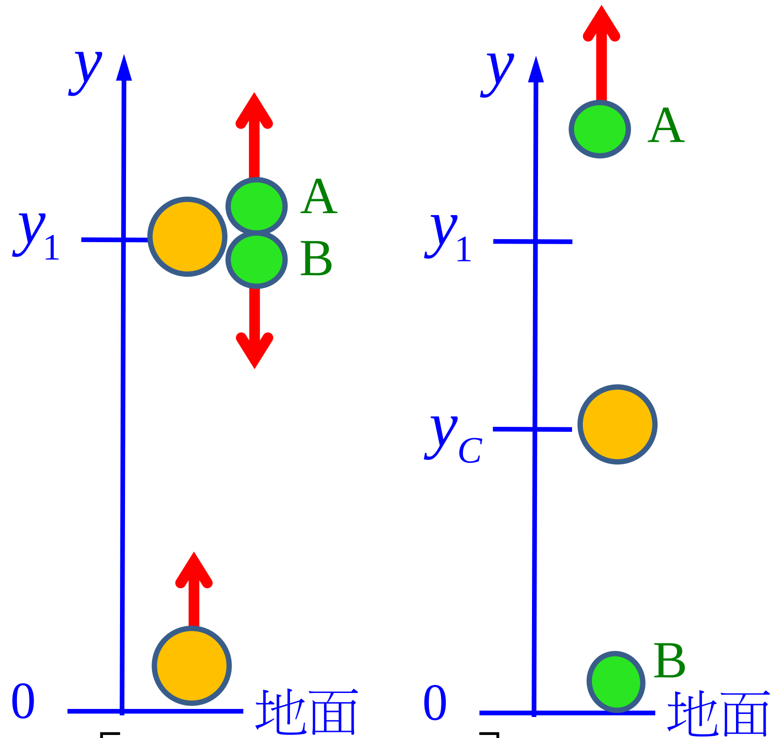


2. 一炸彈以初速40m/s自地面鉛直上拋，當達最高點時爆裂成兩個質量相等的裂片，其中一塊裂片於炸彈起拋後6秒落回地面，試問另一片於起拋後幾秒著地？(g＝10 m/s^2)

第13頁

$\because$ 炸彈爆炸後至一破片著地前,系統(兩破片)所受外力與炸彈未爆炸時相同

$\therefore$ 炸彈爆炸後至一破片著地前,系統質心與未爆炸時作相同加速度運動



$$\left[H=\frac{{v_0}^2}{2g}\right]\quad y_1=\frac{40^2}{2\times10}=80[m]$$

$$\left[t=\frac{v_0}{g}\right]\quad t_1=\frac{40}{10}=4[s]$$

$$\left[\Delta x=v_0t+\frac{1}{2}at^2\right]$$

自最高點分裂後經$6-4=2[s]$著地

$$-80=v_0\times2-\frac{1}{2}\times10\times2^2$$

$\rightarrow v_0=-30[m/s]\rightarrow$ 為向下拋射B

$$\left[\Delta x=v_0t+\frac{1}{2}at^2\right]$$

向上拋射A在爆炸後初速$30m/s$向上

$$-80=30\times t-\frac{1}{2}\times10\times t^2\rightarrow t=8$$

最高點爆炸前後瞬間動量守恆

$$0 = m \times (-30) + m \times v_A \rightarrow v_A = 30$$

向上拋射A在爆炸後初速$30m/s$向上

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2\right]$$令A自爆炸後歷時t落地

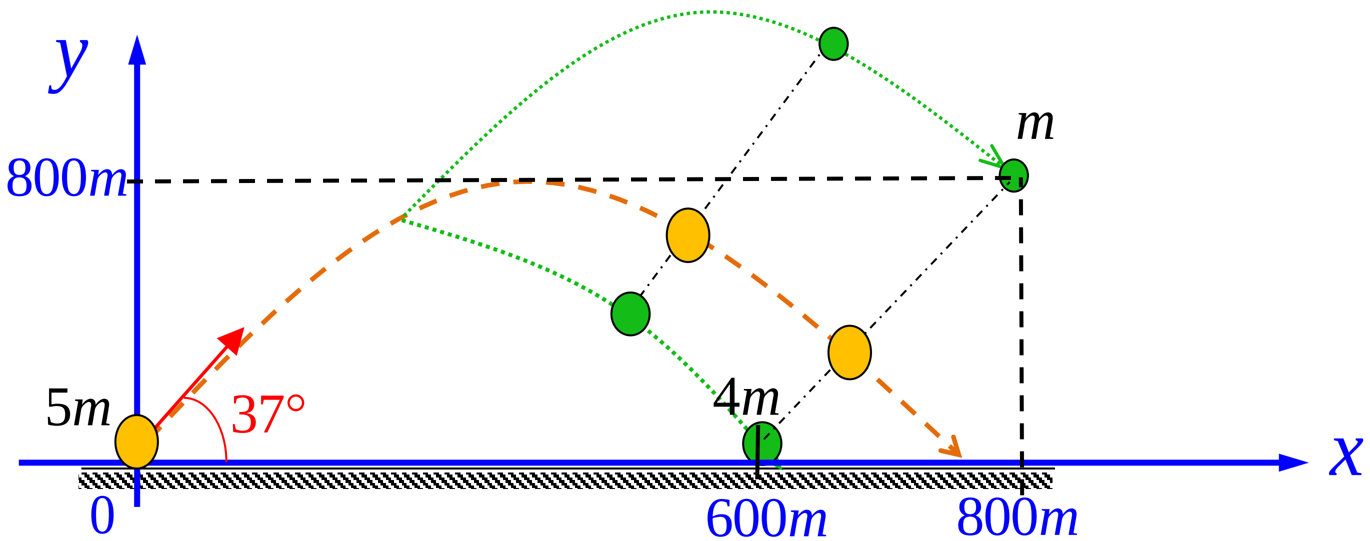
$$-80 = 30 \times t - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \rightarrow t = 8 \rightarrow 4 + 8 = 12[s]$$

第13頁

2.一砲彈以37∘仰角拋出，在**<u>途中</u>**爆炸為4：1之兩碎片。大碎片落地時距出發點600 m，此時小碎片之位置在水平距離800 m，高度800 m處，試問：(g＝10 m/s^2)

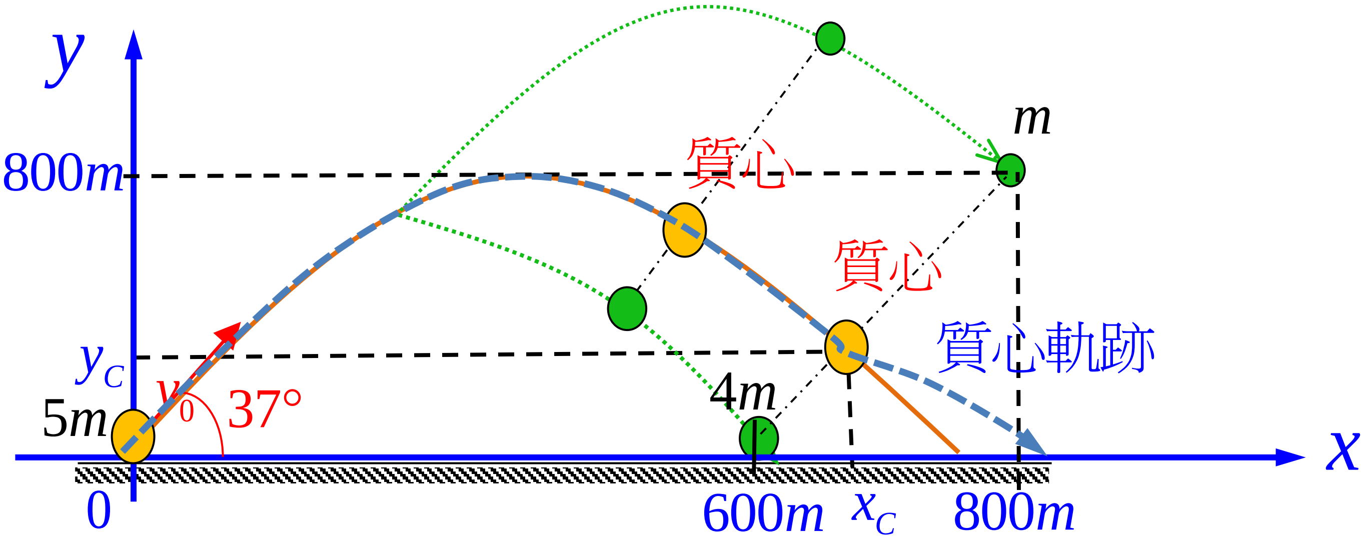
(1)這個時刻為發射後多久？

(2)砲彈的初速度量值為？



∵炸彈爆炸後至一破片著地前,系統(兩破片)所受外力與炸彈未爆炸時相同

∴炸彈爆炸後至一破片著地前,系統質心與未爆炸時作相同加速度運動



$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \times 800 + 4m \times 600}{m + 4m} = 640[m]$$

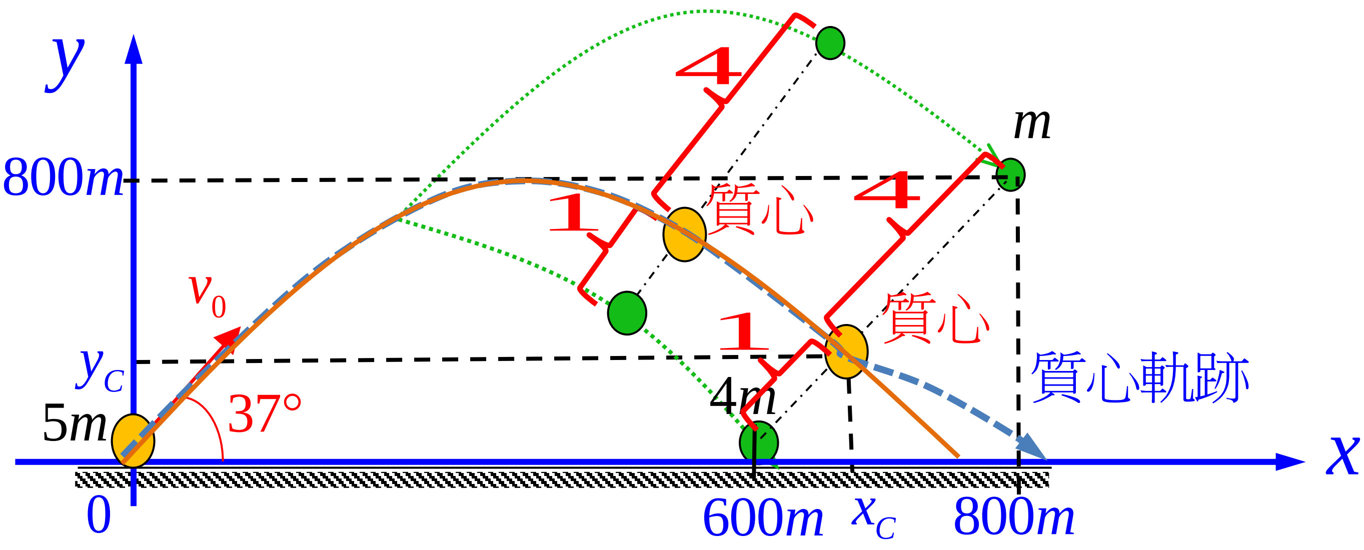
$$y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \times 800 + 4m \times 0}{m + 4m} = 160[m]$$

$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 640 = \frac{4}{5} v_0 t \\ 160 = \frac{3}{5} v_0 t - 5t^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow 160 = 480 - 5t^2 \rightarrow t = 8[s] \rightarrow v_0 = 100[m/s]$$

第13頁

[另解]



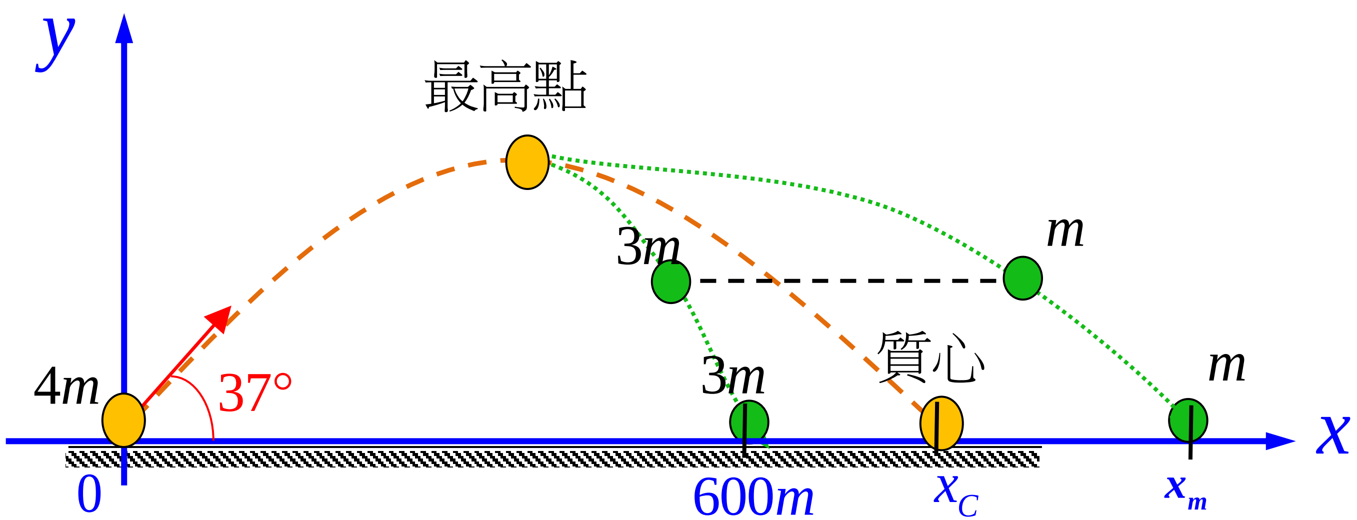
$$\left(x_C-600\right):\left(800-x_C\right)=1:4\rightarrow x_C=640\left[m\right]$$

$$y_C:\left(800-y_C\right)=1:4\rightarrow y_C=160\left[m\right]$$

$$\begin{cases} x=v_x t \\ y=v_y t-\dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}\rightarrow\begin{cases} 640=\dfrac{4}{5}v_0 t \\ 160=\dfrac{3}{5}v_0 t-5t^2 \end{cases}$$

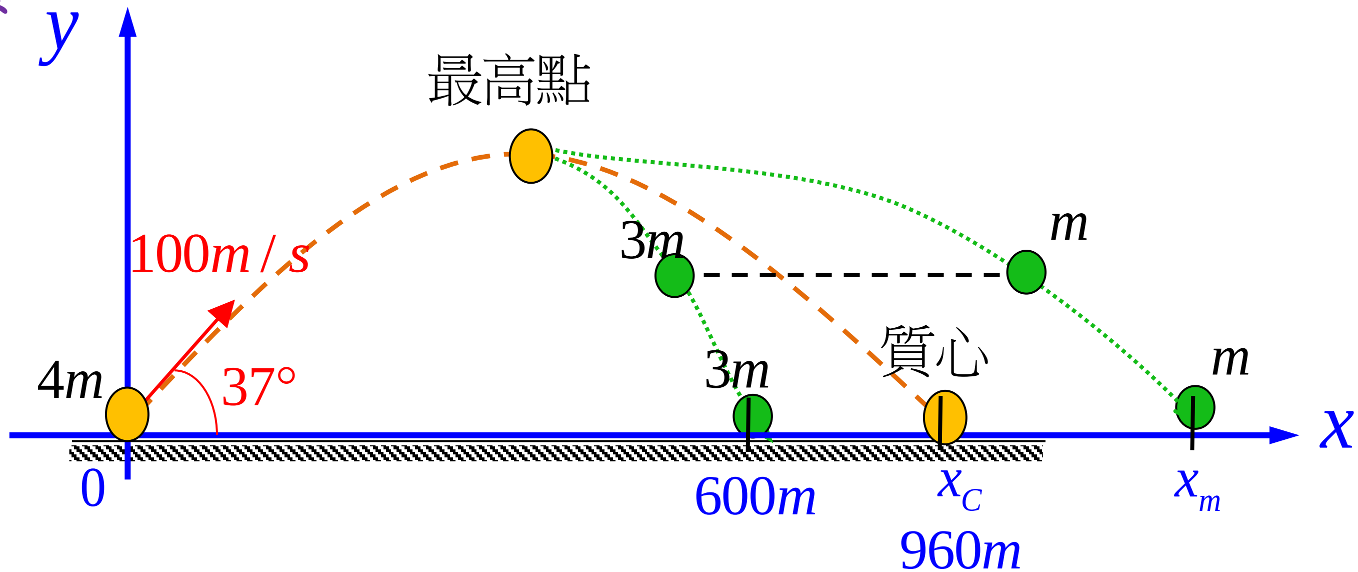
$$\rightarrow 160=480-5t^2\rightarrow t=8\left[s\right]\rightarrow v_0=100\left[m/s\right]$$

3.一砲彈以*100 m/s*、仰角*37*°的初速從地面發射（不計空氣阻力）。在最高點爆炸成兩碎片，質量比為*3：1*。兩碎片同時落地，且兩碎片的落地處和原砲彈的發射點在同一直線上，其中較大碎片落地處之位置距發射點*600 m*，求小碎片落地處距發射點多遠？（g＝*10 m/s²*）



∵炸彈爆炸後至一破片著地前,系統(兩破片)所受外力與炸彈未爆炸時相同

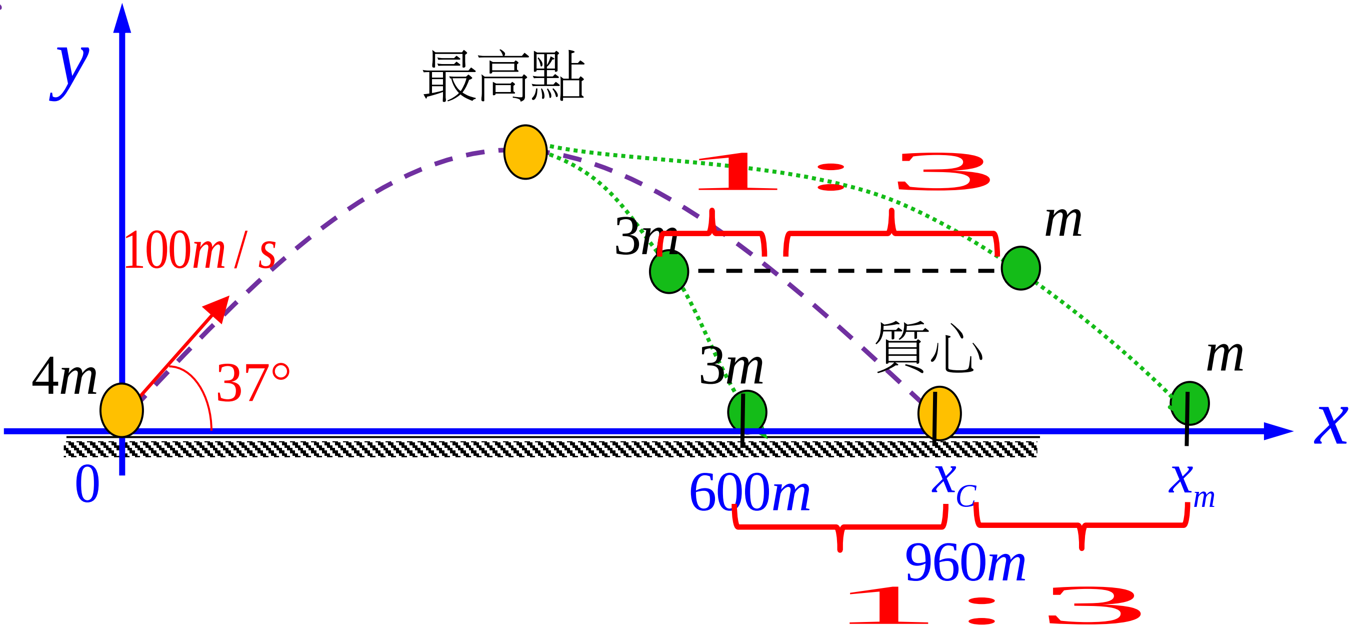
∴炸彈爆炸後至一破片著地前,系統質心與未爆炸時作相同加速度運動



$$\left[R=\frac{2v_0^{\,2}\sin\theta\cos\theta}{g}\right] \quad x_C=\frac{2\times100^2\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}}{10}=960[m]$$

$$\left[x_C=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}\right] \quad 960=\frac{3m\times600+m\times x_m}{3m+m} \;\therefore\; x_m=2040[m]$$

[另解]



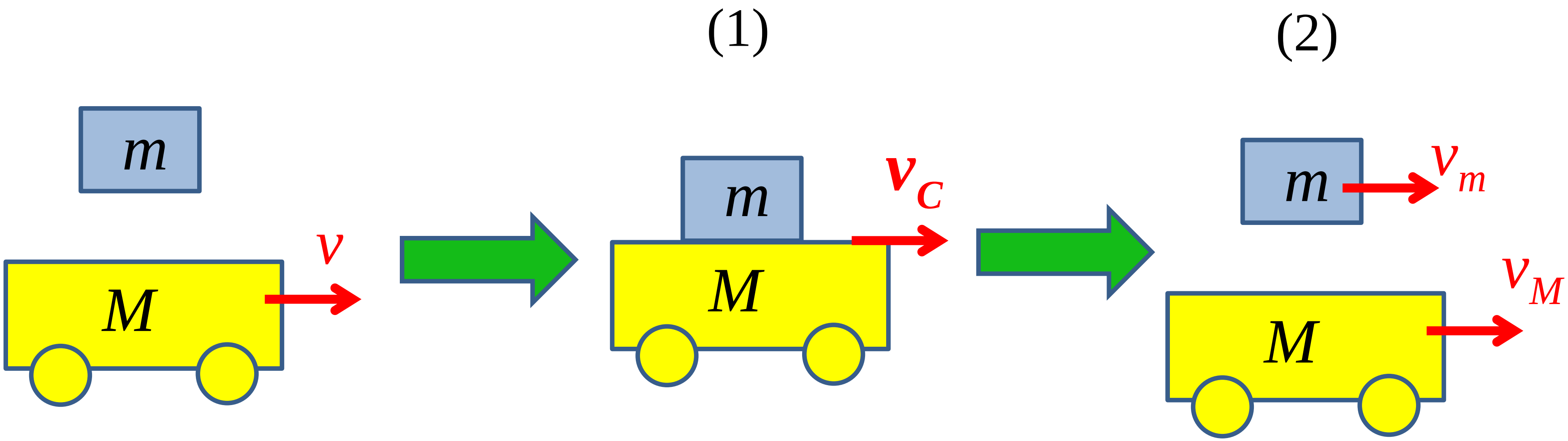
$$(960-600):(x_m-960)=1:3 \qquad \therefore x_m=2040[m]$$

第15頁

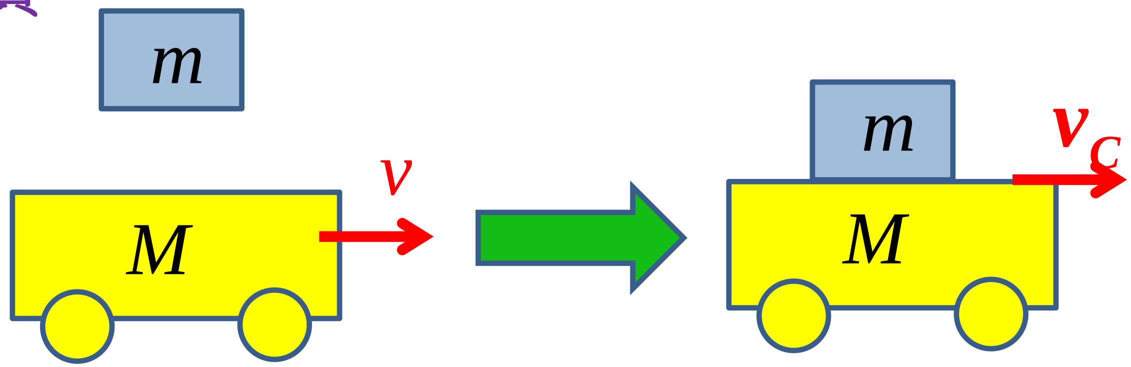
1.一質量*m*的小車，以*v*的速度在光滑水平面上運動。一塊質量為*M*的磚垂直的落在車上，則：

(1)小車的速度大小為？

(2)將磚塊用繩垂直地面上拉，當磚塊離開小車後小車之速度為？



(1)

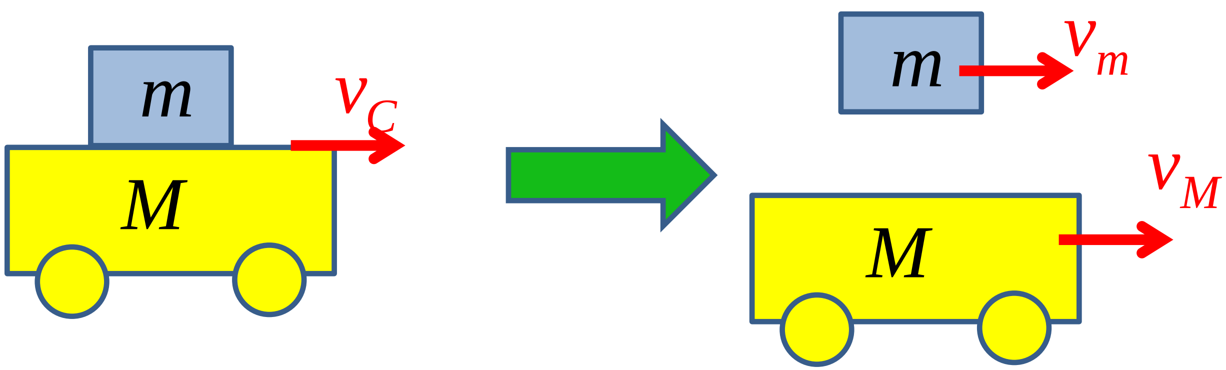


將滑車與砝碼視為一體，因滑車的軌道是光滑的

滑車與砝碼：水平方向的總動量守恆

$$Mv = (M+m)v_C \rightarrow v_C = \frac{Mv}{M+m}$$

(2)

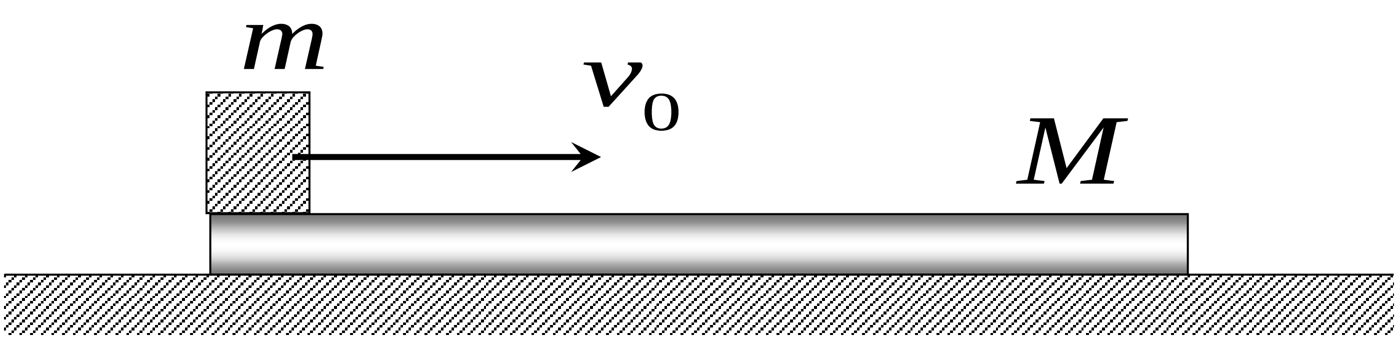


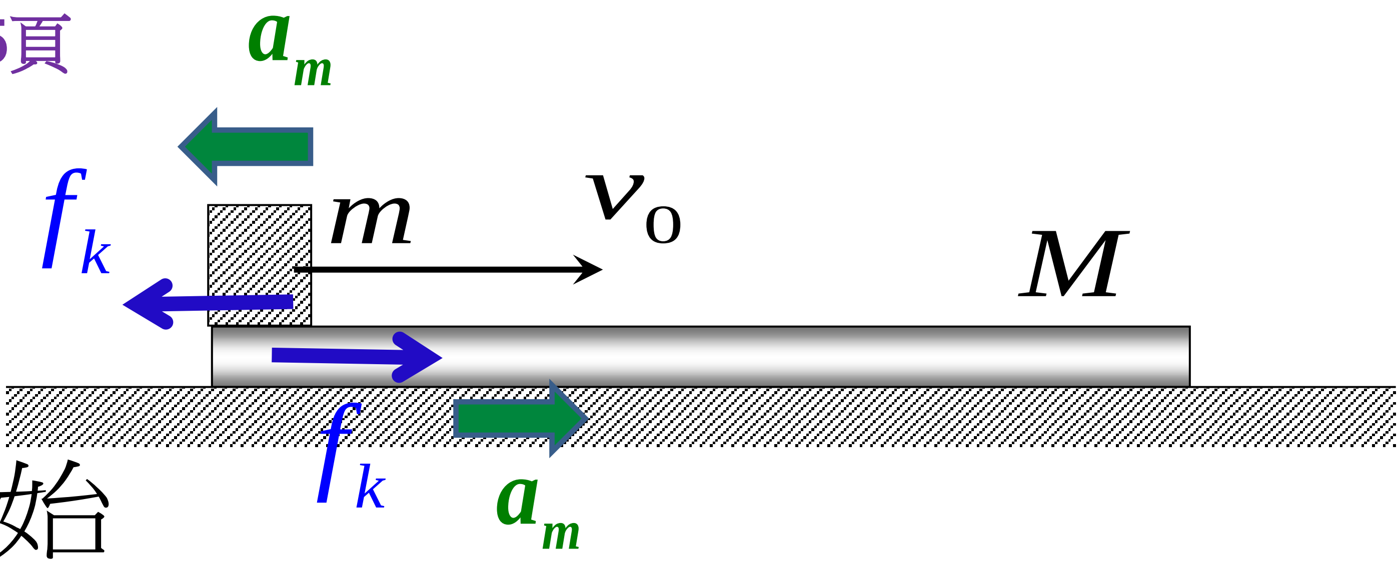
將磚塊用繩垂直地面上拉　m M水平方向均不受力

所以 m M速度均不變

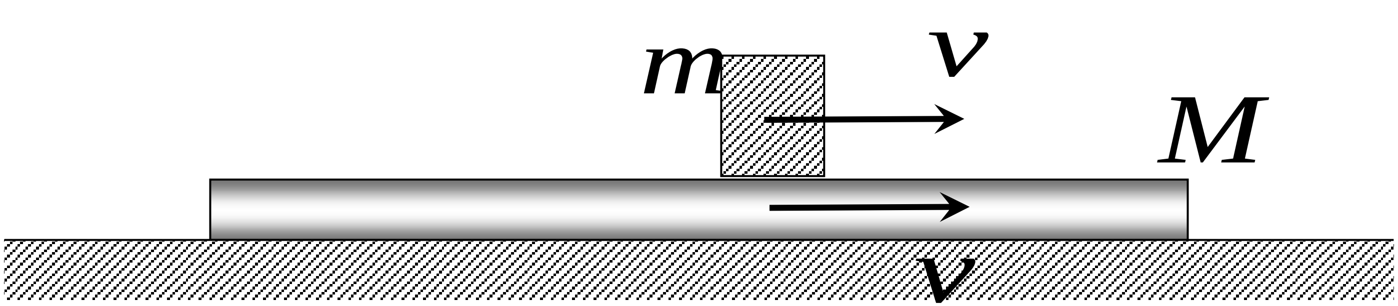
$$v_m = v_M = v_C = \frac{Mv}{M+m}$$

2.光滑平面上，質量*M*的靜止木板上，有一木塊以初速v_0向右衝出，如圖所示。已知木塊質量為*m* ，木板與木塊間的動摩擦係數為μ，則當木塊與木板移動的速度相同時
(1)木塊的末速為？(2)自木塊衝出後需要多久時間？



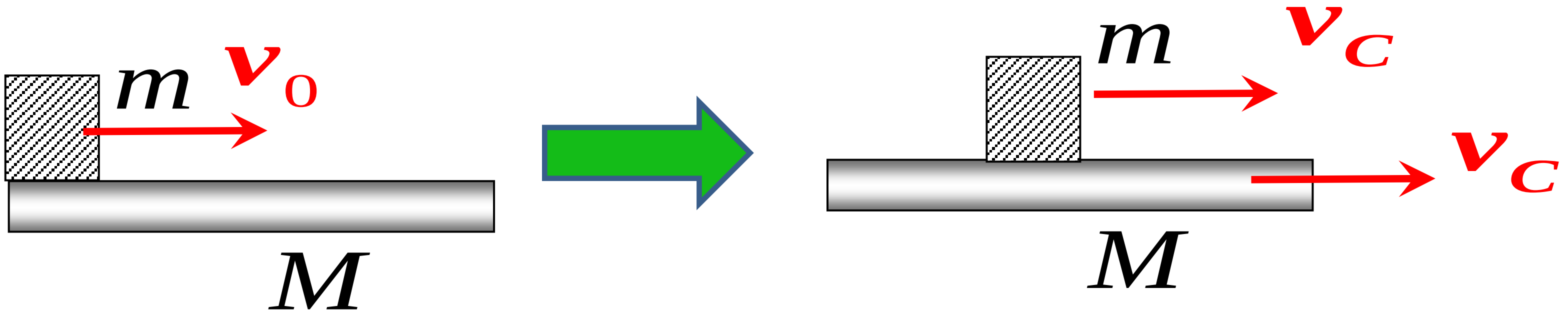


初始



m M 等速　　沒有摩擦力了

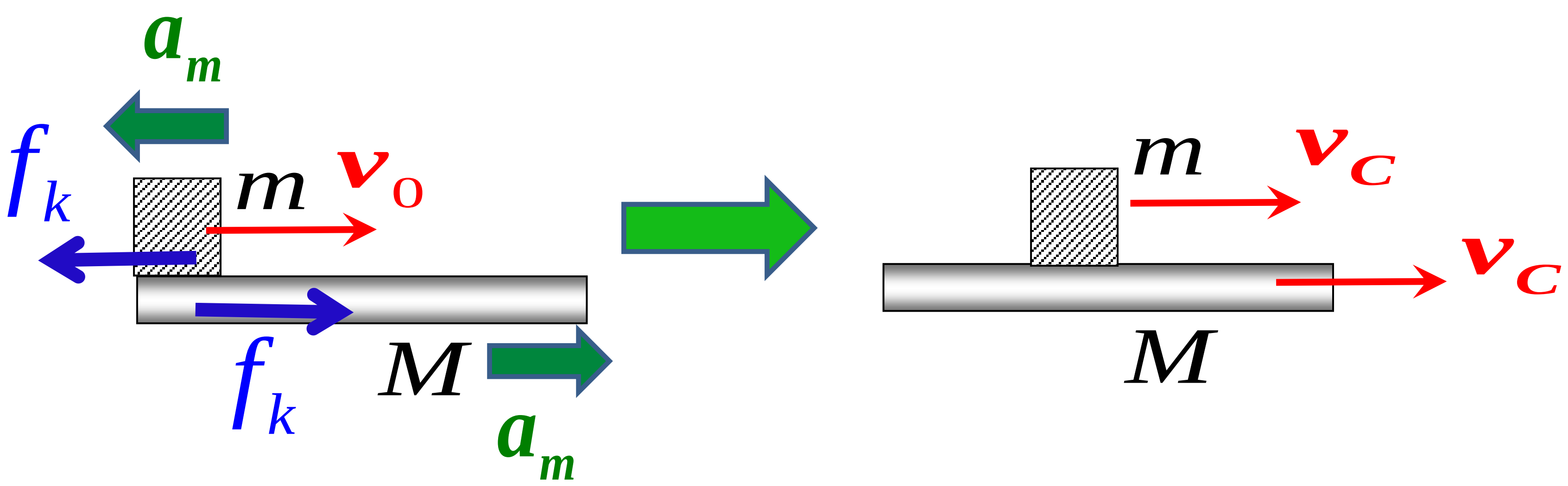
(1)



$m+M$: 水平方向的總動量守恆

$$Mv=(M+m)v_C \rightarrow v_C=\frac{Mv}{M+m}$$

(2)



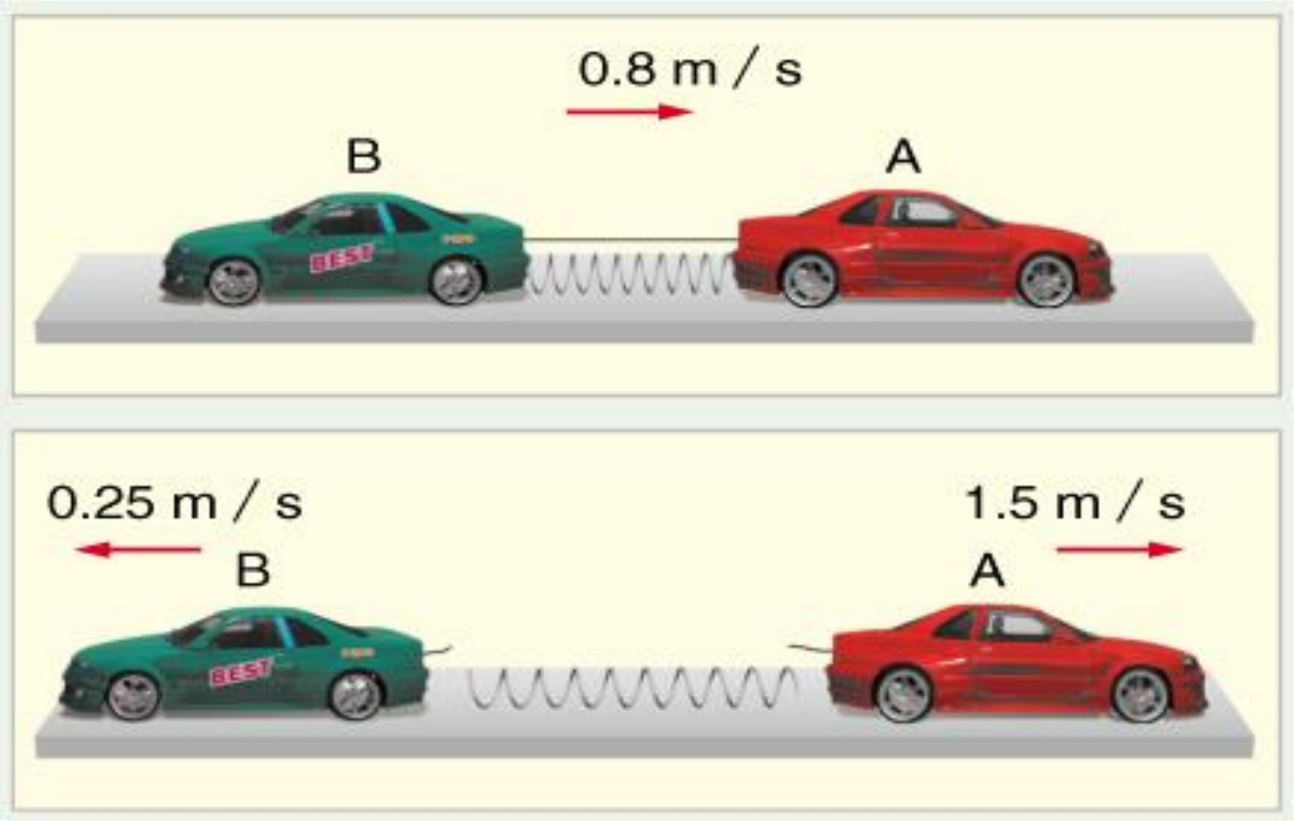
$$f_k = \mu mg \rightarrow \begin{cases} a_m = \dfrac{f_k}{m} = \mu g \\ a_M = \dfrac{f_k}{M} = \dfrac{m}{M}\mu g \end{cases}$$

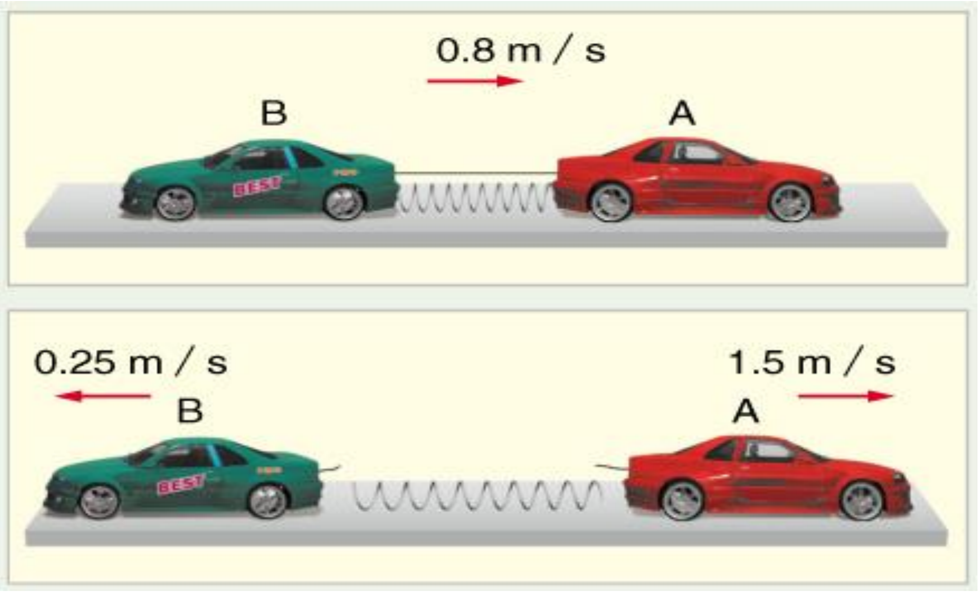
$$M \ :[v = v_0 + at] \quad \frac{Mv_0}{M+m} = \frac{m}{M}\mu gt$$

$$\therefore t = \frac{M}{M+m}\frac{v_0}{\mu g}$$

第16頁

1.兩輛玩具車A 與B，中間以細繩連接，並裝有受壓縮的彈簧，同時以 0.8 *m/s* 的速度向右運動。若細繩被燒斷，彈簧將向外伸展，造成A車以1.5 *m/s* 的速度向右運動、B 車以0.25 *m/s* 的速度向左運動，若A車的質量為3 *kg*，求：(1) B 車的質量。(2)彈簧伸展時，兩車的質心速度





A+B : 水平方向的總動量守恆　令向右為正

(1) $(3+m_{\mathrm{B}})\times 0.8 = 3\times 1.5 + m_{\mathrm{B}}\times(-0.25) \therefore m_{\mathrm{B}} = 2[kg]$

(2) 質心速度不變　$v_C = 0.8[m/s]$

2.質量2×10^4 *kg*、速率0.5 *m/s* 向東行駛的A 車，與質量3×10^4 *kg*、速率0.4 *m/s* 向西行駛的B 車迎面撞擊，假設兩車碰撞後連結在一起，求：(1) A、B 兩車碰撞後的共同速度？
(2) A、B 兩車因為碰撞而獲得的衝量各為多少？

(1)

A+B：水平方向的總動量守恆　令向東為正

$$2\times10^4\times0.5+3\times10^4\times(-0.4)=(2\times10^4+3\times10^4)\times v_C$$

$$\therefore v_C=-0.04\left[m/s\right]\rightarrow\ 0.04m/s\text{向西}$$

(2) $\left[\vec{J} = \Delta\vec{P} = m\Delta\vec{v}\right]$

$$A : \overrightarrow{J_A} = 2\times10^4\times(-0.04-0.5) = -1.08\times10^4\,[kg\cdot m/s]$$

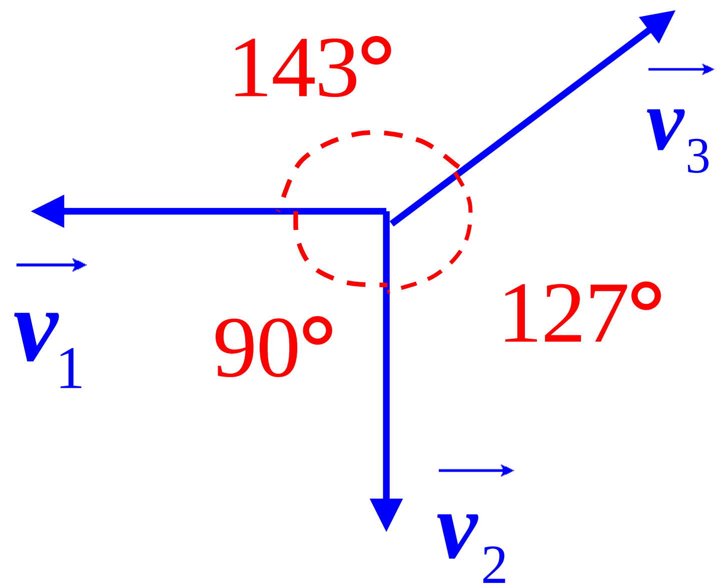
$\rightarrow$ $1.08\times10^4\,kg\cdot m/s$向西

$$B : \overrightarrow{J_B} = 3\times10^4\times(-0.04-(-0.4)) = +1.08\times10^4\,[kg\cdot m/s]$$

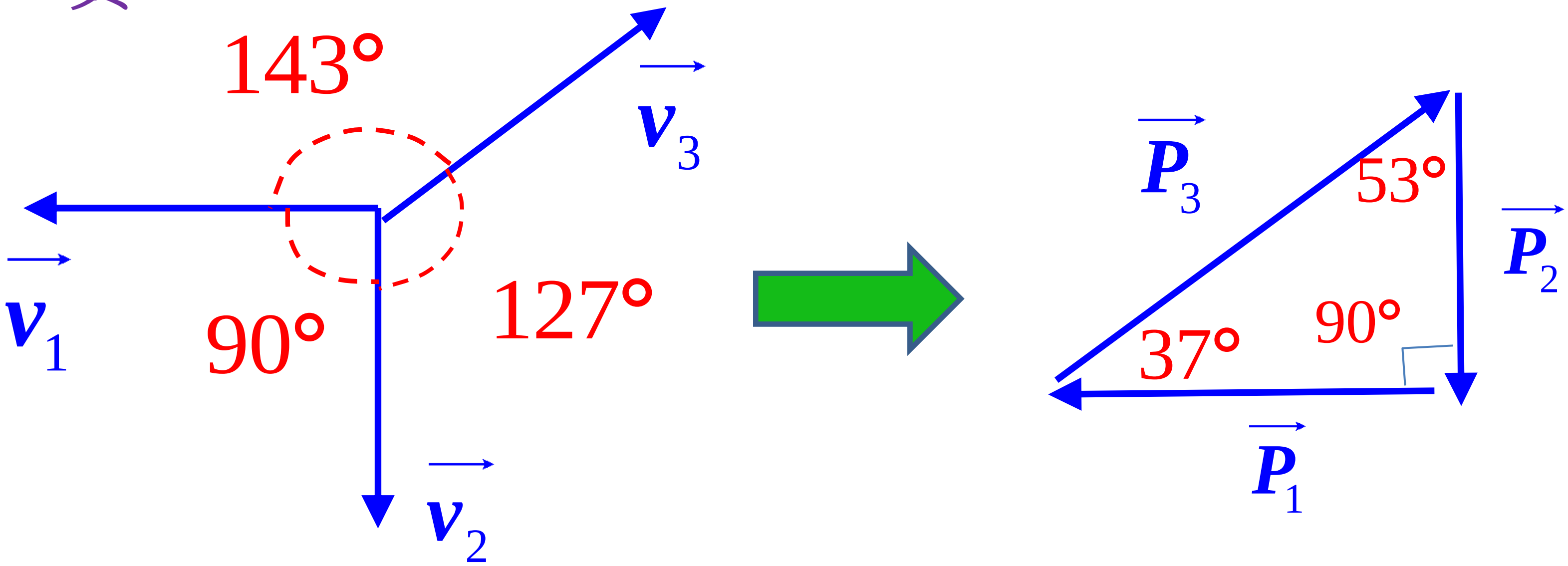
$\rightarrow$ $1.08\times10^4\,kg\cdot m/s$向東

$$\boxed{\overrightarrow{J_A} = -\overrightarrow{J_B}}$$

1.砲彈原為靜止, 若突然爆裂為三碎塊 ,如圖方式水平射出,已知其速率比 $\upsilon_1 : \upsilon_2 : \upsilon_3 = 2 : 1 : 5$, 忽略外界摩擦阻力，此三碎塊質量 $m_1 : m_2 : m_3$ 之比為？



第17頁



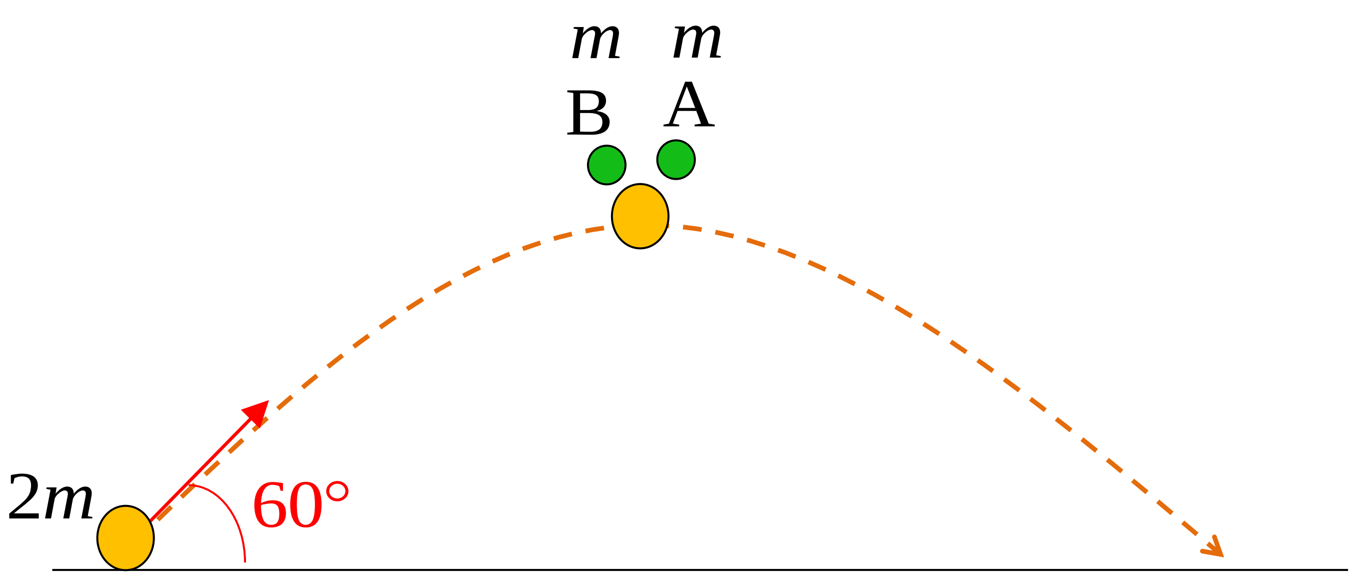
砲彈爆炸前後：水平不受外力 總動量守恆

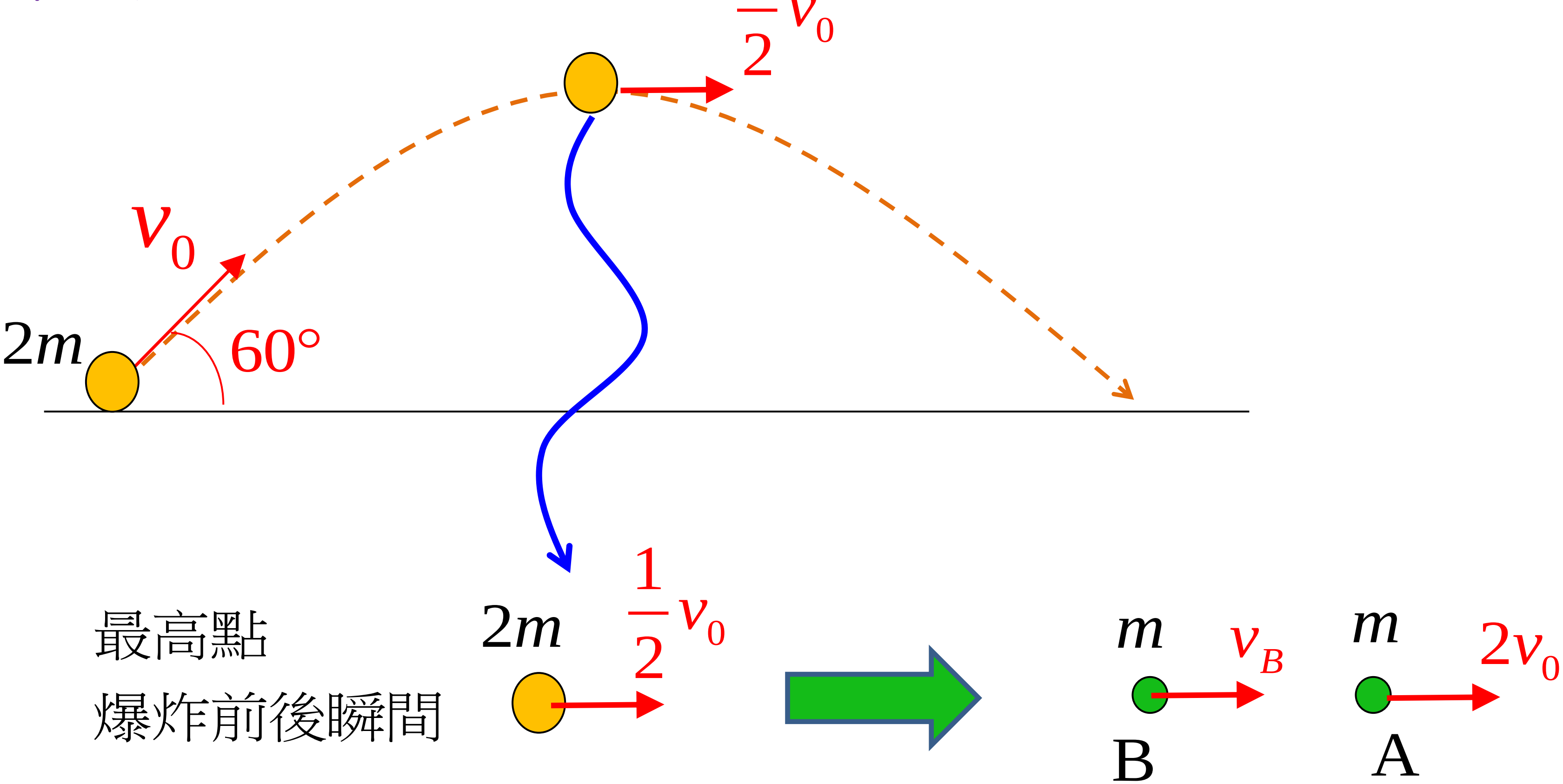
$$\vec{P}_1+\vec{P}_2+\vec{P}_3=0 \qquad P_1:P_2:P_3=4:3:5$$

已知 $v_1:v_2:v_3=2:1:5$

$$\therefore\left[m=\frac{P}{v}\right]m_1:m_2:m_3=\frac{4}{2}:\frac{3}{1}:\frac{5}{5}=2:3:1$$

2.一砲彈自地面以v_0的初速仰角60°發射，至最高點時然爆炸成質量相等運動方向相反的兩碎片。設*A*碎片爆炸後瞬間的速率為$2v_0$與未爆時同向，則*B*碎片速率為？





砲彈爆炸前後瞬間：總動量守恆

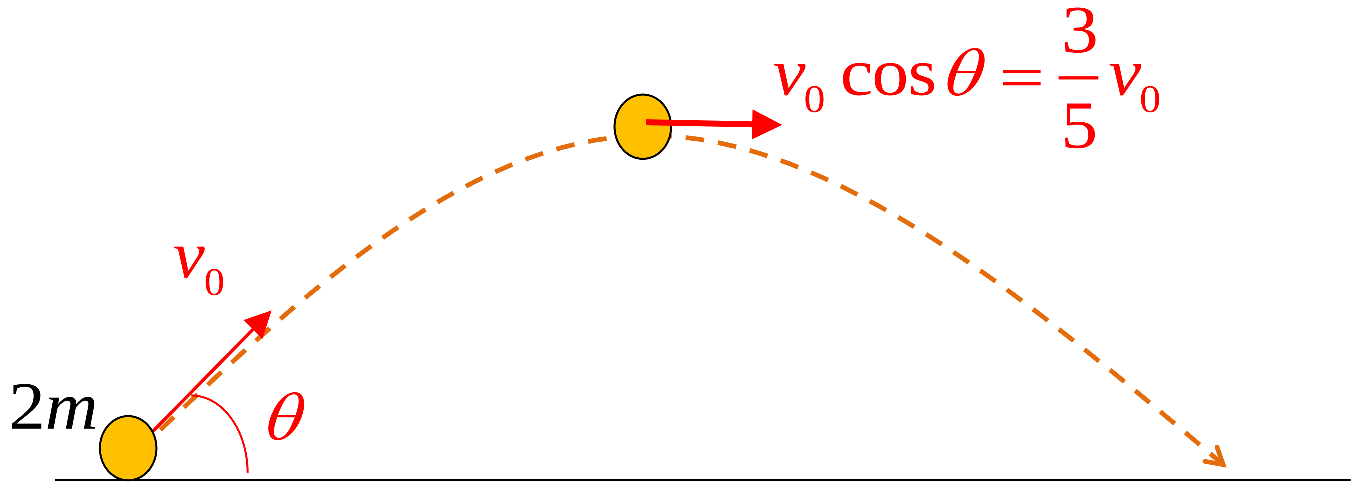
$$2m\times\frac{1}{2}v_0=m\times 2v_0+m\times v_B$$

$$\therefore v_B=-v_0\rightarrow\ v_0\text{與爆炸前反向}$$

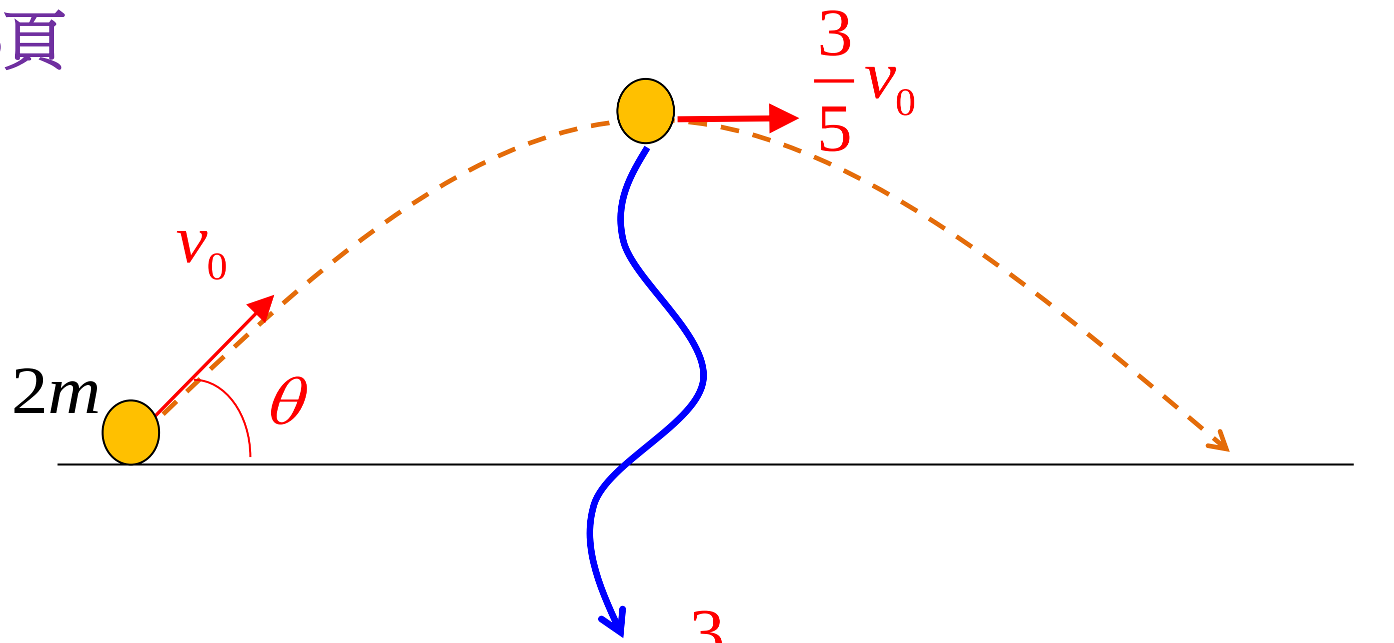
1. 自水平地面作斜拋運動之物體，在最高點時之動量量值恰為拋出時的3/5；此時突然 分裂為質量相等的AB兩塊，其中A塊以初速為零落下，則

（1）A塊落地時的動量量值與原拋出時物體動量量值之比值為？

（2）若物體初速度v_0，重力加速度g，則AB著地處距離多遠？

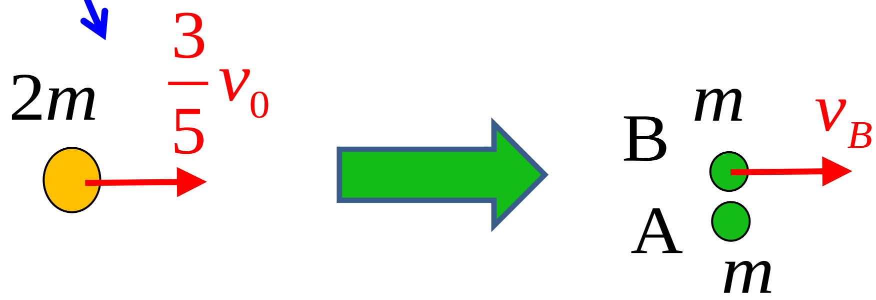


$$v_0\cos\theta=\frac{3}{5}v_0 \rightarrow \theta=53^\circ$$



最高點

爆炸前後瞬間

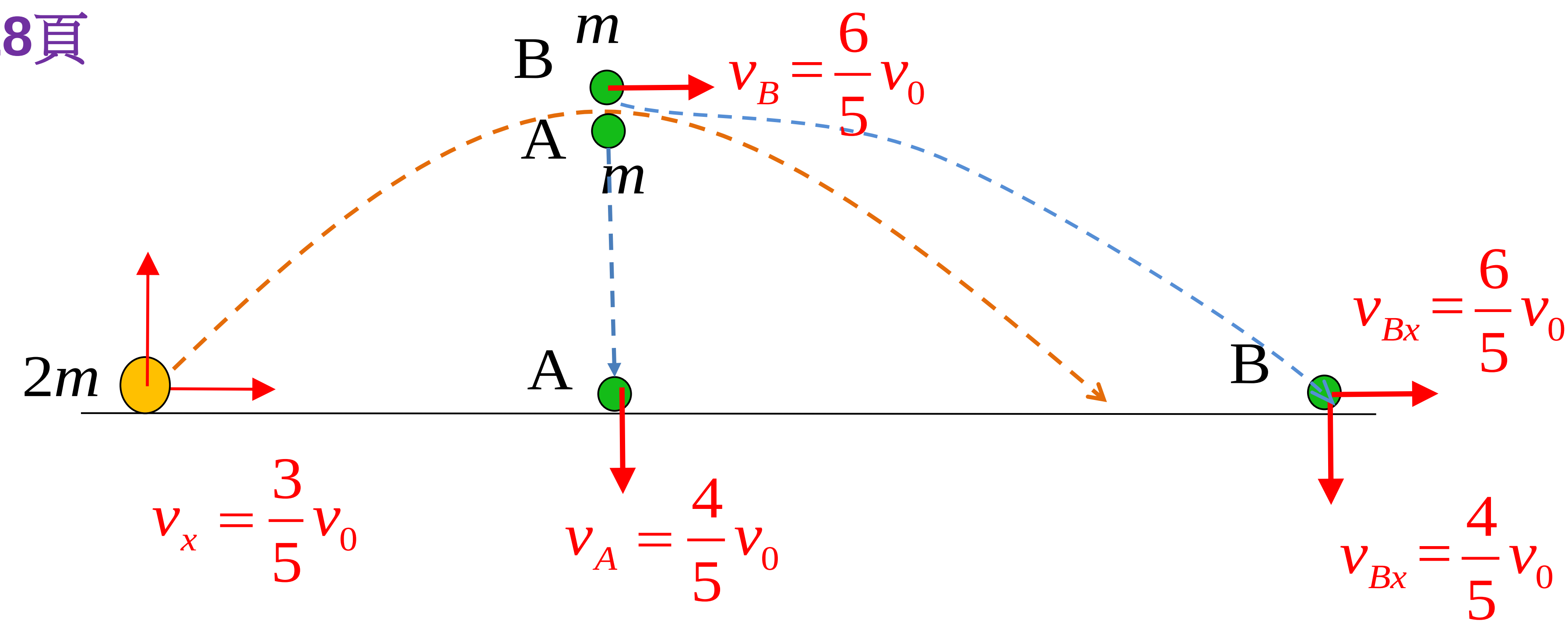


爆炸前後瞬間：總動量守恆

$$2m\times\frac{3}{5}v_0=m\times 0+m\times v_B$$

$$\therefore v_B=\frac{6}{5}v_0\rightarrow\ \frac{6}{5}v_0\text{與分裂前同向}$$

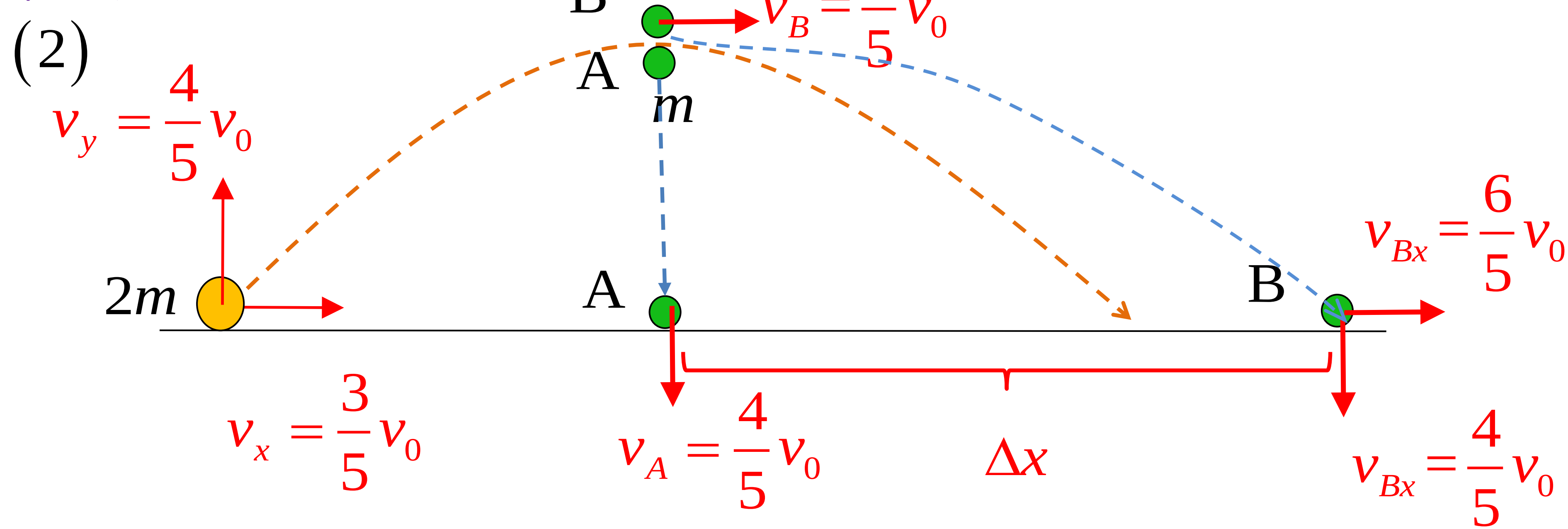
(1)



原拋出物體動量$P_0 = 2mv_0$

碎片A著地動量$P_A = m \times \frac{4}{5}v_0$

$$\therefore \frac{P_A}{P_0} = \frac{m \times \frac{4}{5}v_0}{2mv_0} = \frac{2}{5}$$

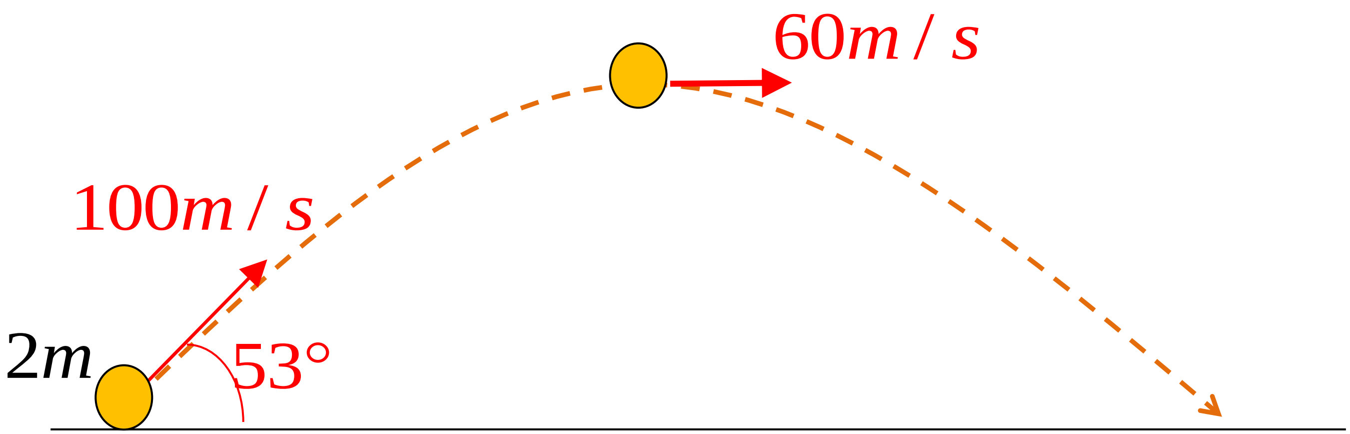


碎片 B：

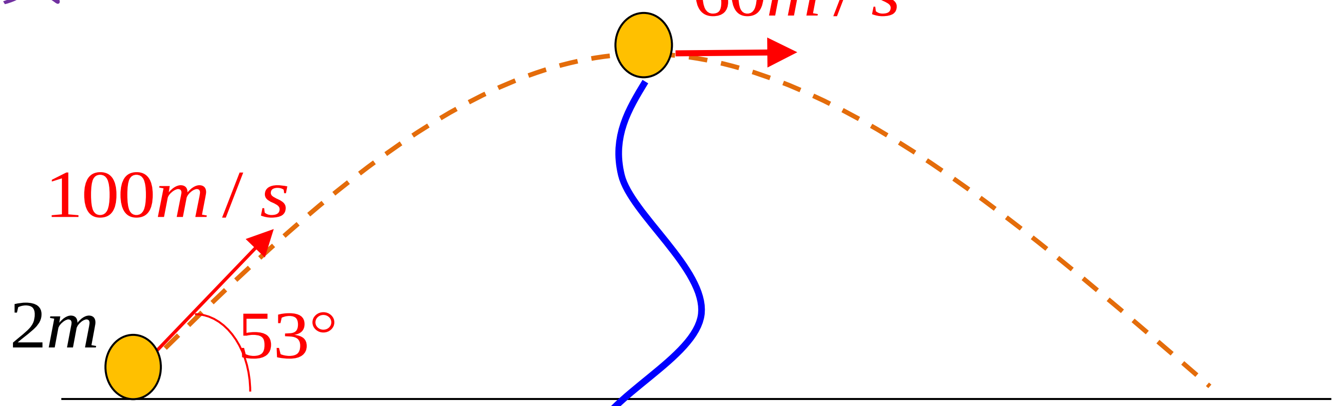
自最高點到著地歷時 $[v=v_0+at]$ $t=\dfrac{\frac{4}{5}v_0}{g}=\dfrac{4}{5}\dfrac{v_0}{g}$

水平射程 $[\Delta x=v_0t]$ $\Delta x=\dfrac{6}{5}v_0\times\dfrac{4}{5}\dfrac{v_0}{g}=\dfrac{24}{25}\dfrac{v_0{}^2}{g}$

2.以初速*100m/s*，仰角53°斜拋一物體，到達最高點時爆裂為質量相等的兩塊，其中一塊以初速*18m/s*鉛直落下，則：
(1)兩碎片著地時相距？
(2)兩碎片均著地後，質心距原拋射點多遠？（$g=10m/s^2$）

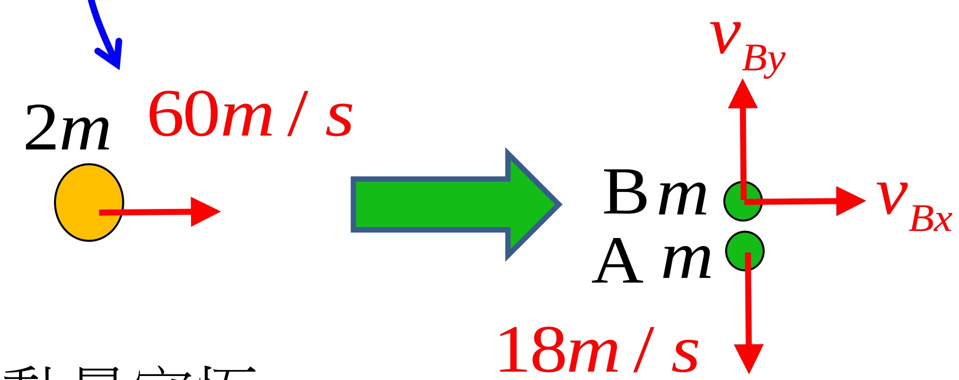


第18頁



最高點

爆炸前後瞬間

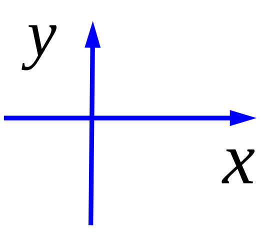


爆炸前後瞬間：總動量守恆

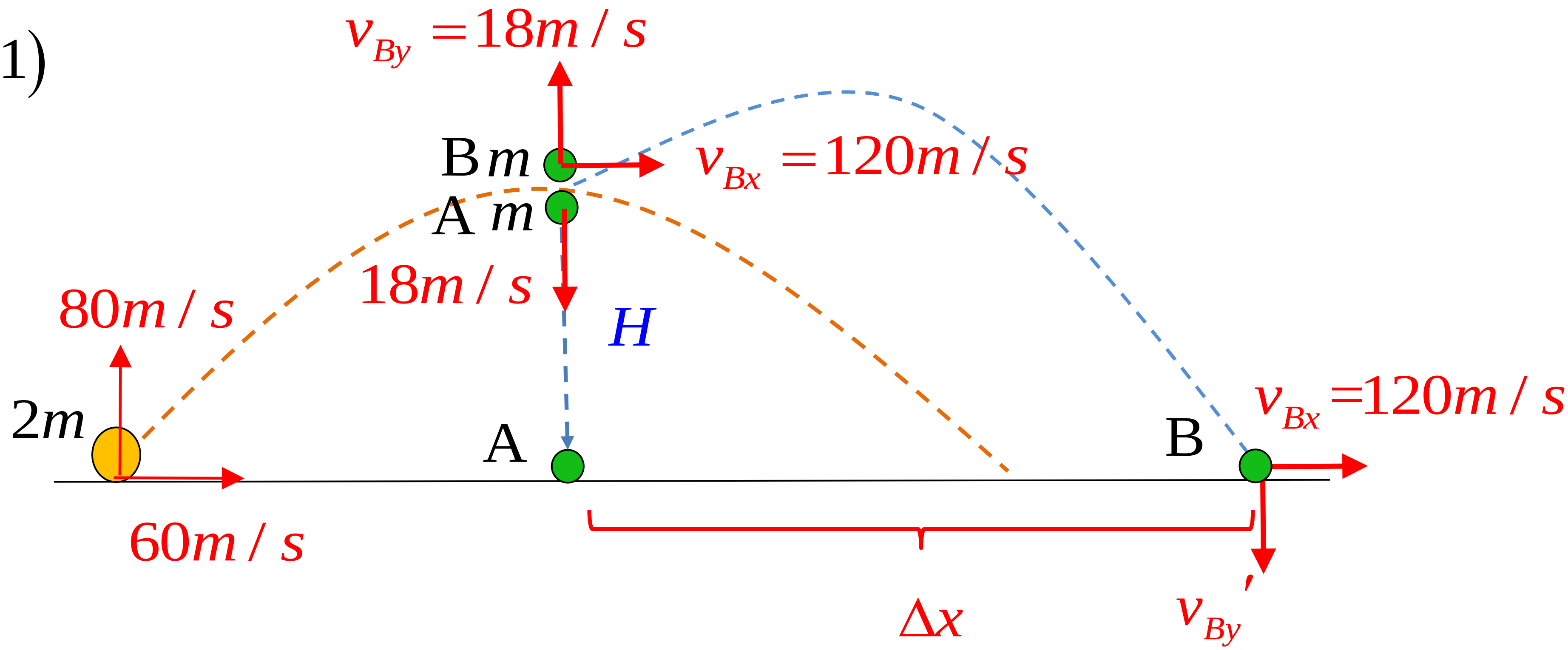
$$\begin{cases} x: 2m \times 60 = m \times 0 + m \times v_{Bx} \\ y: 0 = m \times (-18) + m \times v_{By} \end{cases}$$

$$\therefore v_{Bx} = 120 \qquad v_{By} = 18$$

令向右+x 向上+y



(1)



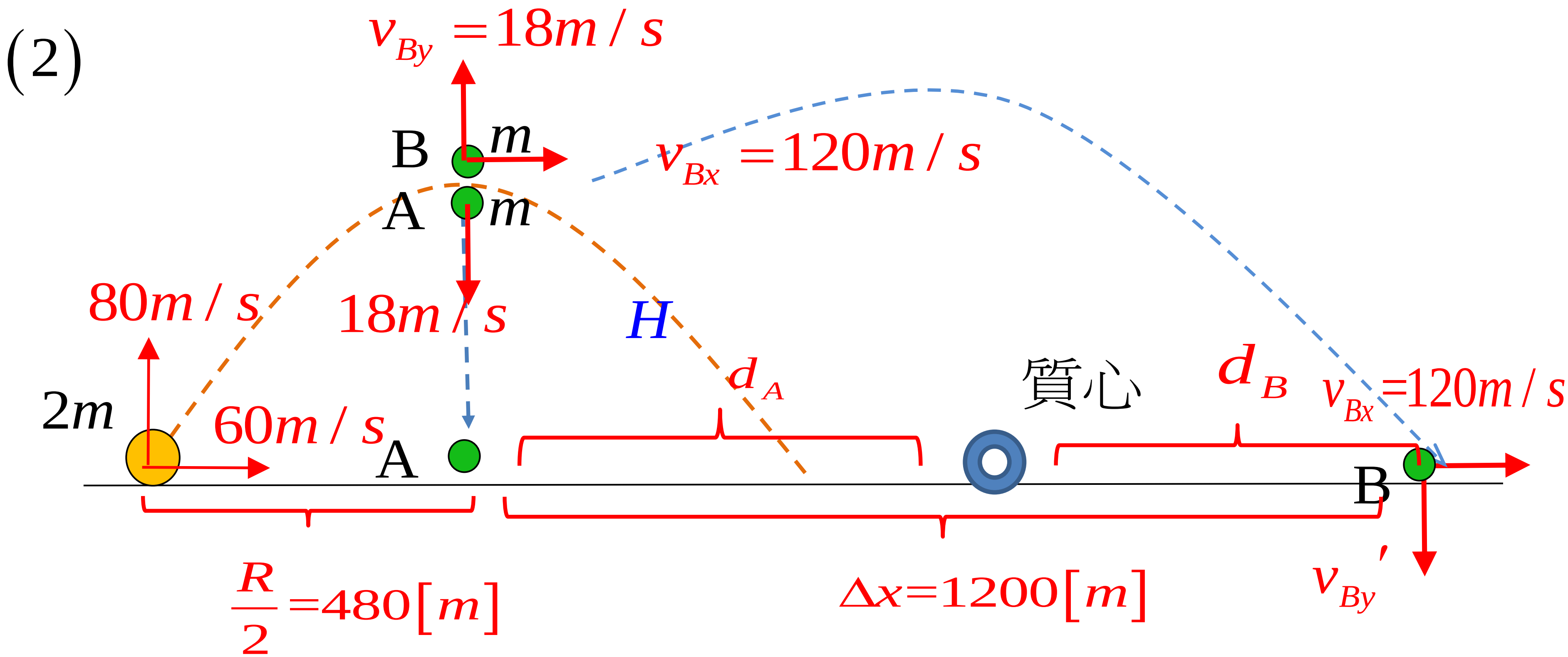
原物體自拋出到最高點: $\left[H=\dfrac{v_0^{\,2}}{2g}\right]$ $H=\dfrac{80^2}{2\times10}=320[m]$

碎片B:

自最高點到著地歷時$\left[\Delta x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2\right]$ $-320=18t-5t^2 \rightarrow t=10[s]$

水平射程$[\Delta x=v_0t]$ $\Delta x=120\times10=1200[m]$

(2)



原物體自拋出到最高點：$\left[R=\frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}\right]$ $R=\frac{2\times80\times60}{10}=960[m]$

$d_A:d_B=1:1\rightarrow d_A=d_B=\frac{1200}{2}=600[m]$

質心距拋射點$=480+600=1080[m]$

第19頁

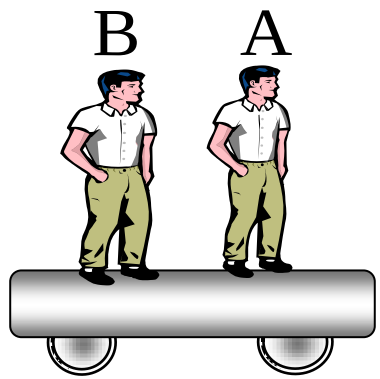
質量為*5 m*之臺車，靜止於光滑水平地板上，車上有2個質量皆為*m*之人，每人以速度 水平跳離臺車，則：

(1) 2人相繼跳下後，則臺車末速度為？

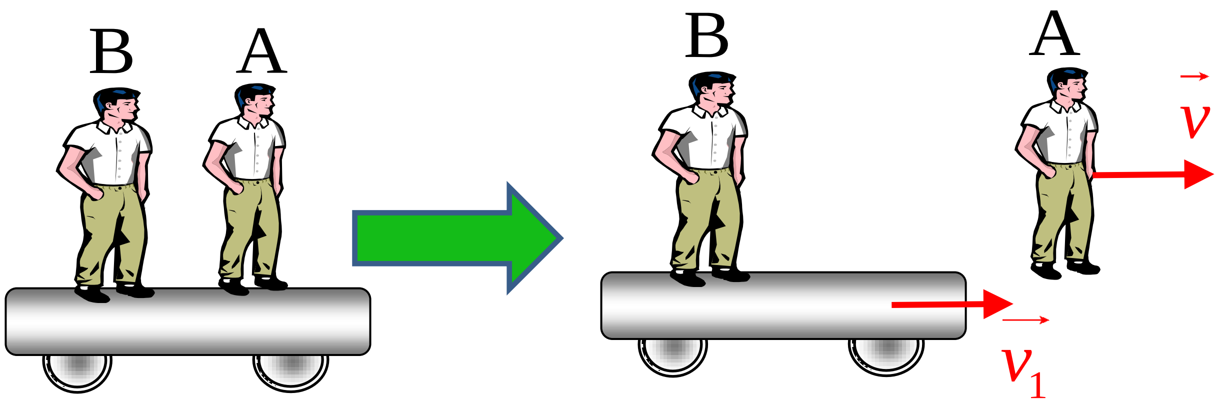
(2) 2人同時跳下後，則臺車末速度為？

(3) 若題目改成每人以**之**速度 **相對於各人跳車前臺車**水平跳離臺車，則 (1)(2) 結果為？

(4) 若題目改成每人以**之**速度 **相對於各人跳車後臺車**水平跳離臺車，則 (1) (2)結果為？

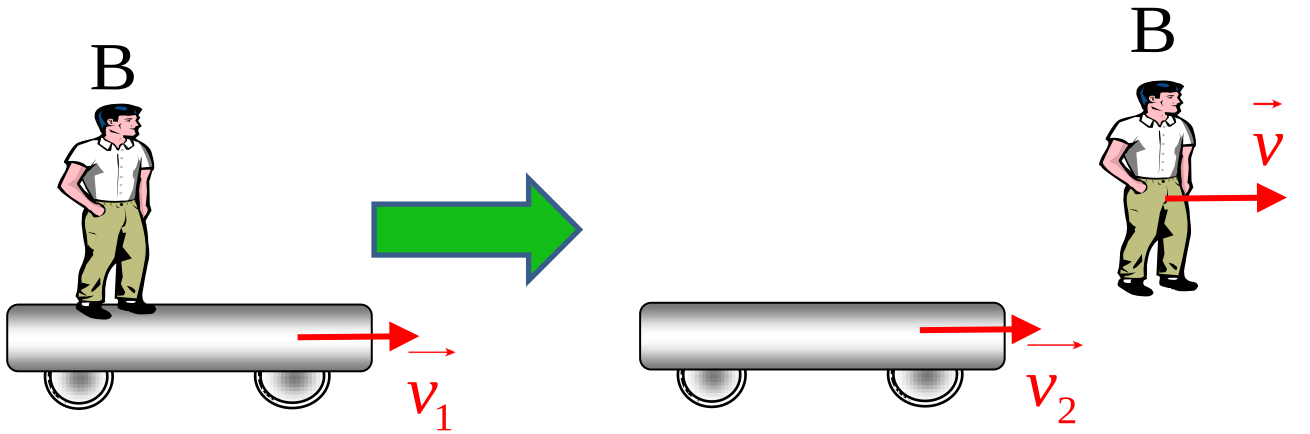


(1)



2人(A+B)+車：水平不受外力 總動量守恆

$$0 = m \times \vec{v} + (m + 5m) \times \vec{v_1} \quad \therefore \vec{v_1} = -\frac{1}{6}\vec{v}$$

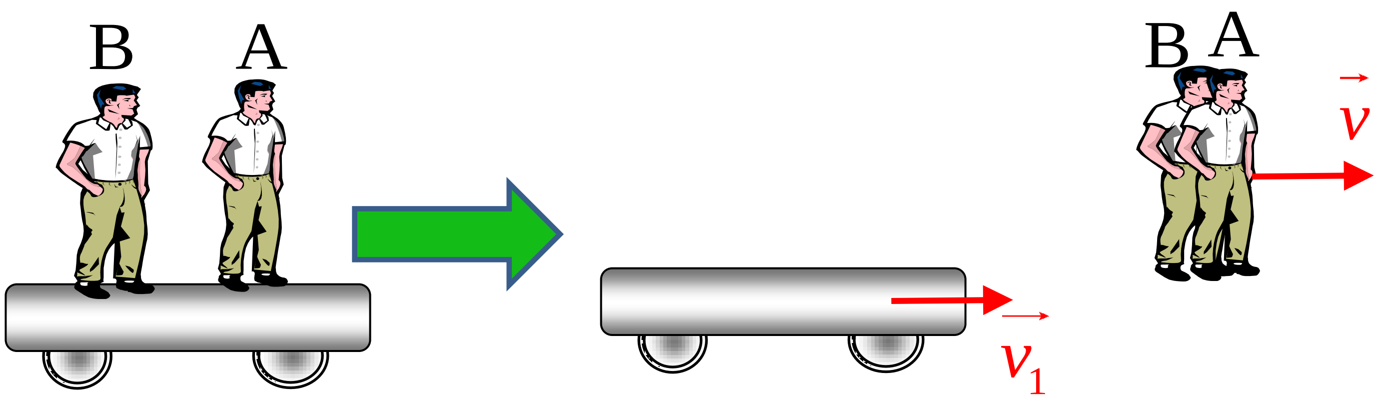


1人(B)+車：水平不受外力 總動量守恆

$$(m+5m)\times\vec{v_1} = m\times\vec{v}+5m\times\vec{v_2} \qquad \therefore \vec{v_2} = -\frac{2}{5}\vec{v}$$

$$= -m\times\vec{v}$$

(2)

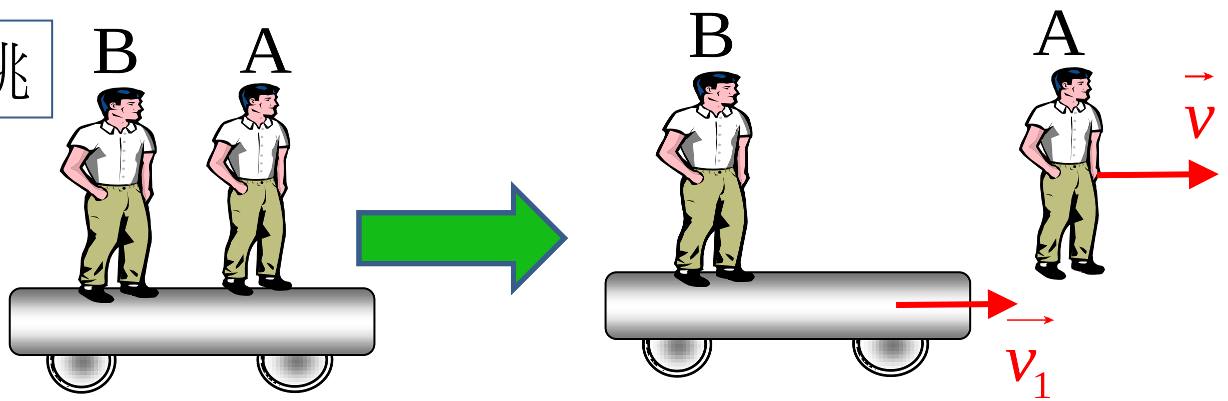


2人(A+B)+車 : 水平不受外力 總動量守恆

$$0 = 2m \times \vec{v} + 5m \times \vec{v}_1 \quad \therefore \vec{v}_1 = -\frac{2}{5}\vec{v}$$

(3)

相繼跳

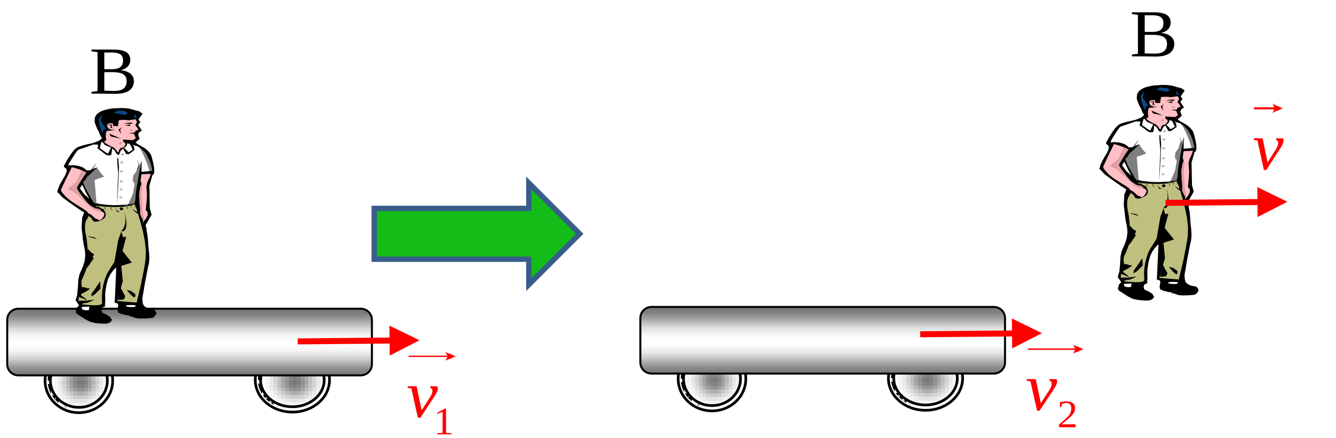


對地才會總動量守恆

$$\left[\overrightarrow{v_{人地}}=\overrightarrow{v_{人車}}+\overrightarrow{v_{車地}}\right] \quad A跳出時\ \overrightarrow{v_{人地}}=\vec{v}+0=\vec{v}$$

2人(A+B)+車 : 水平不受外力 總動量守恆

$$0=m\times\vec{v}+\left(m+5m\right)\times\overrightarrow{v_1} \quad \therefore \overrightarrow{v_1}=-\frac{1}{6}\vec{v}$$



$$\left[\overrightarrow{v_{人地}}=\overrightarrow{v_{人車}}+\overrightarrow{v_{車地}}\right]$$

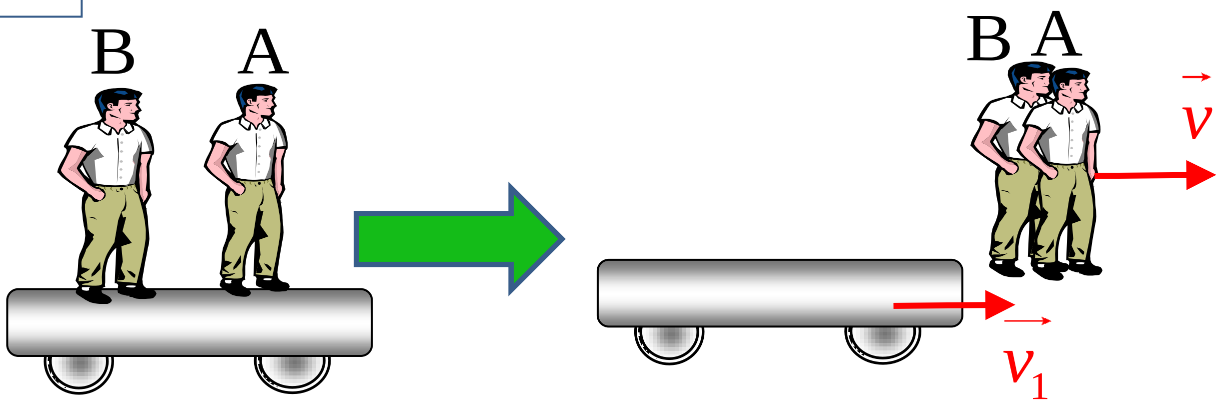
B跳出時 $\overrightarrow{v_{人地}}=\vec{v}+\vec{v_1}=\vec{v}+\left(-\frac{1}{6}\vec{v}\right)=\frac{5}{6}\vec{v}$

1人(B)+車：水平不受外力 總動量守恆

$$(m+5m)\times\vec{v_1}=m\times\frac{5}{6}\vec{v}+5m\times\vec{v_2} \quad \therefore \vec{v_2}=-\frac{11}{30}\vec{v}$$

$$=-m\times\vec{v}$$

同時跳



對地才會總動量守恆

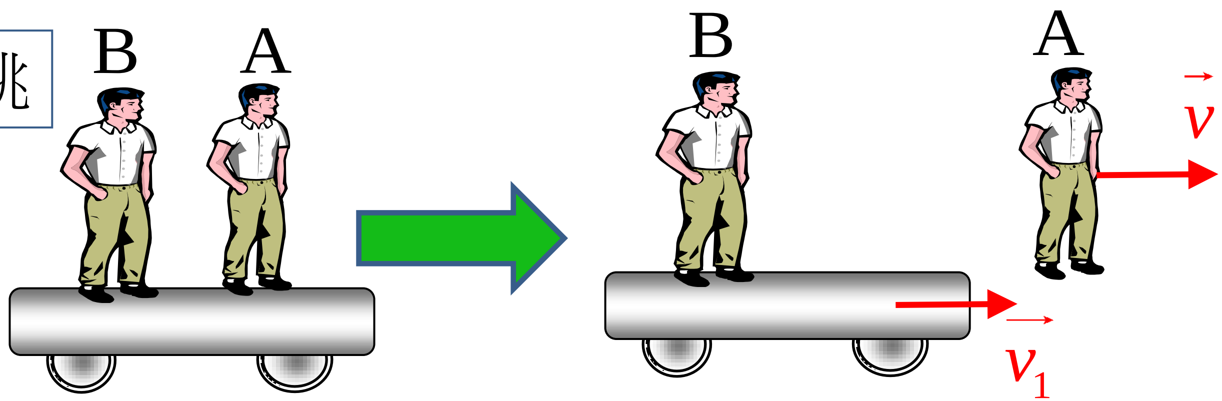
$\left[\overrightarrow{v_{人地}} = \overrightarrow{v_{人車}} + \overrightarrow{v_{車地}}\right]$ A跳出時 $\overrightarrow{v_{人地}} = \vec{v} + 0 = \vec{v}$

2人(A+B)+車 : 水平不受外力 總動量守恆

$$0 = 2m \times \vec{v} + 5m \times \overrightarrow{v_1} \quad \therefore \overrightarrow{v_1} = -\frac{2}{5}\vec{v}$$

(4)

相繼跳



對地才會總動量守恆

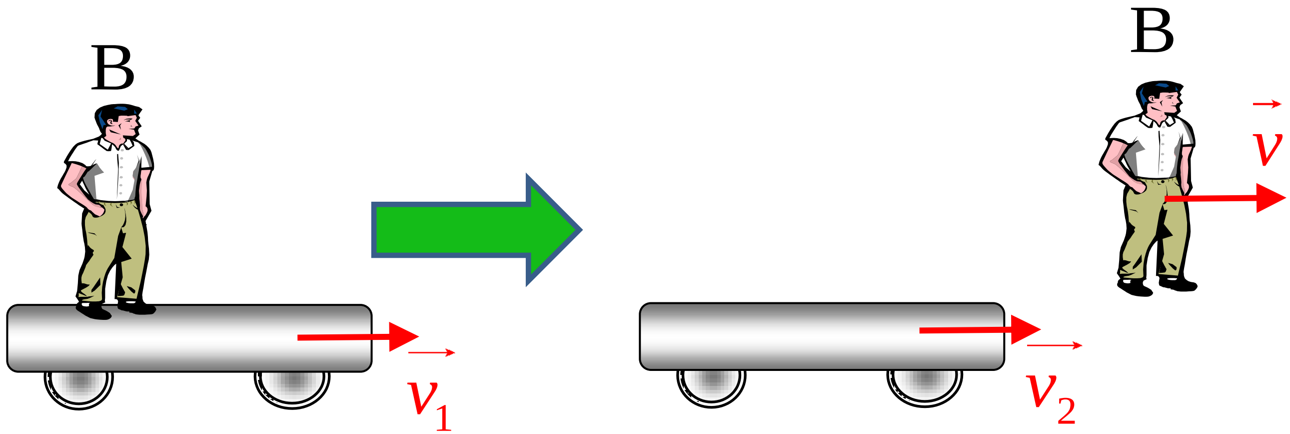
$$\left[\overrightarrow{v_{人地}} = \overrightarrow{v_{人車}} + \overrightarrow{v_{車地}}\right]$$

A跳出時 $\overrightarrow{v_{人地}} = \vec{v} + \vec{v_1}$

2人(A+B)+車：水平不受外力 總動量守恆

$$0 = m \times \left(\vec{v} + \vec{v_1}\right) + \left(m + 5m\right) \times \vec{v_1} \quad \therefore \vec{v_1} = -\frac{1}{7}\vec{v}$$

第19頁



$$\left[\overrightarrow{v_{人地}}=\overrightarrow{v_{人車}}+\overrightarrow{v_{車地}}\right]$$

B跳出時 $\overrightarrow{v_{人地}}=\vec{v}+\vec{v}_2$

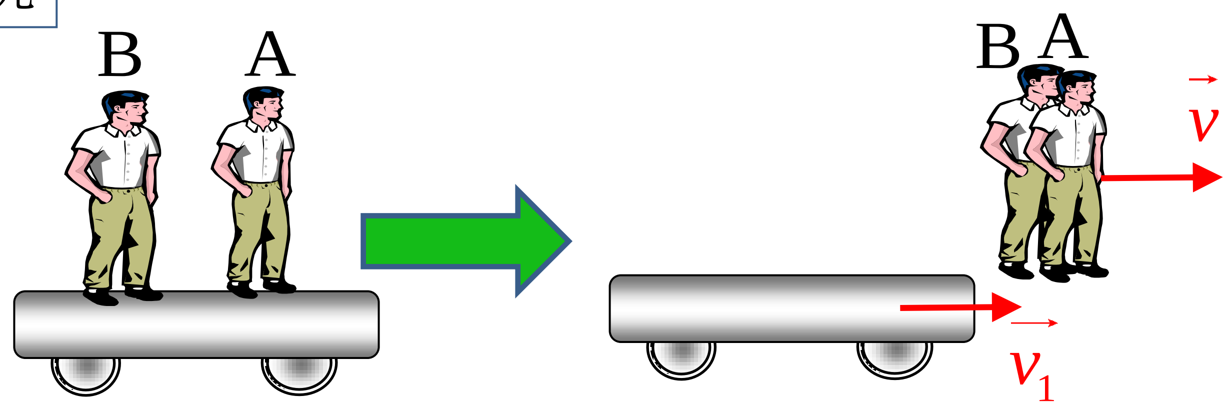
1人(B)+車：水平不受外力 總動量守恆

$$(m+5m)\times\vec{v}_1=m\times\left(\vec{v}+\vec{v}_2\right)+5m\times\vec{v}_2 \quad \therefore \vec{v}_2=-\frac{13}{42}\vec{v}$$

$$=-\frac{6}{7}m\vec{v}$$

第19頁

同時跳



對地才會總動量守恆

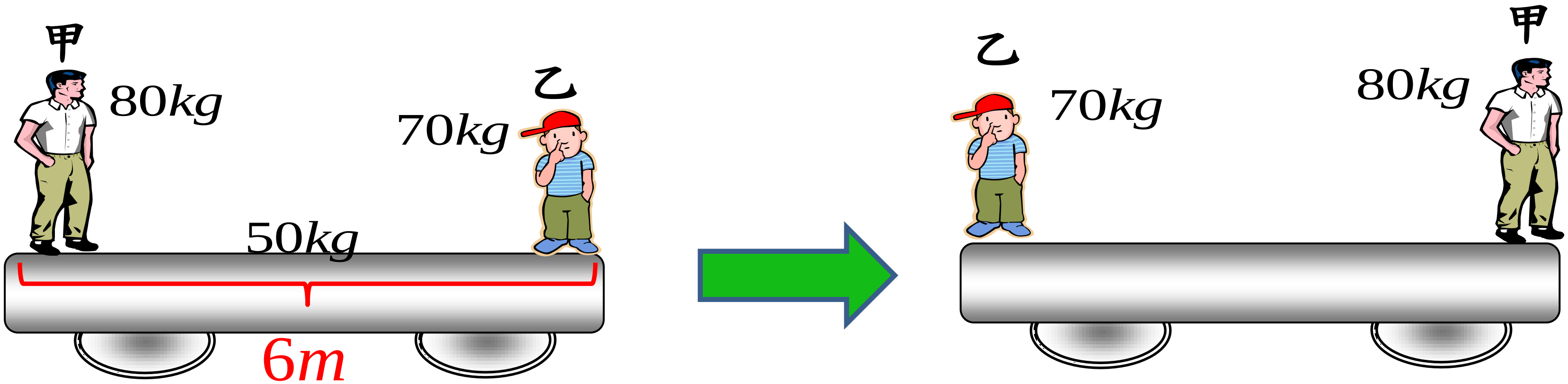
$$\left[\overrightarrow{v_{人地}}=\overrightarrow{v_{人車}}+\overrightarrow{v_{車地}}\right]$$

跳出時 $\overrightarrow{v_{人地}}=\vec{v}+\vec{v_1}$

2人(A+B)+車 : 水平不受外力 總動量守恆

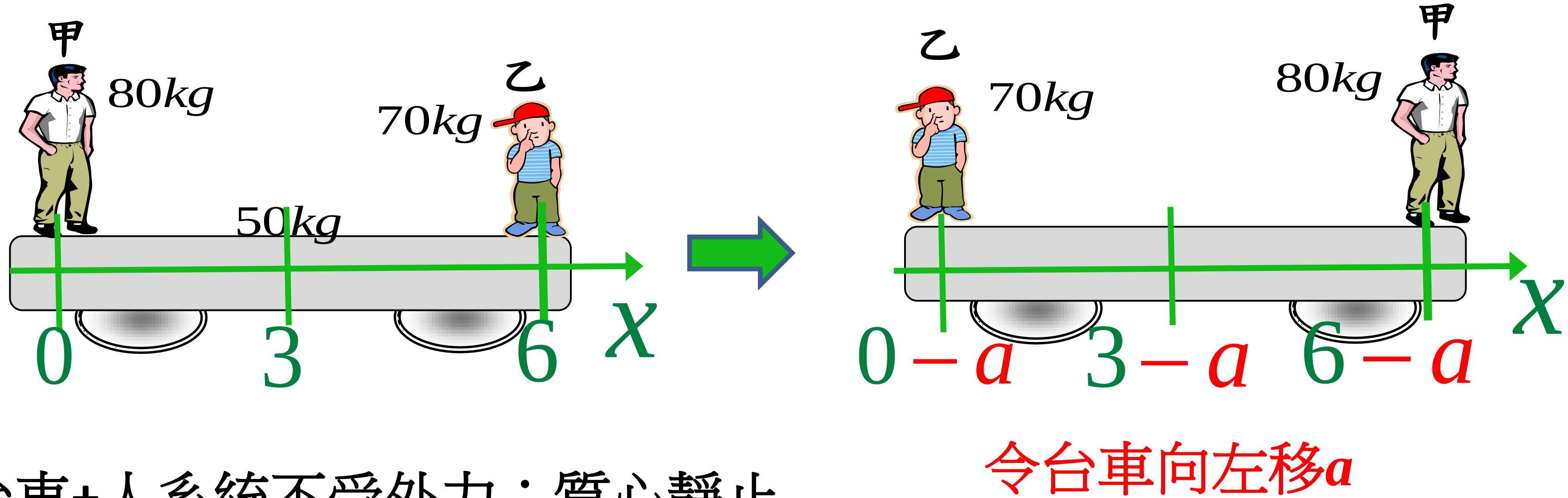
$$0=2m\times\left(\vec{v}+\vec{v_1}\right)+5m\times\vec{v_1}\quad\therefore\vec{v_1}=-\frac{2}{7}\vec{v}$$

1.長度為6米，質量為50公斤之台車靜止在水平光滑軌道上，兩端各立質量80公斤與70 公斤之甲 乙兩人，則兩人交換位置後，台車移動之距離為若干米？____



台車+人系統不受外力：質心靜止　$\Delta x_C = 0$

[解法一]



台車+人系統不受外力：質心靜止

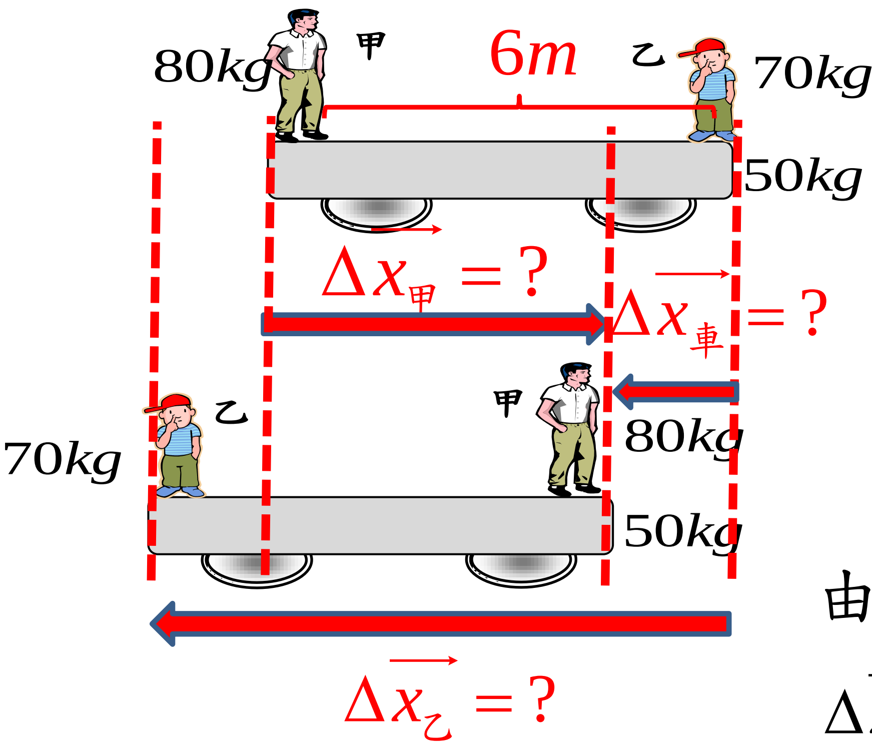
$$x_C = \underbrace{\frac{80\times0+50\times3+70\times6}{80+50+70}}_{\text{交換前}} = \underbrace{\frac{70\times(0-a)+50\times(3-a)+80\times(6-a)}{70+50+80}}_{\text{交換後}}$$

$\therefore a = 0.3$

答:向左移0.3公尺

第20頁

[解法二]



台車+人系統不受外力：質心靜止

$$\boxed{m_{甲}\Delta\overrightarrow{x_{甲}}+m_{乙}\Delta\overrightarrow{x_{乙}}+m_{車}\Delta\overrightarrow{x_{車}}=0}$$

令向右為正

由圖知

$$\Delta\overrightarrow{x_{甲}}+\left(-\Delta\overrightarrow{x_{車}}\right)=6\rightarrow\Delta\overrightarrow{x_{甲}}=\Delta\overrightarrow{x_{車}}+6$$

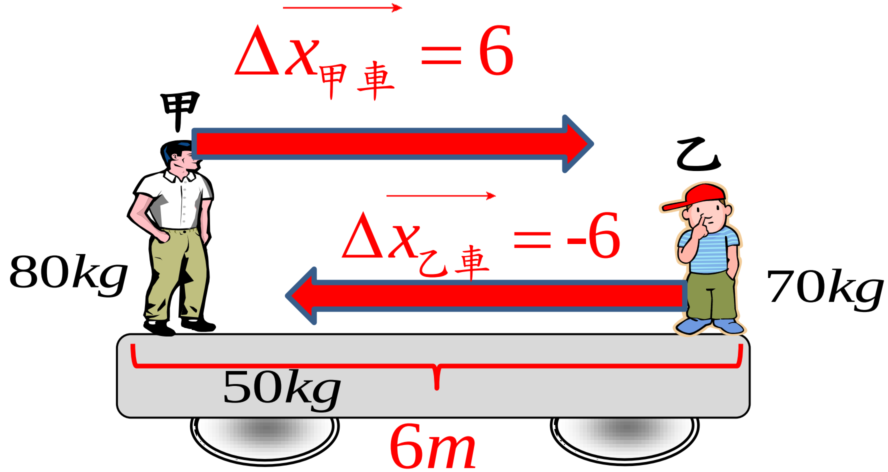
$$\left(-\Delta\overrightarrow{x_{乙}}\right)-\left(-\Delta\overrightarrow{x_{車}}\right)=6\rightarrow\Delta\overrightarrow{x_{乙}}=\Delta\overrightarrow{x_{車}}-6$$

$$\therefore 80\times\left(\Delta\overrightarrow{x_{車}}+6\right)+70\times\left(\Delta\overrightarrow{x_{車}}-6\right)+50\times\Delta\overrightarrow{x_{車}}=0\quad\rightarrow\Delta\overrightarrow{x_{車}}=\text{-}0.3$$

答:向左移0.3公尺

第20頁

[解法二]



台車+人系統不受外力：質心靜止 $\Delta x_C=0$

$$\boxed{m_{甲}\overrightarrow{\Delta x_{甲}}+m_{乙}\overrightarrow{\Delta x_{乙}}+m_{車}\overrightarrow{\Delta x_{車}}=0}$$

令向右為正 車對地位移$\overrightarrow{\Delta x_{車}}$ $\left[\overrightarrow{\Delta x_{人地}}=\overrightarrow{\Delta x_{人車}}+\overrightarrow{\Delta x_{車地}}\right]$

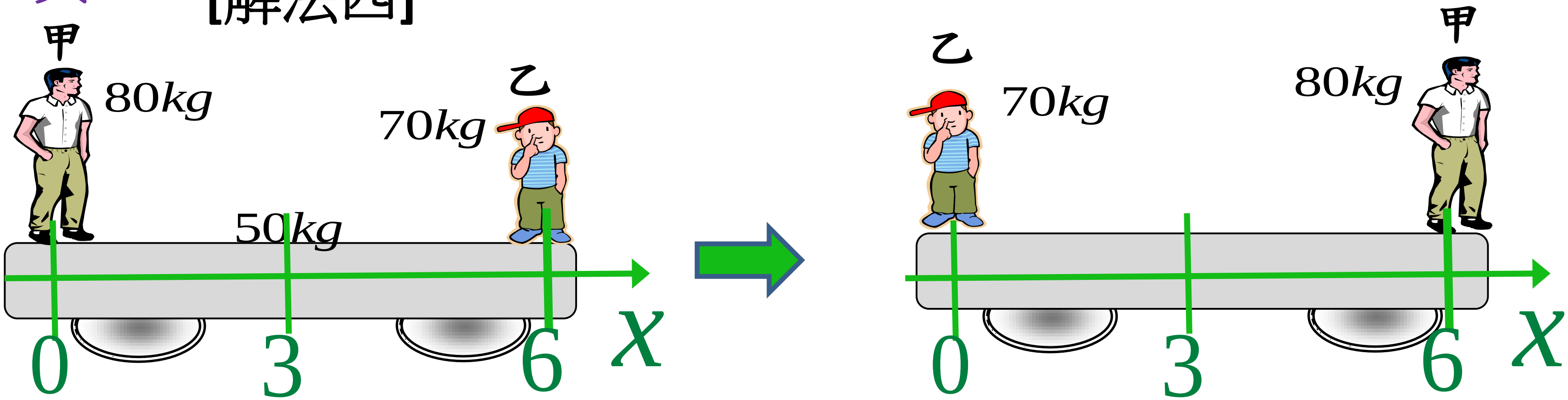
已知甲對車位移$\overrightarrow{\Delta x_{甲車}}=6\rightarrow$甲對地位移$\overrightarrow{\Delta x_{甲}}=6+\overrightarrow{\Delta x_{車}}$

乙對車位移$\overrightarrow{\Delta x_{乙車}}=-6\rightarrow$乙對地位移$\overrightarrow{\Delta x_{乙}}=-6+\overrightarrow{\Delta x_{車}}$

$$80\times\left(6+\overrightarrow{\Delta x_{車}}\right)+70\times\left(-6+\overrightarrow{\Delta x_{車}}\right)+50\times\overrightarrow{\Delta x_{車}}=0 \quad \therefore\overrightarrow{\Delta x_{車}}=-0.3$$

答:向左移0.3公尺

[解法四]

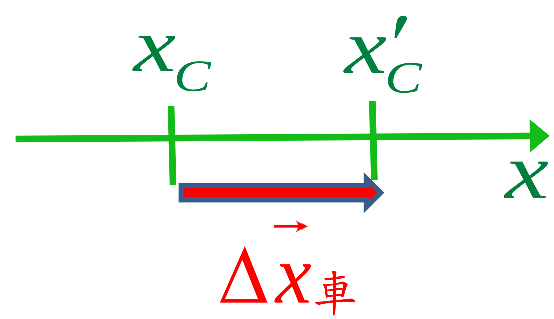


台車+人系統不受外力：質心靜止

$$x_C=\frac{80\times0+50\times3+70\times6}{80+50+70}=\frac{57}{20}$$

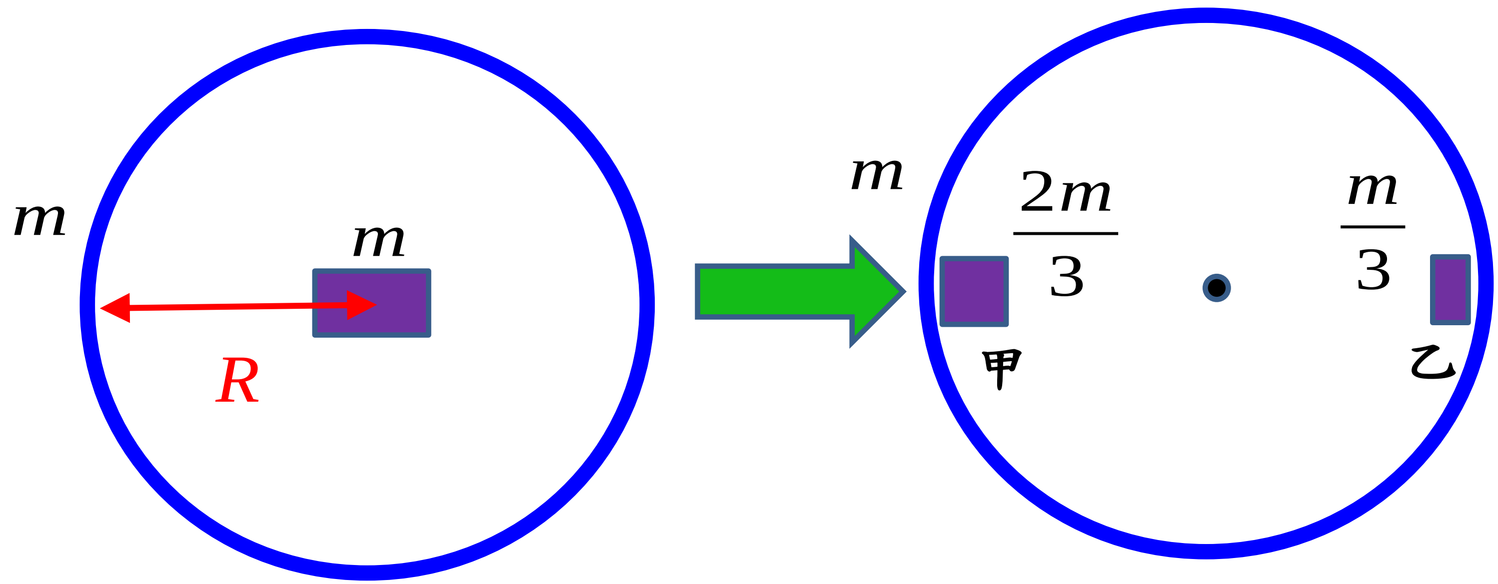
$$x'_C=\frac{70\times0+50\times3+80\times6}{70+50+80}=\frac{63}{20}$$

$$\therefore \overrightarrow{\Delta x_{車}}=x_C-x'_C=\frac{57}{20}-\frac{63}{20}=\frac{-6}{20}=-0.3$$



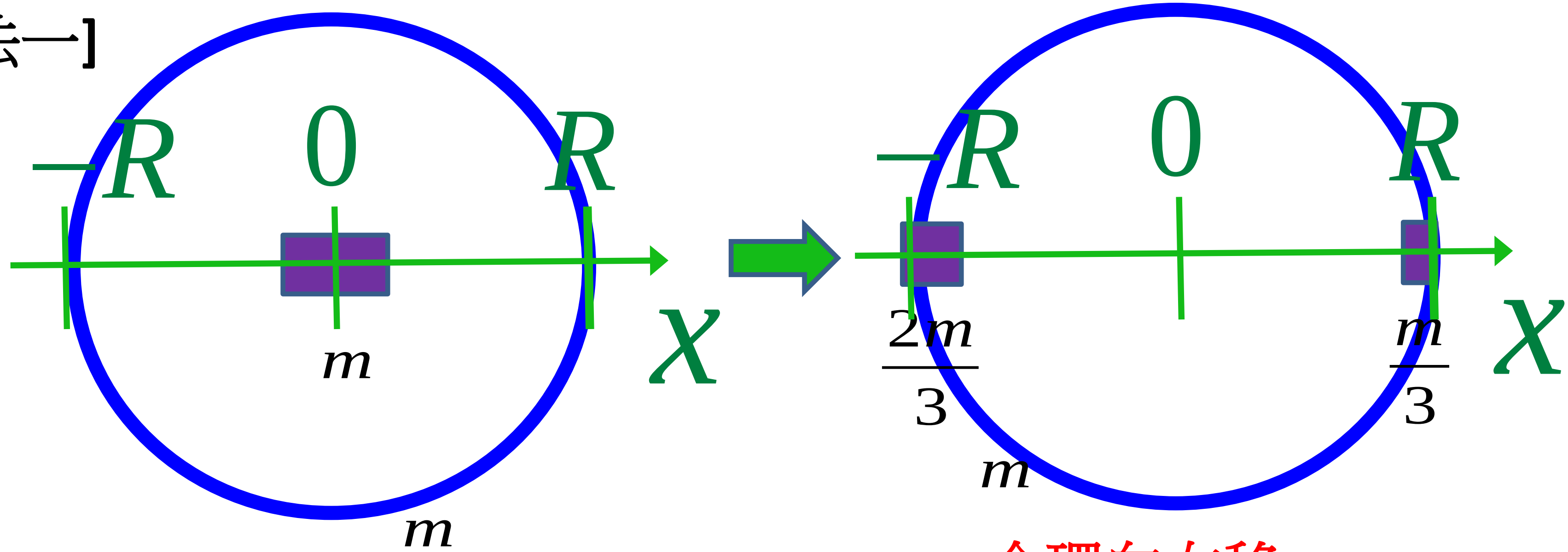
答:向左移0.3公尺

2.如圖所示，環半徑*R*，質量*m*，一物體質量亦為*m*靜置於無摩擦之桌面之環心處，突然間物體爆炸成質量2：1之*A*、*B*兩片分向左、向右撞去而黏住於環上，求最後環之位移 為______________。（須說明方向）



第20頁

[解法一]



令環向右移a

環+物體(甲+乙)系統不受外力：質心靜止

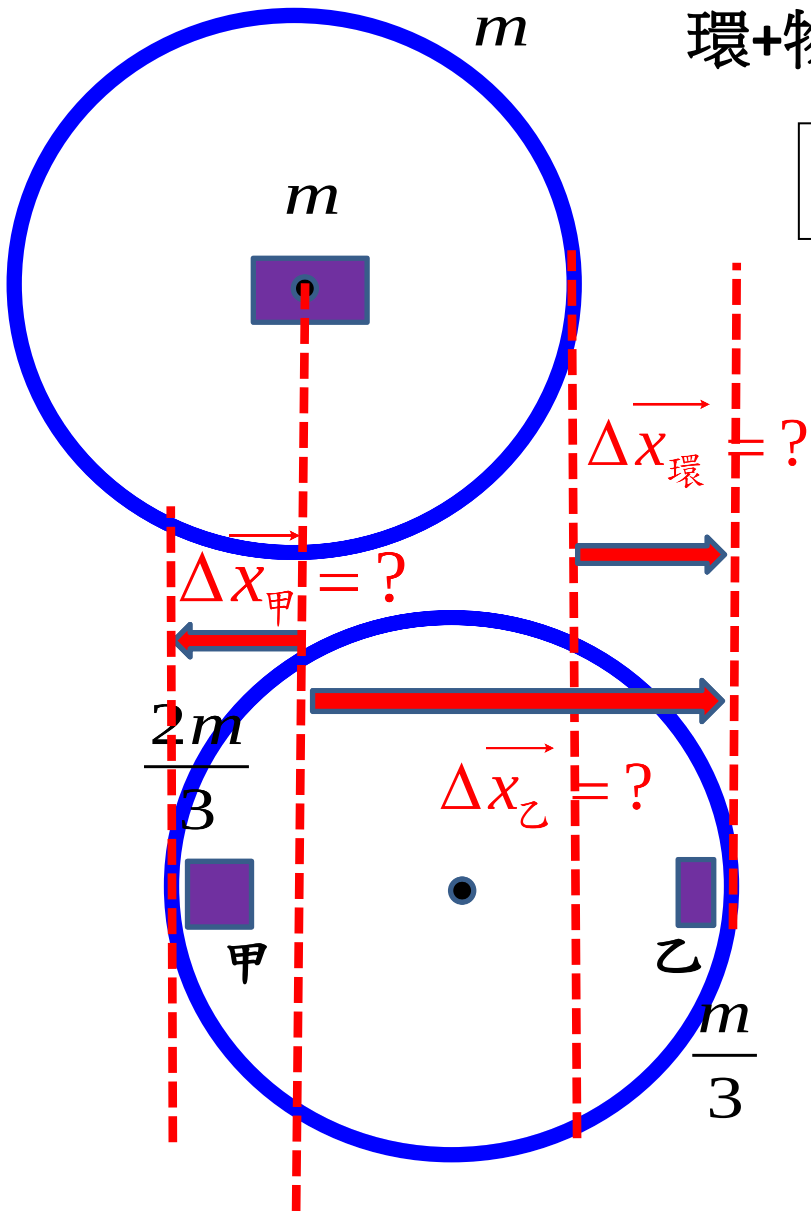
$$x_C=\frac{m\times 0+m\times 0}{m+m}=\frac{\frac{2m}{3}\times(-R+a)+\frac{m}{3}\times(R+a)+m\times(0+a)}{m+m}$$

$$\therefore a=\frac{1}{6}R$$

答:向右移$\frac{1}{6}R$

第20頁

[解法二]



環+物體(甲+乙)系統不受外力：質心靜止

$$\boxed{m_{甲}\overrightarrow{\Delta x_{甲}}+m_{乙}\overrightarrow{\Delta x_{乙}}+m_{環}\overrightarrow{\Delta x_{環}}=0}$$

令向右為正

由圖知

$$\left(-\overrightarrow{\Delta x_{甲}}\right)+\overrightarrow{\Delta x_{環}}=R\rightarrow\overrightarrow{\Delta x_{甲}}=\overrightarrow{\Delta x_{環}}-R$$

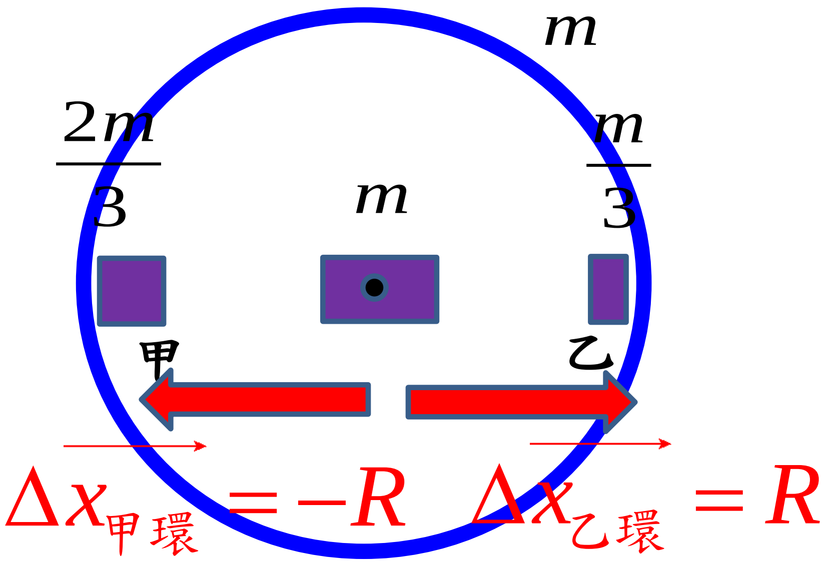
$$\overrightarrow{\Delta x_{乙}}-\overrightarrow{\Delta x_{環}}=6\rightarrow\overrightarrow{\Delta x_{乙}}=\overrightarrow{\Delta x_{環}}+6$$

$$\frac{2}{3}m\times\left(\overrightarrow{\Delta x_{環}}-R\right)+\frac{1}{3}m\times\left(\overrightarrow{\Delta x_{環}}+R\right)+m\times\overrightarrow{\Delta x_{環}}=0$$

$$\therefore\overrightarrow{\Delta x_{環}}=\frac{1}{6}R$$

答:向右移$\frac{1}{6}R$

[解法三]



環+物體(甲+乙)系統不受外力：質心靜止 $\Delta x_C = 0$

$$\boxed{m_{甲}\overrightarrow{\Delta x_{甲}} + m_{乙}\overrightarrow{\Delta x_{乙}} + m_{環}\overrightarrow{\Delta x_{環}} = 0}$$

令向右為正　環對地位移 $\overrightarrow{\Delta x_{環}}$　$\left[\overrightarrow{\Delta x_{物地}} = \overrightarrow{\Delta x_{物環}} + \overrightarrow{\Delta x_{環地}}\right]$

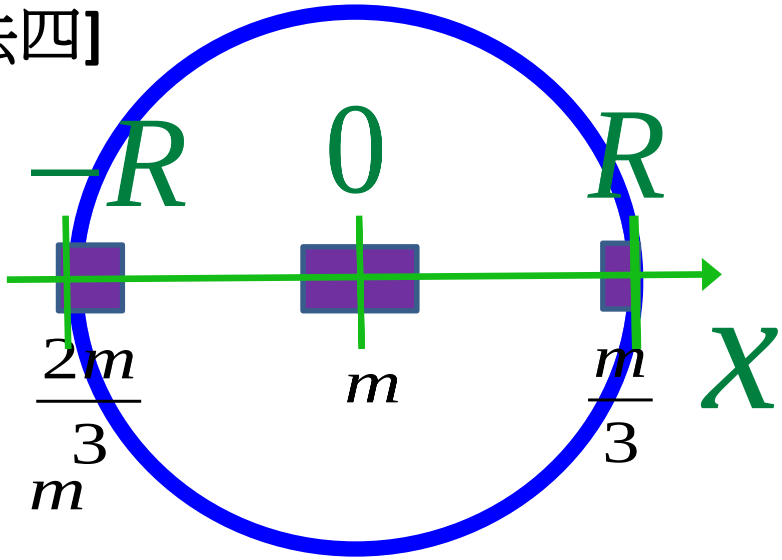
已知甲對環位移 $\overrightarrow{\Delta x_{甲環}} = -R \rightarrow$ 甲對地位移 $\overrightarrow{\Delta x_{甲}} = -R + \overrightarrow{\Delta x_{環}}$

乙對環位移 $\overrightarrow{\Delta x_{乙環}} = R \rightarrow$ 乙對地位移 $\overrightarrow{\Delta x_{乙}} = R + \overrightarrow{\Delta x_{環}}$

$$\frac{2}{3}m \times \left(-R + \overrightarrow{\Delta x_{環}}\right) + \frac{1}{3}m \times \left(R + \overrightarrow{\Delta x_{環}}\right) + m \times \overrightarrow{\Delta x_{環}} = 0 \quad \therefore \overrightarrow{\Delta x_{環}} = -\frac{1}{6}R$$

第20頁

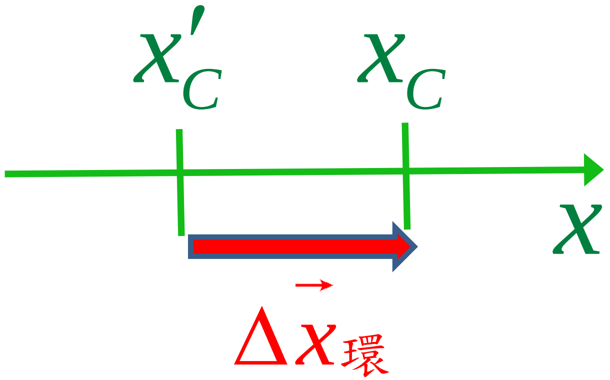
[解法四]



環+物體(甲+乙)系統不受外力：質心靜止

$x_C = 0$

$$x_C' = \frac{\frac{2m}{3}\times(-R)+\frac{m}{3}\times R+m\times 0}{m+m} = -\frac{R}{6}$$



$$\therefore \Delta\overrightarrow{x_{環}} = x_C - x_C' = \frac{1}{6}R$$

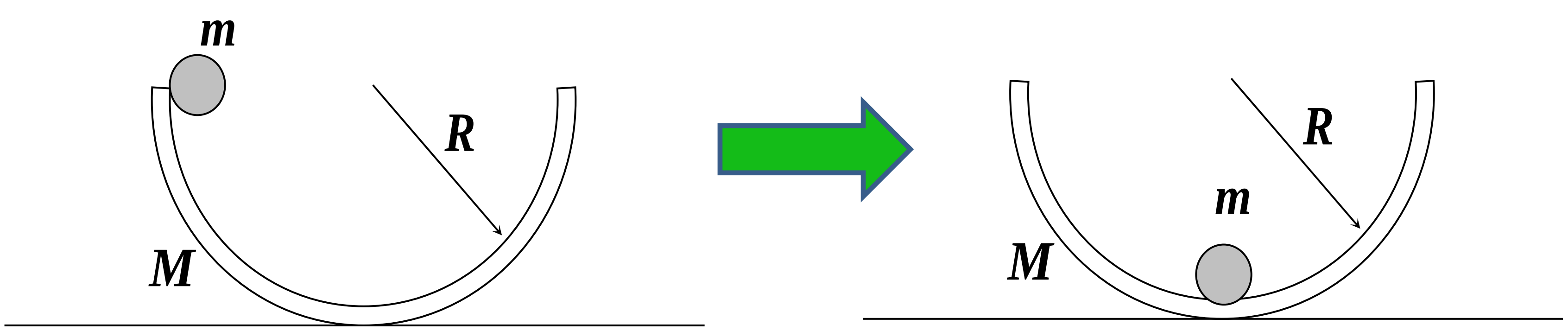
答:向右移$\frac{1}{6}R$

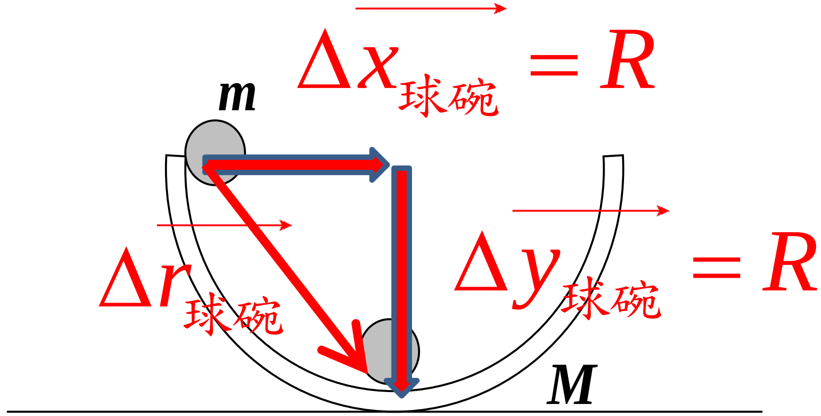
圖中，光滑桌面上置質量 M ，半徑為 R 內壁光滑的半球形碗，一小球質量 m 自碗左端點釋放，當球滾到碗底時，重力加速度g，試問

(1)碗對地的位移為________。

(2)球對地：水平方向位移為________；鉛直方向位移為 ________。

(3)球與碗質心對地的位移為_________。





(1) 碗+球：水平方向不受外力 質心靜止 $\Delta x_C = 0$

$$\boxed{m_{碗}\Delta\overrightarrow{x_{碗}} + m_{球}\Delta\overrightarrow{x_{球}} = 0}$$

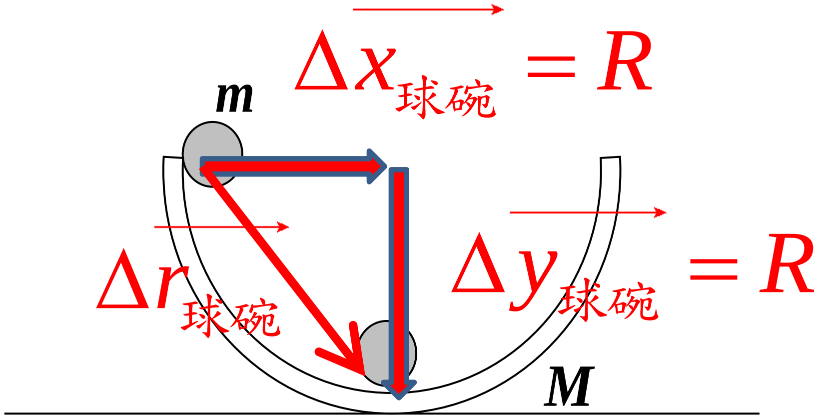
令向右為正 碗對地位移$\Delta\overrightarrow{x_{碗}}$ $\left[\Delta\overrightarrow{x_{球地}} = \Delta\overrightarrow{x_{球碗}} + \Delta\overrightarrow{x_{碗地}}\right]$

已知球對碗水平位移$\Delta\overrightarrow{x_{球碗}} = R \rightarrow$ 球對地水平位移$\Delta\overrightarrow{x_{球}} = R + \Delta\overrightarrow{x_{碗}}$

$$m \times \left(R + \Delta\overrightarrow{x_{碗}}\right) + M \times \Delta\overrightarrow{x_{碗}} = 0 \quad \therefore \Delta\overrightarrow{x_{碗}} = -\frac{m}{M+m}R$$

(2) 球對地水平位移$\Delta\overrightarrow{x_{球}} = R + \Delta\overrightarrow{x_{碗}} = \frac{m}{M+m}R$ 向右

球對地鉛直位移$\Delta\overrightarrow{y_{球}} = R$ 向下



(3)

$$\because \ \Delta x_C = 0$$

$$\left[\Delta y_C = \frac{m_1 \Delta y_1 + m_2 \Delta y_2}{m_1 + m_2}\right] \Delta y_C = \frac{mR + M \times 0}{m+M} = \frac{mR}{m+M} \text{向下}$$

$$\therefore \Delta r_C = \Delta y_C = \frac{mR}{m+M} \text{向下}$$

(2) 球對地水平位移$\overrightarrow{\Delta x_{球}} = R + \overrightarrow{\Delta x_{碗}} = \frac{m}{M+m} R$ 向右

球對地鉛直位移$\overrightarrow{\Delta y_{球}} = R$ 向下