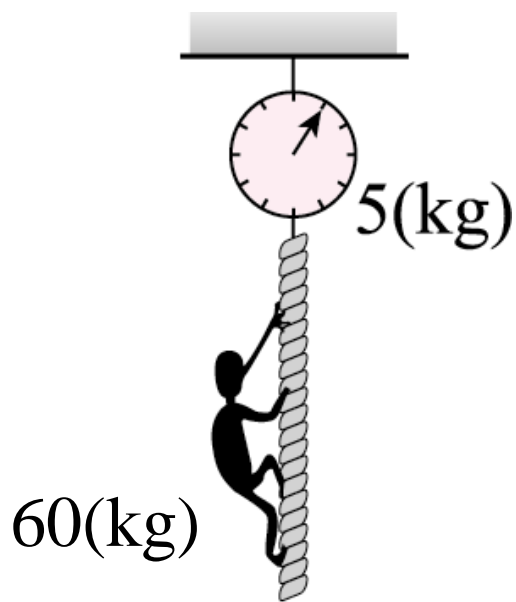


第133頁

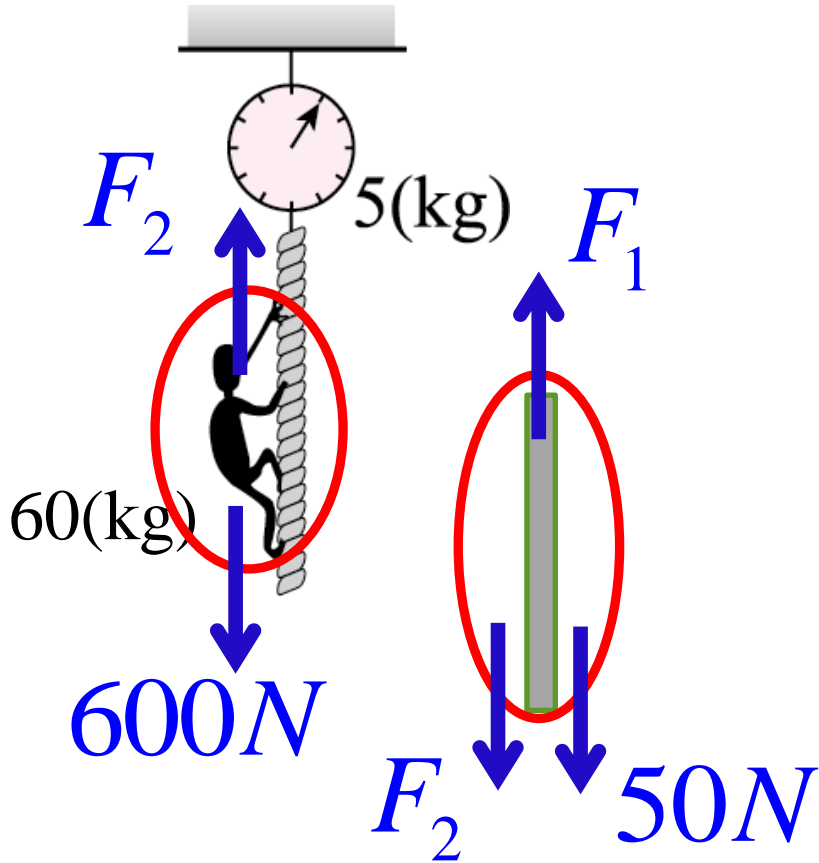
1. 一人（質量 60kg ）沿著繩子（質量 5kg ）上爬，繩子掛在秤下，如圖所示。

(a) 當人以等速上爬時，秤的讀數為何？

(b) 當人以加速度 1m/s^2 上爬時，秤的讀數為何？ ($g = 10\text{m/s}^2$)



(a) 令磅秤讀數 F_1 人對繩子施力 F_2



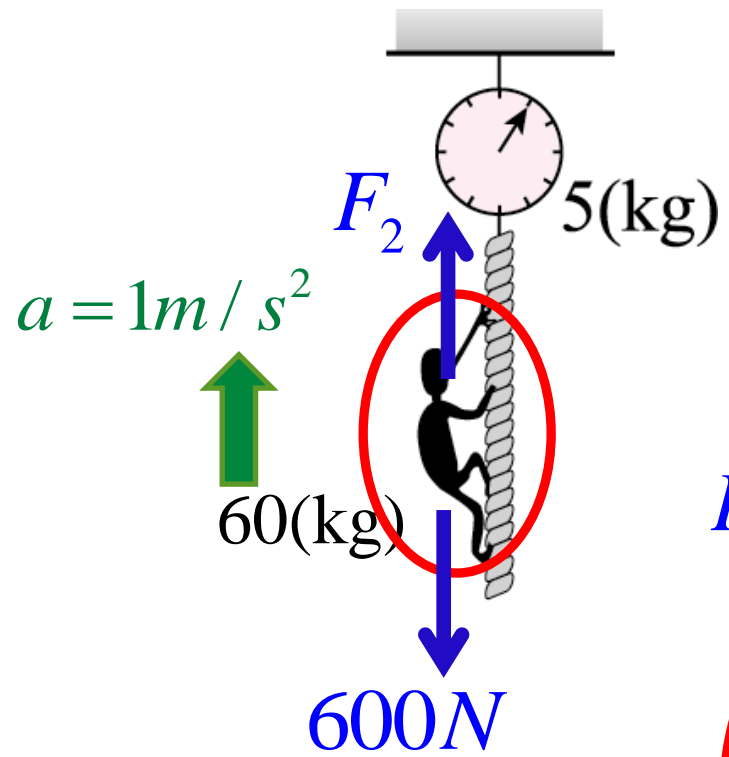
*see*人：等速上爬 合力=0

$$F_2 = 600 [N]$$

*see*繩子：靜止 合力=0

$$F_1 = F_2 + 50 = 650 [N]$$

(b) 令磅秤讀數 F_1 人對繩子施力 F_2

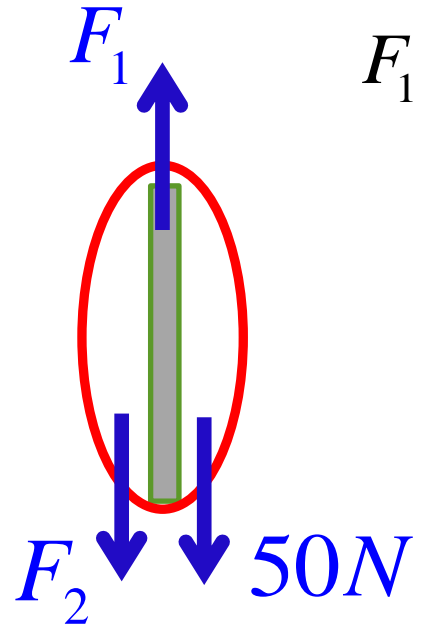


*see*人：等加速上爬 $F=ma$

$$F_2 - 600 = 60 \times 1 \quad \therefore F_2 = 660 [N]$$

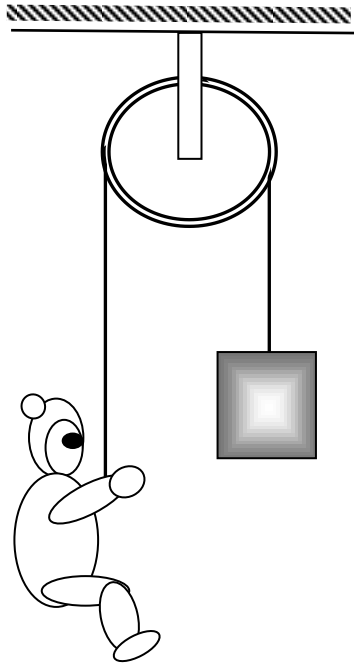
*see*繩子：靜止 合力=0

$$F_1 = F_2 + 50 = 710 [N]$$

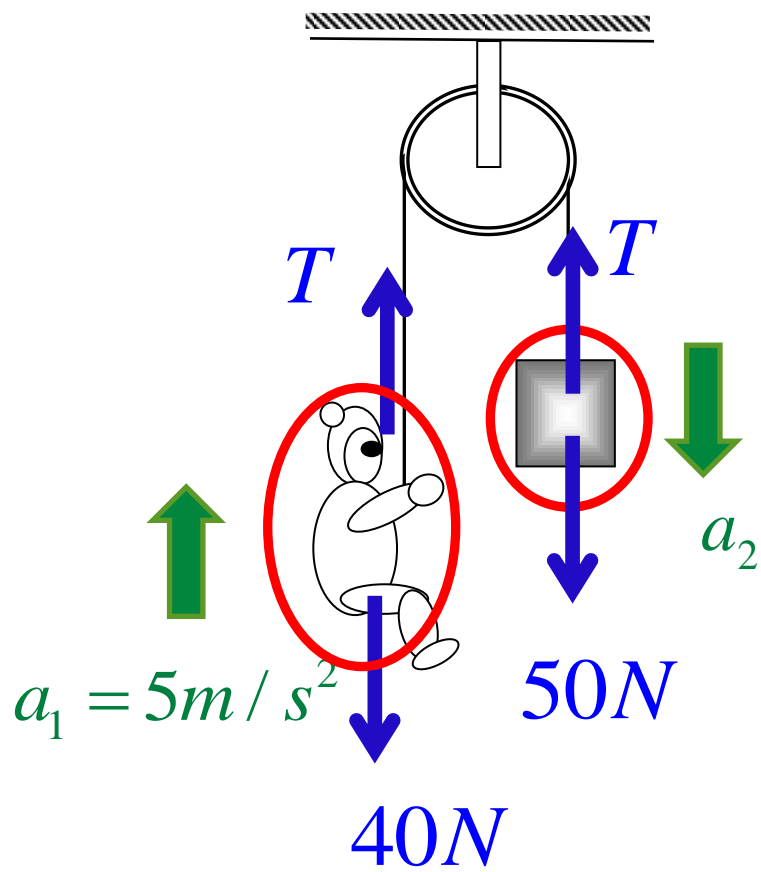


3. 猴子質量 4kg 、物體質量 5kg ，重力加速度 10m/s^2 ，若猴子以等加速度 5m/s^2 ，沿繩子向上爬，試問：

- (1) 此段期間內物體的加速度為？
- (2) 猴子應做何種運動可使物體保持靜止？



(1)



令繩子張力(=人對繩子的拉力) T

令物體加速度 a_2

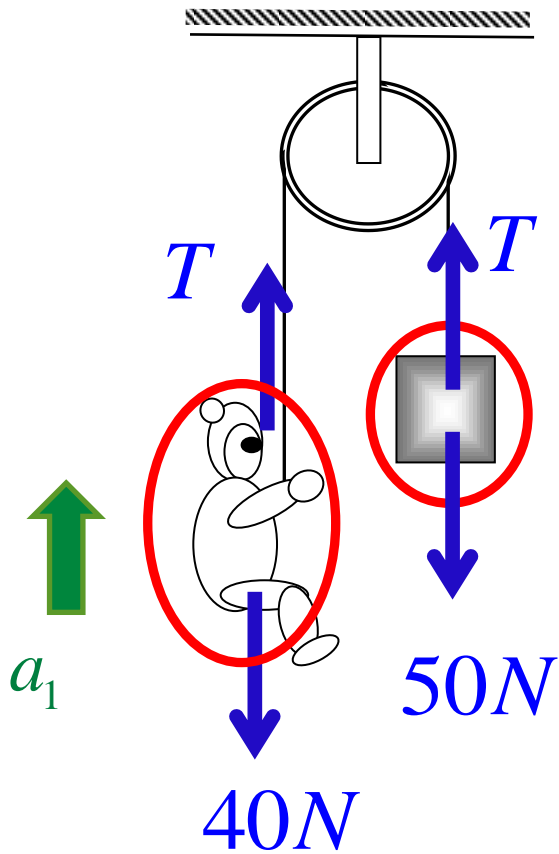
see 人：等加速上爬 $F=ma$

$$T - 40 = 4 \times 5 \quad \therefore T = 60 [N]$$

see 物體： $F=ma$

$$60 - 50 = 5a_2 \quad \therefore a_2 = 2 [m/s^2]$$

(2)



see物體：靜止 合力=0

$$T = 50[N]$$

see人：F=ma

$$50 - 40 = 5a_1 \therefore a_1 = 2[m/s^2]$$

第134頁

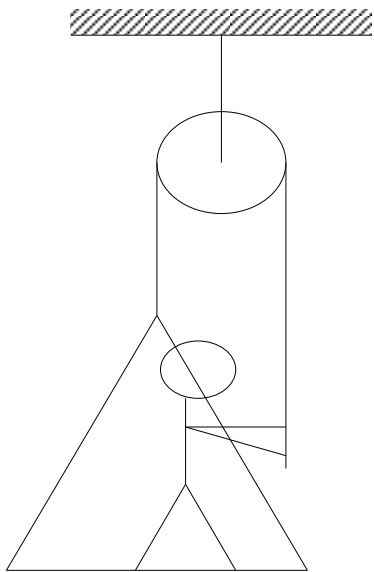
1. 圖不計滑輪的質量與摩擦力，重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，質量 60 kg 的人站在質量 30 kg 的平臺上，整個系統向上運動，則：

(A) 當人以等速度 2 m/s 運動時，人必須施力？

人與平臺間相互作用力？

(B) 當人以加速度 2 m/s^2 運動，則人必須施力？

人與平臺間相互作用力？人所受淨力為？

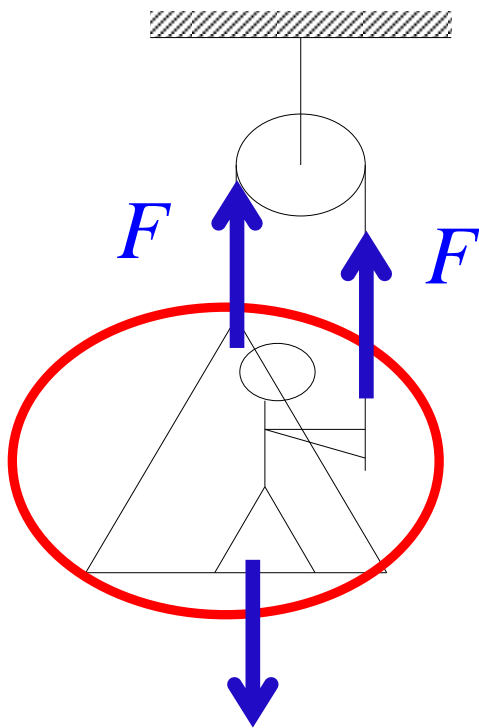


令繩子張力(=人對繩子的拉力) F

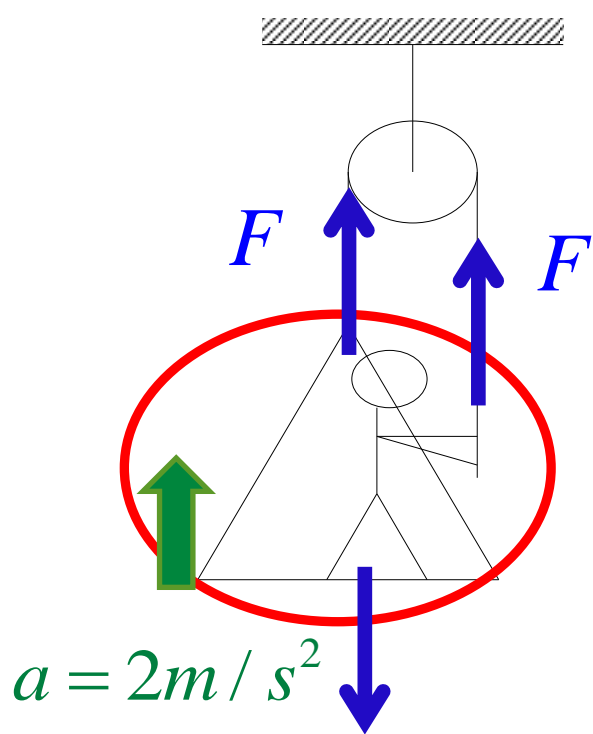
(A) 當人以等速度 2 m / s 運動時

see 人+平台：等速 合力=0

$$2F = 900 \quad \therefore F = 450 [N]$$



$$(60 + 30) \times 10 = 900N$$



(B) 當人以等加速度 2 m/s^2 運動時

see 人+平台：等加速 $F=ma$

$$2F - 900 = 90 \times 2 \quad \therefore F = 540 [N]$$

see 人：等加速 $F=ma$

$$\text{人所受靜力} = 60 \times 2 = 120 [N]$$

$$(60 + 30) \times 10 = 900N$$

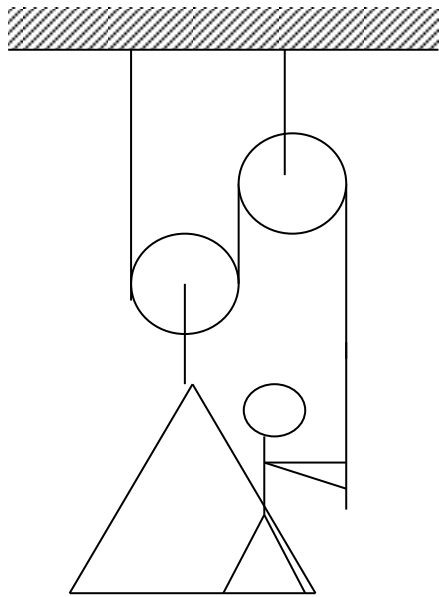
2. 一人質量 60 kg 站在一質量 30 kg 之平臺上，垂直拉下一繞過滑輪之繩索，設滑輪及繩索之摩擦與質量可略去不計，則 ($g=9.8\text{m/s}^2$)

(A) 當人以等速度 2 m / s 運動時，人必須施力？

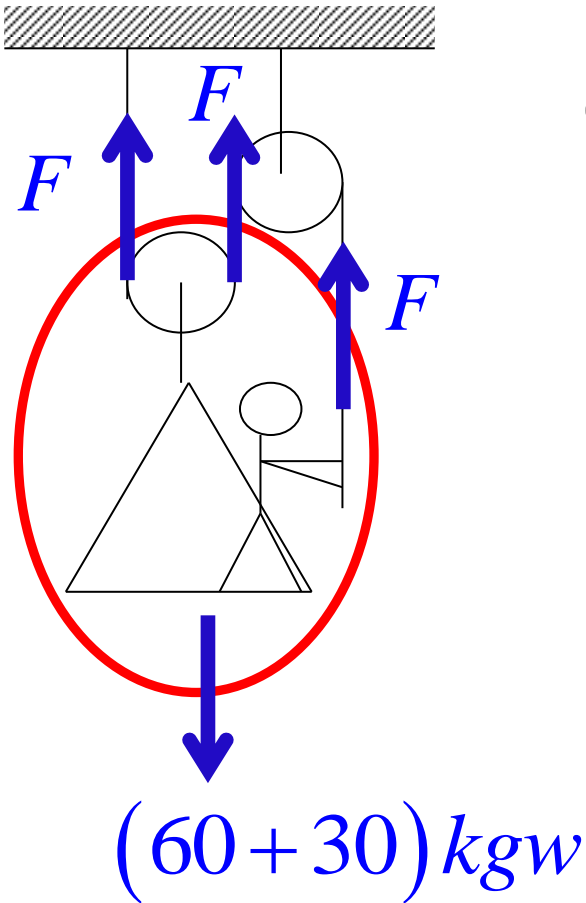
人與平臺間相互作用力？

(B) 若人施力 50 kgw 拉平臺，則平臺上升之加速度為？

人與平臺間之作用力為？



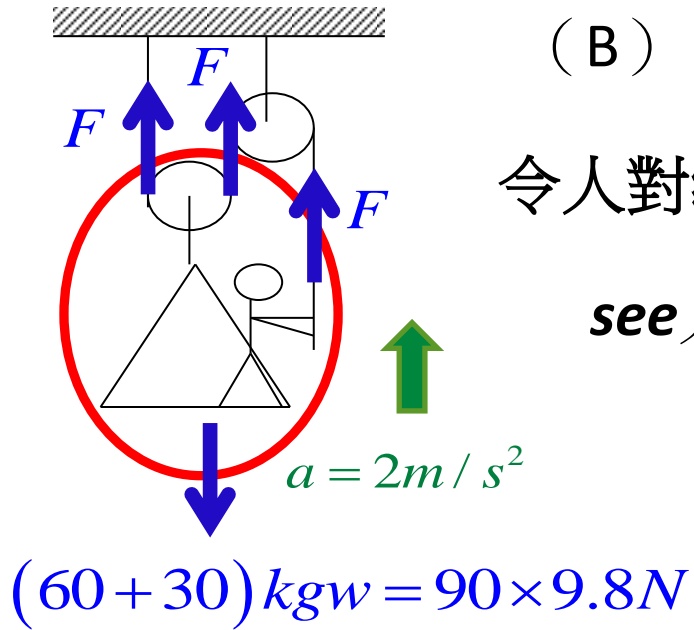
令繩子張力(=人對繩子的拉力) F



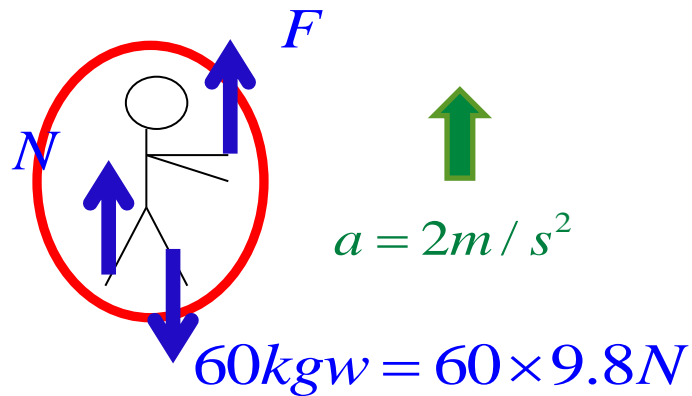
(A)

see 人+平台+動滑輪：恰拉住=靜止 合力=0

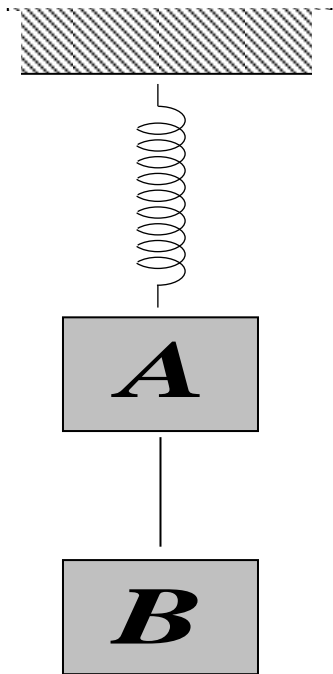
$$3F = 90 \quad \therefore F = 30 [\text{kgw}]$$

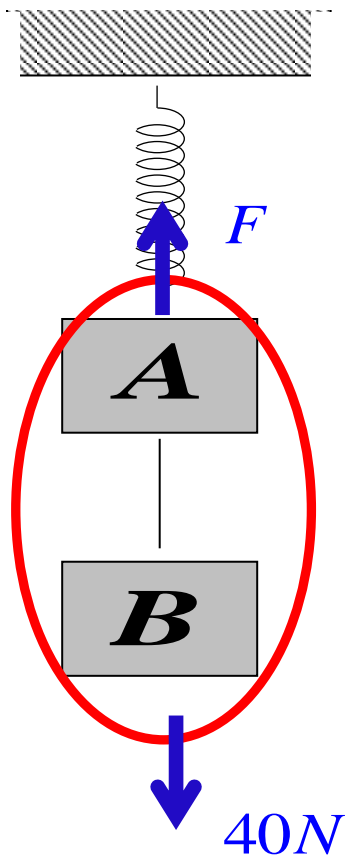


(C) 令人與平台作用力 N

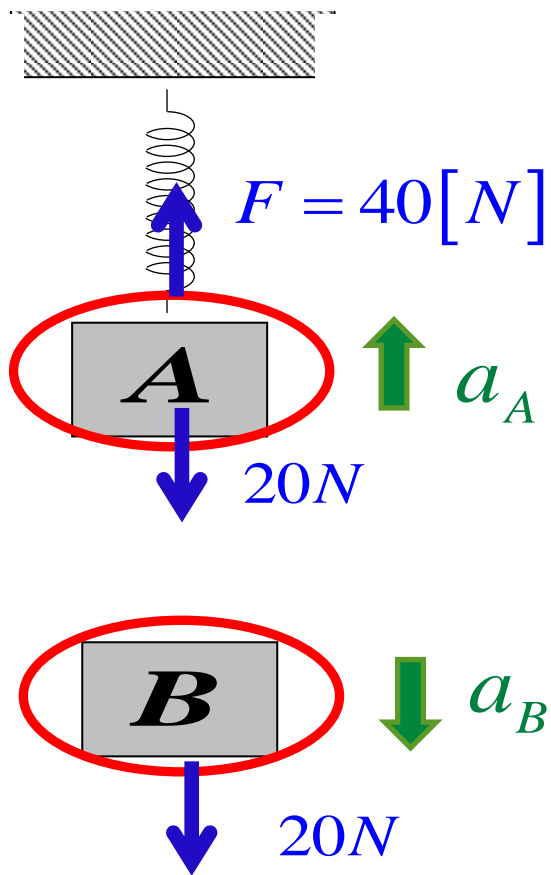


2.如圖，兩物體A、B的質量均為 2kg ，彈簧質量不計，彈力常數 200N/m ，重力加速度 $g = 10\text{ m/s}^2$ ，將A、B間細繩剪斷的瞬間，試求：(1)A的加速度？(2)B的加速度？





$$F = 40[N]$$



$$A: [F = ma] 40 - 20 = 2a_A \therefore a_A = 10[m/s^2] \text{ 向上}$$

$$B: [F = ma] 20 = 2a_B \therefore a_B = 10[m/s^2] \text{ 向下}$$

彈力看形變量

∴繩斷瞬間 彈簧形變量不變

∴彈力還是根繩未斷時一樣

1. 如圖所示，光滑水平面上有兩個並排的木塊，其質量各為2 kg、4 kg，將水平定力 F 從右邊作用於木塊時（ F 指向左），兩木塊間的作用力為 F_R ，將水平定力 F 改從左邊作用於木塊時（ F 指向右），兩木塊間的作用力為 F_L ，則 $F_R : F_L$ 之比為何？





令整體加速度 a

$2kg$ ← F_R

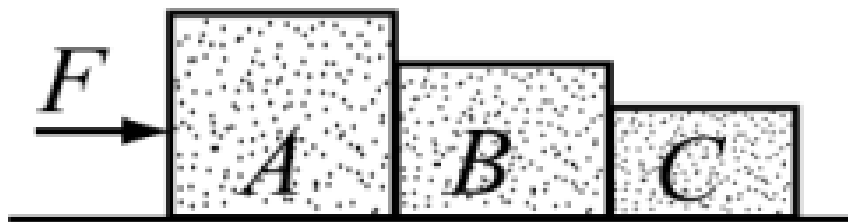
F 自右向左施力 $see\ 2kg : [F = ma] F_R = 2a$

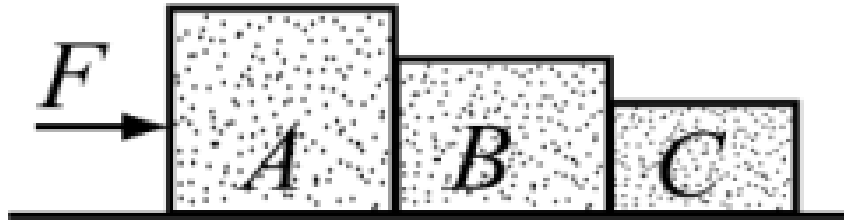
F_L → $4kg$

F 自左向右施力 $see\ 4kg : [F = ma] F_L = 4a$

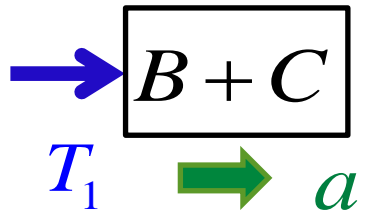
$$\therefore F_R : F_L = 2a : 4a = 1 : 2$$

2. 不計摩擦力，以一力 F 水平推物體 A ， A 、 B 兩物體間的作用力為 T_1 ，而 B 、 C 兩物體間的作用力為 T_2 ，若 $m_A : m_B : m_C = 3 : 2 : 1$ ，則 T_1 和 T_2 之比為？

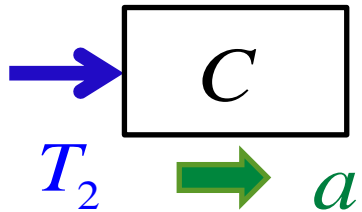




令整體加速度 a



$$\text{see}(B+C): [F = ma] T_1 = (2+1)a = 3a$$



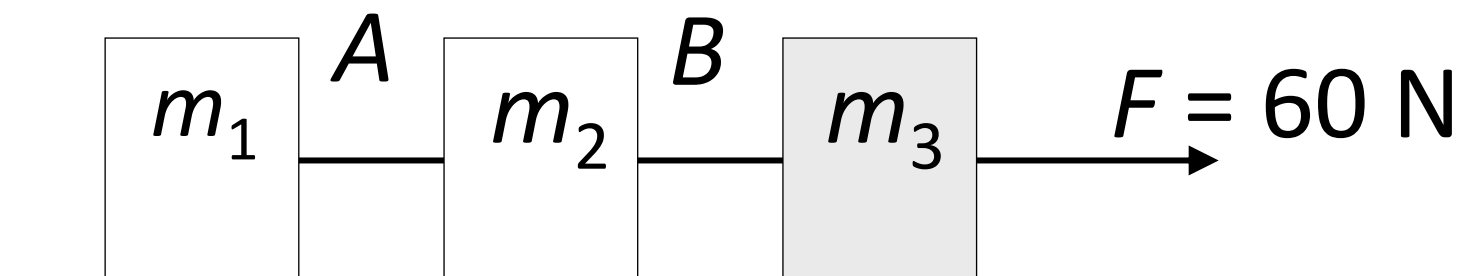
$$\text{see}C: [F = ma] T_2 = 1a$$

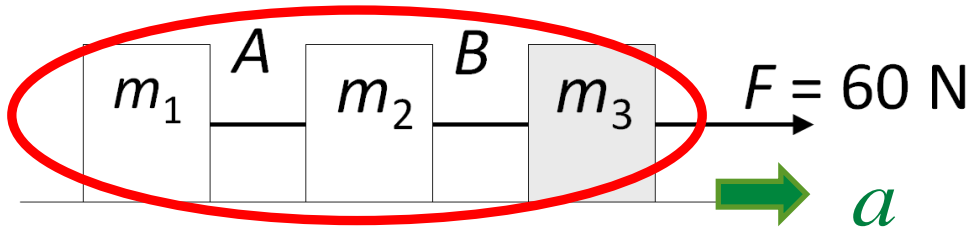
$$\therefore T_1 : T_2 = 3a : 1a = 3 : 1$$

第139頁

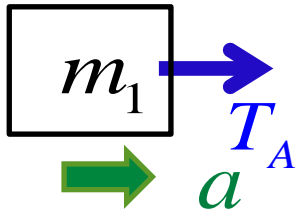
1. 右圖中， $m_1=2\text{ kg}$ 、 $m_2=3\text{ kg}$ 、 $m_3=5\text{ kg}$ ，以 60 N 的力拉此系統，地板光滑， A 、 B 兩繩重量不計，則施力後：

(a) 加速度 = ? (b) B 繩的張力 = ? (c) A 繩的張力 = ?

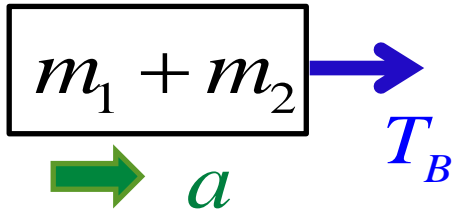




see $(m_1 + m_2 + m_3) : [F = ma] 60 = (2 + 3 + 5)a \therefore a = 6 [m / s^2]$



see $m_1 : [F = ma] T_A = 2 \times 6 = 12 [N]$

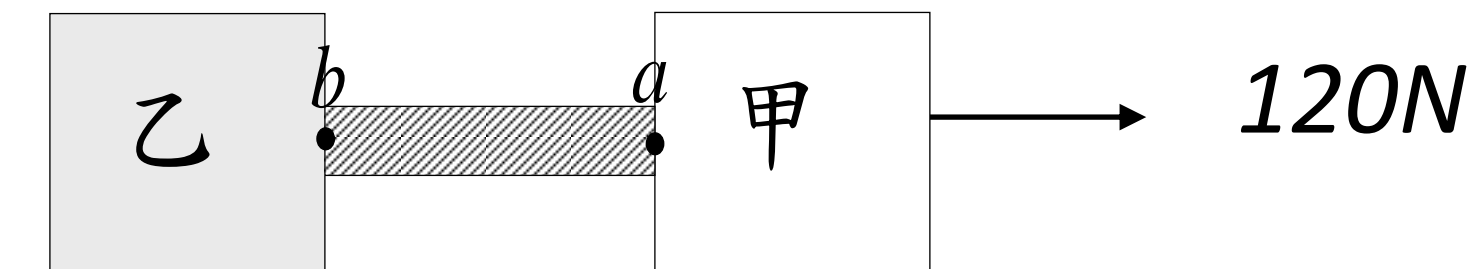


see $m_1 + m_2 : [F = ma] T_B = (2 + 3) \times 6 = 30 [N]$

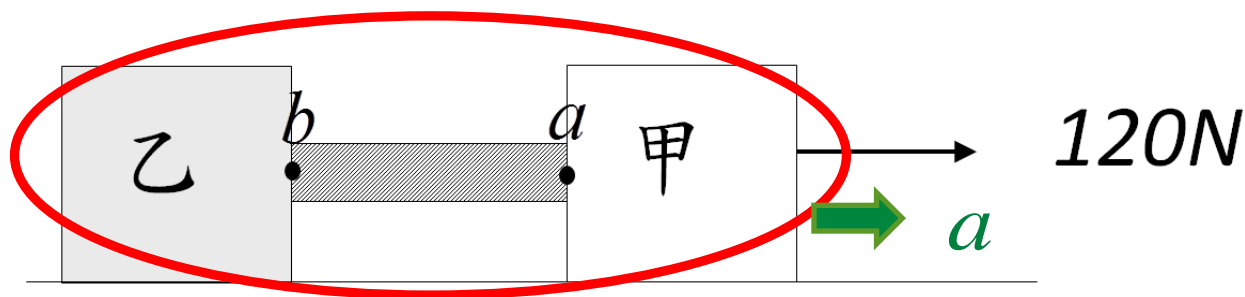
2.圖所示，甲、乙兩木塊置於光的水平面上，以繩連接，在甲木塊上拖依水平方向之力 F 。若甲、乙兩木塊的質量分別為 1 kg 、 3 kg ，繩質量為 2 kg ，施力為 120 N ，重力加速度 $g = 10\text{ m/s}^2$ 。則

(a) a 、 b 兩點張力相差若干？

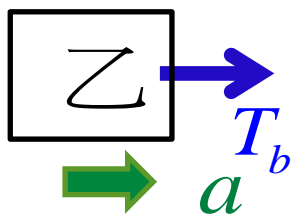
(b) 若以相同之力 F 將此連結體鉛直上提，則 a 點張力為若干？



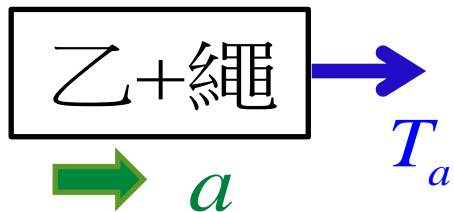
(a)



$$\text{see (甲+乙+繩)}: [F = ma] 120 = (1 + 3 + 2)a \therefore a = 20 [m/s^2]$$

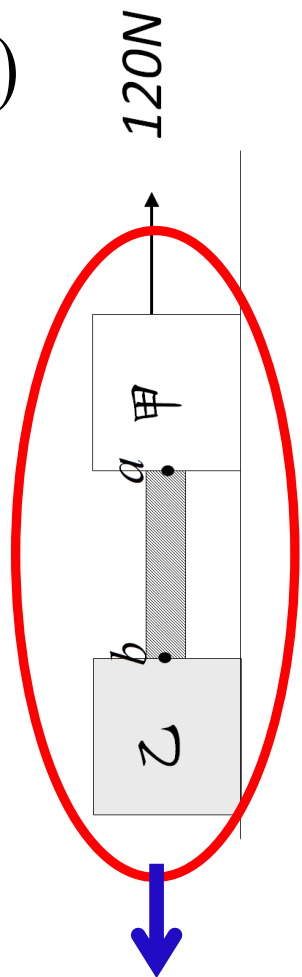


$$\text{see 乙}: [F = ma] T_b = 3 \times 20 = 60 [N]$$



$$\text{see 乙+繩}: [F = ma] T_a = (3 + 2) \times 20 = 100 [N]$$

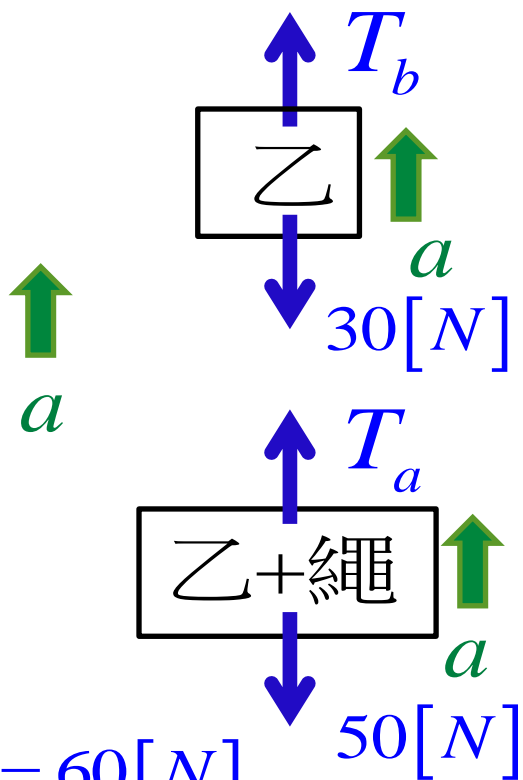
(b)



$$(2+3+1) \times 10 = 60 [N]$$

$$\text{see (甲 + 乙 + 繩)} : [F = ma]$$

$$120 - 60 = (1 + 3 + 2)a \therefore a = 10 [m/s^2]$$



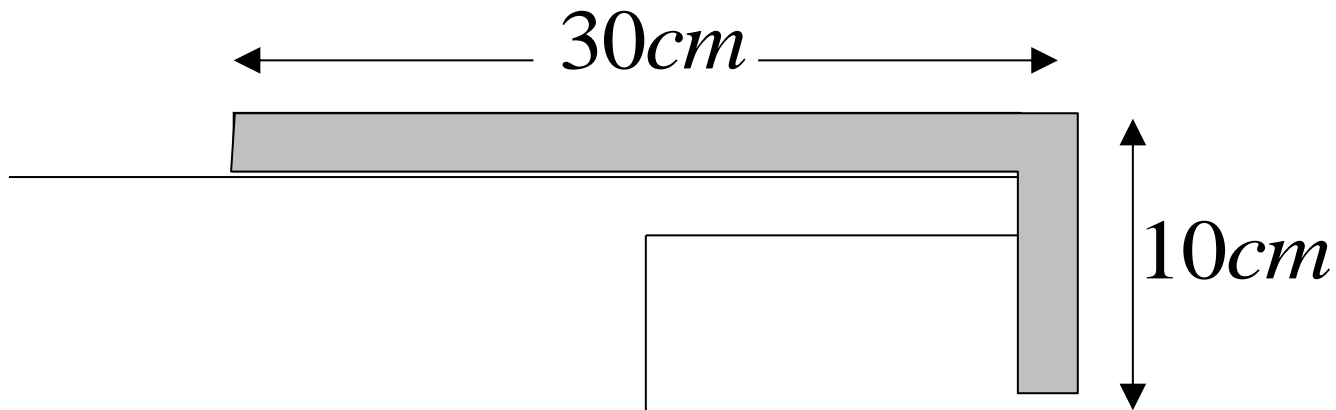
$$\text{see 乙} : [F = ma]$$

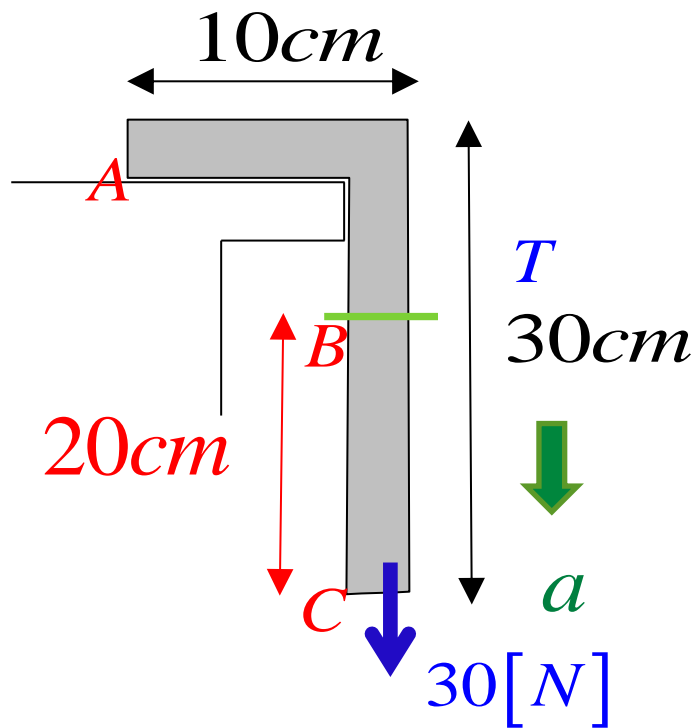
$$T_b - 30 = 3 \times 10 = 60 [N]$$

$$\text{see (乙 + 繩)} : [F = ma]$$

$$T_a - 50 = (3 + 2) \times 10 = 100 [N]$$

1. 圖為均勻細繩長40 cm，靜置於光滑水平桌面上，有10 cm垂下，用手固定；若繩質量4 kg，當放手後，至下垂部分長30 cm之瞬間，繩子中點（離底端20 cm）處之張力為？（ $g = 10 \text{ m/s}^2$ ）

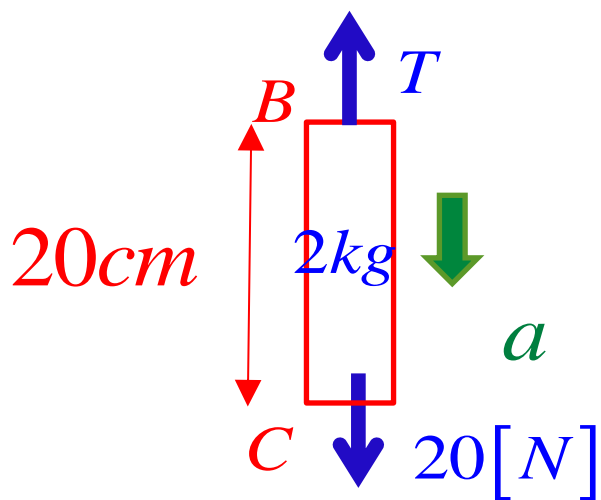




中點 B

see 全繩: $[F = ma]$

$$30 = 4a \therefore a = 7.5 \text{ [m/s}^2\text{]}$$



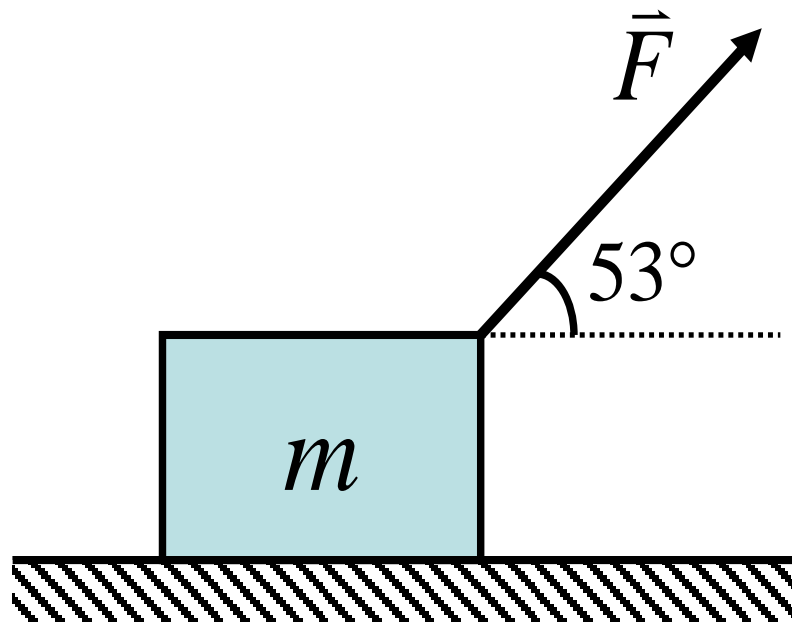
see 下半繩 BC 段: $[F = ma]$

$$20 - T = 2 \times 7.5 \therefore T = 5 \text{ [N]}$$

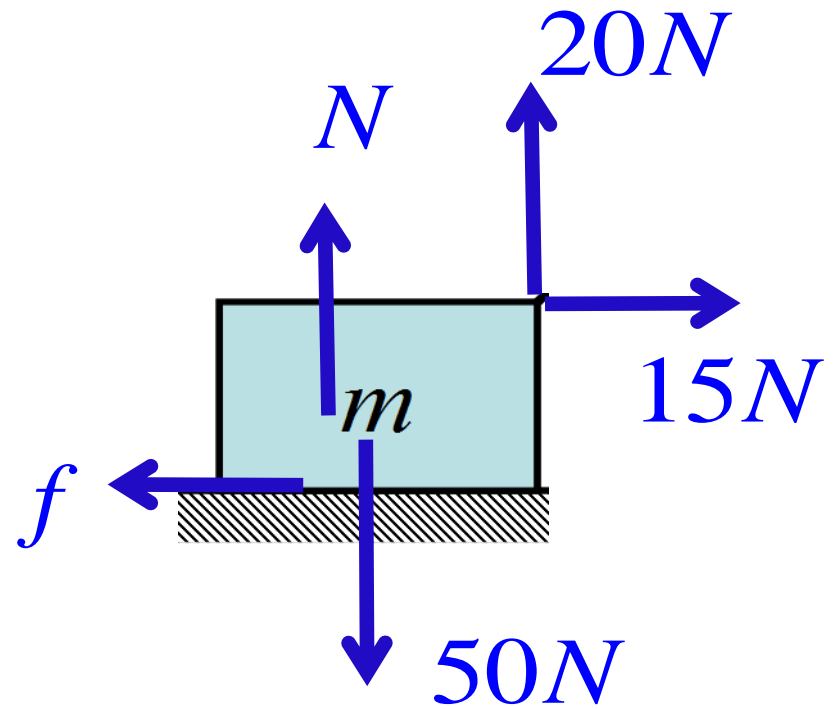
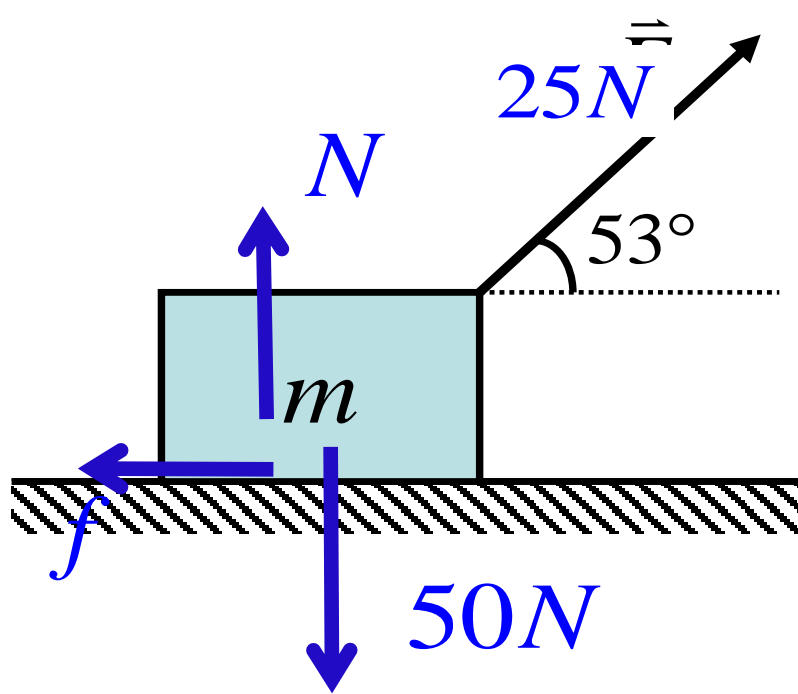
2. 圖表示一木塊置於水平桌面上，木塊質量 $m=5$ 公斤，施力 $F=25$ 牛頓，且 F 與水平成 53° 仰角。木塊與桌面間的靜摩擦係數 $\mu_s=0.8$ 、動摩擦係數 $\mu_s=0.5$ ，則（設重力加速度 $g=10$ 公尺/秒²）

(1) 當 $F=25$ 牛頓時，桌面施於木塊的正向力=___牛頓。
木塊所受的摩擦力=___牛頓。

(2) 若施力 F 增為 50 牛頓，則木塊所受的摩擦力=___牛頓，
加速度=___ m/s^2 。



(1)



鉛直方向：靜止 合力=0 $N + 20 = 50 \quad \therefore N = 30[N]$

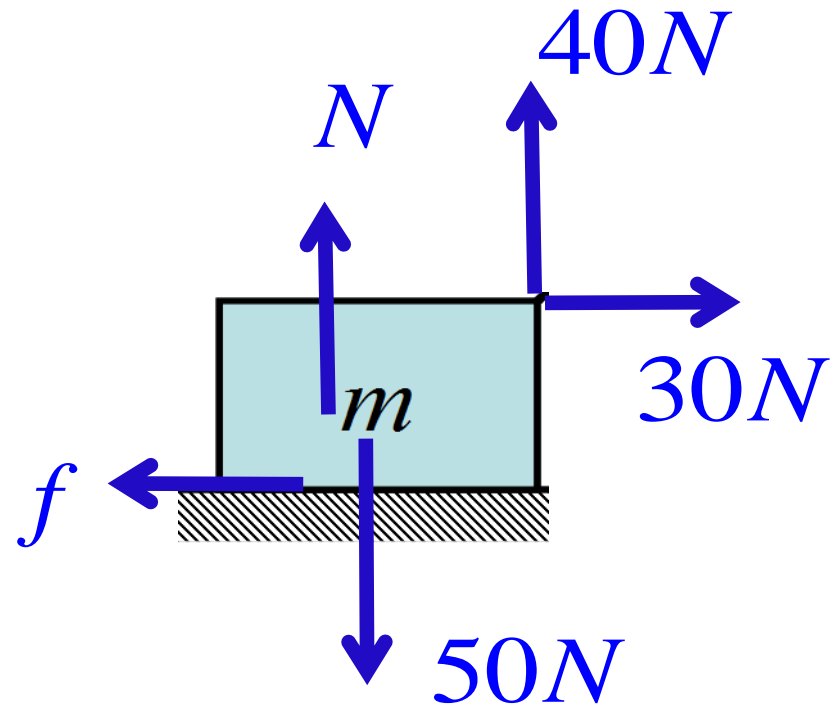
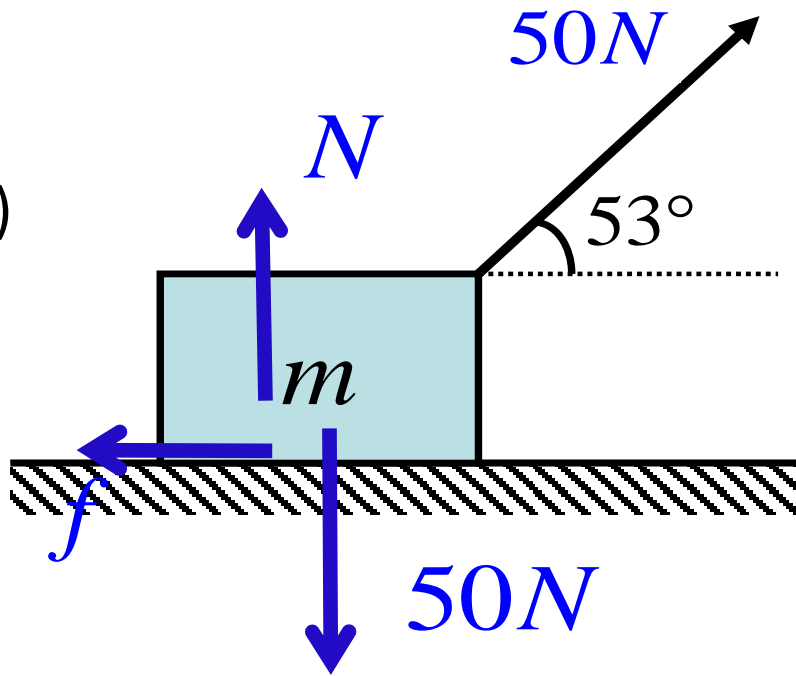
水平方向

$$\therefore f_s(\text{max}) = \mu_s N = 0.8 \times 30 = 24[N] > 15$$

\therefore 木塊靜止

$$\text{合力}=0 \quad f = 15[N]$$

(2)



鉛直方向：靜止 合力=0 $N + 40 = 50 \therefore N = 10[N]$

水平方向

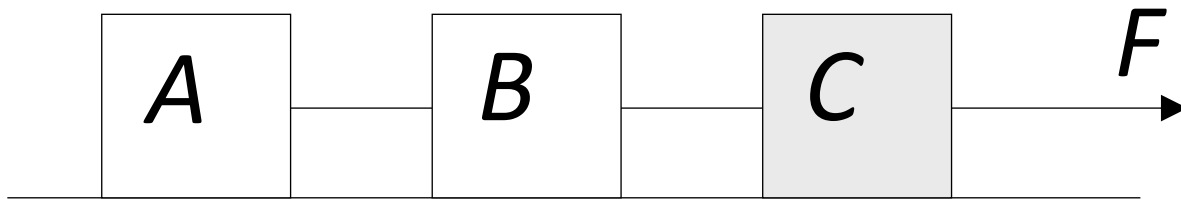
$$\therefore f_s(\text{max}) = \mu_s N = 0.8 \times 10 = 8[N] < 30$$

$$\therefore \text{木塊會滑動 } f = f_k = \mu_k N = 0.5 \times 10 = 5[N]$$

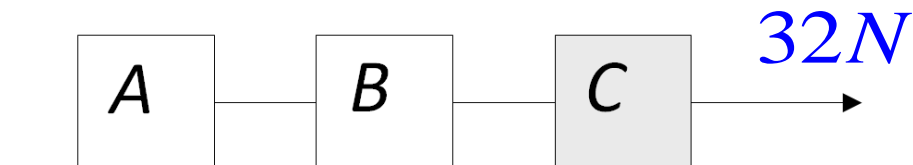
$$[F = ma] \quad 30 - 5 = 5a \therefore a = 5[m/s^2]$$

1. 水平桌面有三個物體 A 、 B 、 C ，其質量分別分別為 1 kg 、 2 kg 、 3 kg 、已知物體與桌面之靜摩擦係數均為 0.6 ，動摩擦係數均為 0.4 ，另重力加速度為 10 m/s^2 ，今施力 F 於 C 物體上，則

- (A) 當 $F=32\text{ N}$ 時， B 與地面之摩擦力為？
- (B) 當 $F=32\text{ N}$ 時， B 、 C 間之繩子張力為？
- (C) 當 $F=32\text{ N}$ 時， A 物體之摩擦力為？
- (D) 當 $F=54\text{ N}$ 時， A 、 B 間之繩子張力為？
- (E) 當 $F=54\text{ N}$ 時， B 所受之合力為？



(A) (B) (C)



see $(A + B + C)$

水平方向

$$\because f_s(\text{max}) = \mu_s N = 0.6 \times (1 + 2 + 3) \times 10 = 36 [N] > 32$$

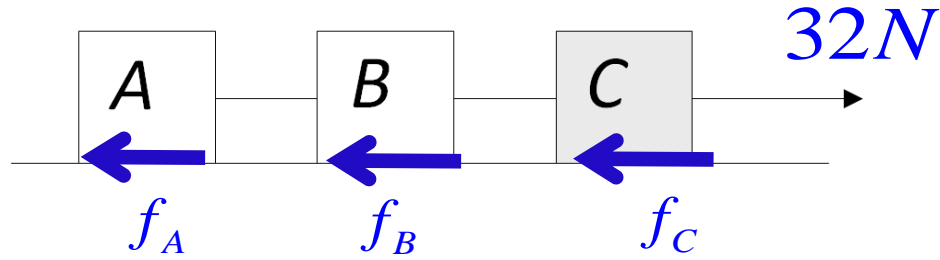
\therefore 木塊靜止 合力=0

$$f_{sA}(\text{max}) = \mu_s N_A = 0.6 \times 1 \times 10 = 6 [N]$$

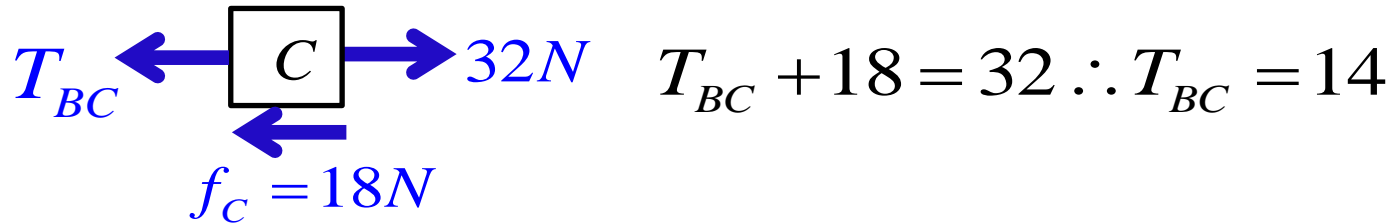
$$f_{sB}(\text{max}) = \mu_s N_B = 0.6 \times 2 \times 10 = 12 [N]$$

$$f_{sC}(\text{max}) = \mu_s N_C = 0.6 \times 3 \times 10 = 18 [N]$$

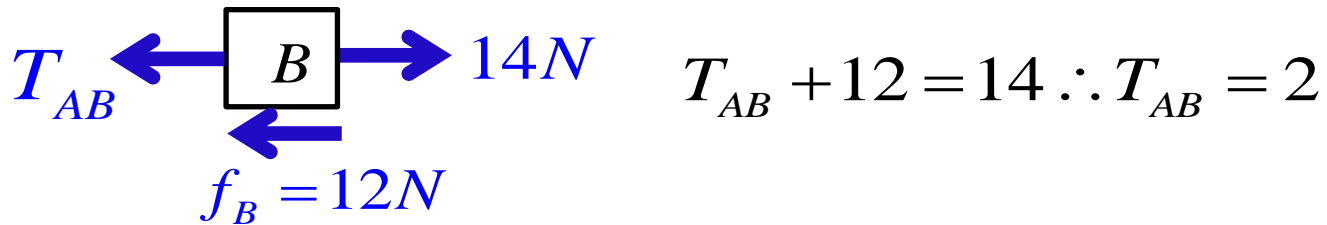
(A) (B) (C)



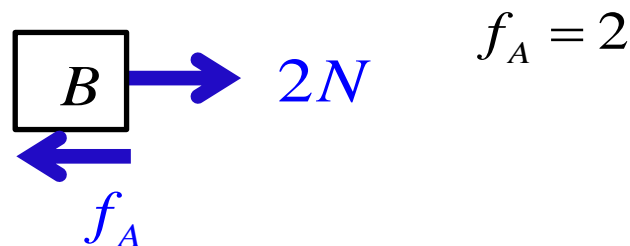
see C: 木塊靜止 合力=0 判斷 $f_C = f_{SC}(\text{max}) = 18N$



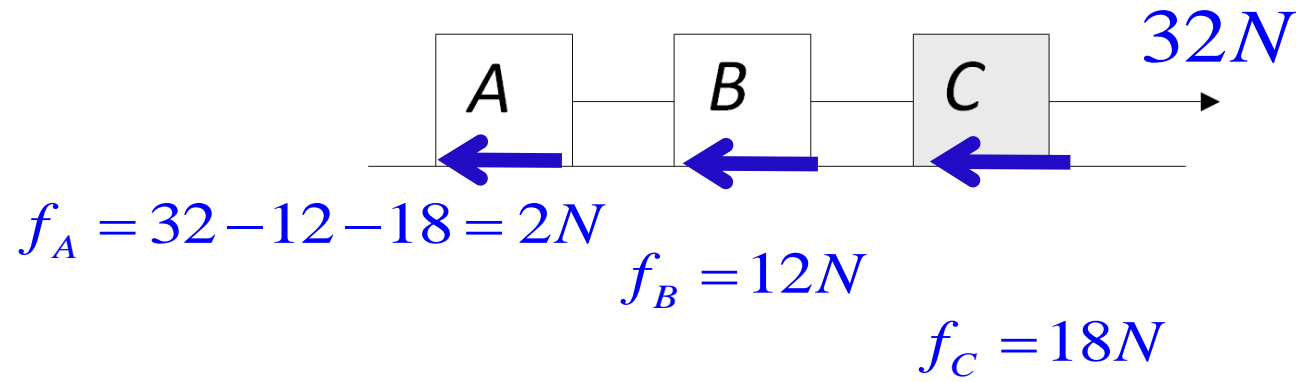
see B: 木塊靜止 合力=0 判斷 $f_B = f_{SB}(\text{max}) = 12N$



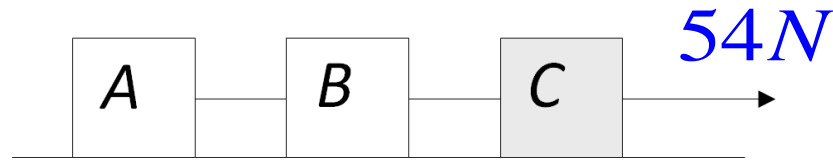
see A: 木塊靜止 合力=0



(A) (B) (C)



(D) (E)



see $(A + B + C)$

水平方向

$$\therefore f_s(\text{max}) = \mu_s N = 0.6 \times (1 + 2 + 3) \times 10 = 36 [N] < 54$$

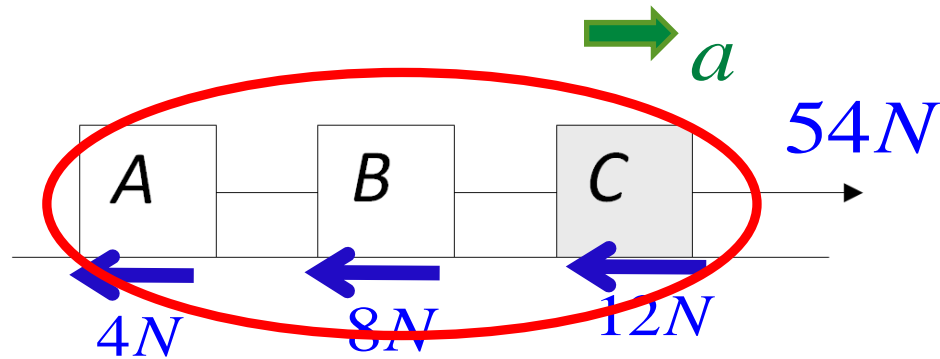
$$\therefore \text{木塊會滑動 } f_k = \mu_s N = 0.4 \times (1 + 2 + 3) \times 10 = 24 [N]$$

$$f_{kA} = \mu_k N_A = 0.4 \times 1 \times 10 = 4 [N]$$

$$f_{kB} = \mu_k N_B = 0.4 \times 2 \times 10 = 8 [N]$$

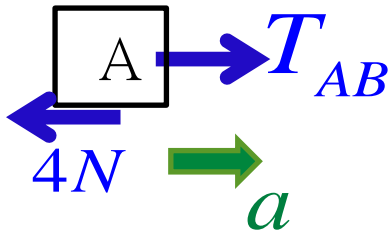
$$f_{kC} = \mu_k N_C = 0.4 \times 3 \times 10 = 12 [N]$$

(D) (E)



$$\text{see } (A + B + C) : [F = ma]$$

$$54 - 4 - 8 - 12 = (1 + 2 + 3)a \therefore a = 5 [m / s^2]$$



$$\text{see } A : [F = ma]$$

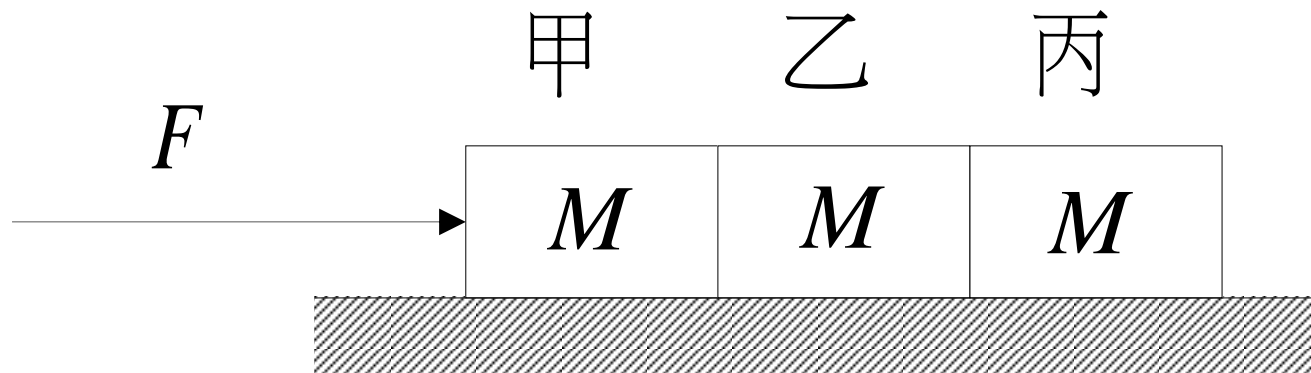
$$T_{AB} - 4 = 1 \times 5 \therefore T_{AB} = 9 [N]$$

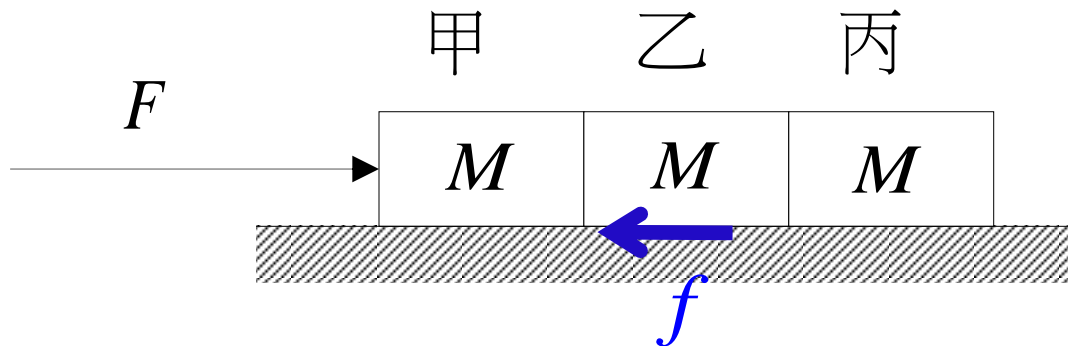
$$\text{see } B : [F = ma]$$

$$\text{合力} = 2 \times 5 = 10 [N]$$

2. 甲、乙、丙三物體質量均為 M ，並以一水平力 F 施於甲物體，如圖所示。設甲、丙兩物體與桌面之摩擦可忽略，而乙物體與桌面之靜摩擦係數為 0.7 ，動摩擦係數為 0.6 ，則：

- (A) 當 $F = 0.5 Mg$ 時，甲物體施於乙物體之力為？
- (B) 當 $F = 0.5 Mg$ 時，乙物體施於丙物體之力為？
- (C) 當 $F = 3 Mg$ 時，甲物體施於乙物體之力為？
- (D) 當 $F = 3 Mg$ 時，乙物體施於丙物體之力為？





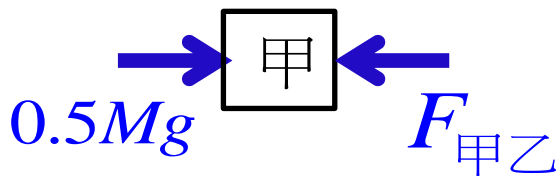
$$f_s(\text{max}) = \mu_s N = 0.7Mg$$

$$f_k = \mu_k N = 0.6Mg$$

(A) (B) *see*(甲+乙+丙)

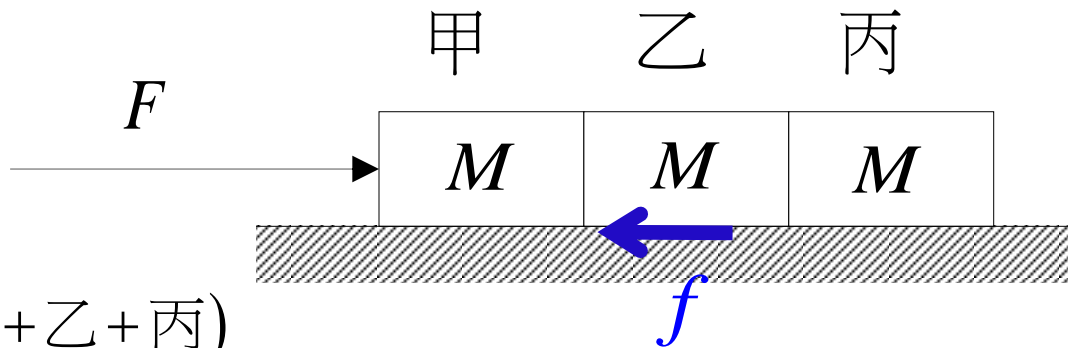
水平方向 $\because f_s(\text{max}) = 0.7Mg > 0.5Mg$

\therefore 木塊靜止 合力=0



see 甲: 靜止 合力=0

$$\therefore F_{\text{甲乙}} = 0.5Mg$$



(C) (D) *see*(甲+乙+丙)

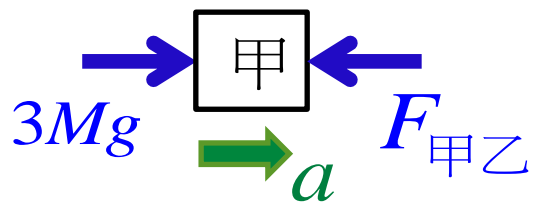
水平方向 $\because f_s(\text{max}) = 0.7Mg < 3Mg$

\therefore 木塊會移動 $f = f_k = 0.6Mg$



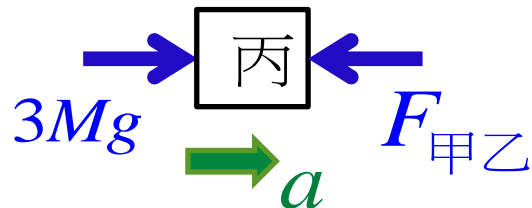
see 甲+乙+丙: 等加速度 $[F = ma]$

$$3Mg - 0.6Mg = 3Ma \therefore a = 0.8g$$



see 甲: 等加速度 $[F = ma]$

$$3Mg - F_{\text{甲乙}} = M \times 0.8g \therefore F_{\text{甲乙}} = 2.4Mg$$



see 丙: 等加速度 $[F = ma]$

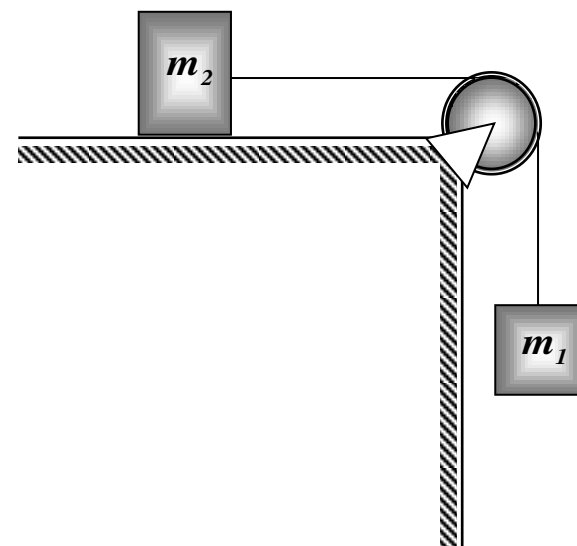
$$\therefore F_{\text{乙丙}} = M \times 0.8g = 0.8Mg$$

單元三：牛頓第二運動定律的應用

一、阿特午機與滑輪組

1 定滑輪 (1)

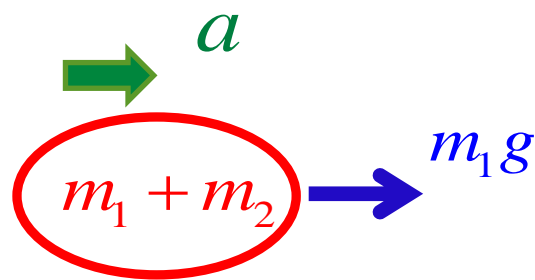
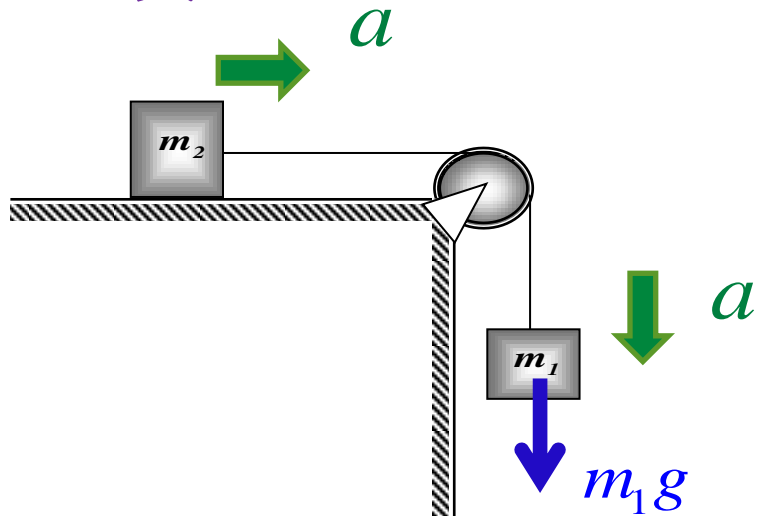
如右圖，重力加速度 g ，桌面光滑，
兩物質量各為 m_1 、 m_2 ，繩子質量不計，
試求：



(1) 若繩子質量不計，則同一條繩子各點的張力皆相同。

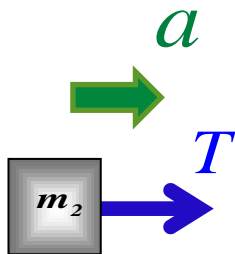
(2) m_1 、 m_2 的加速度 $a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}$

(3) 繩子張力 $T = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$



see $(m_1 + m_2) : [F = ma]$

$$m_1 g = (m_1 + m_2) a \therefore a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}$$



see $m_2 : [F = ma]$

$$T = m_2 a = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

2 定滑輪（2）：阿特武德機

如右圖，重力加速度 g ，兩懸吊物質量各為 m_1 、 m_2 （ $m_1 > m_2$ ），繩子質量不計，試求：

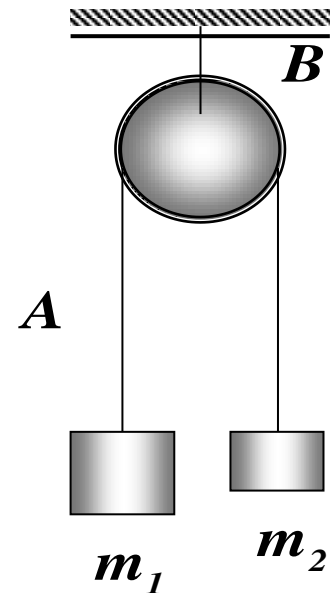
(1) m_1 的加速度 $a_1 = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} (\downarrow)$

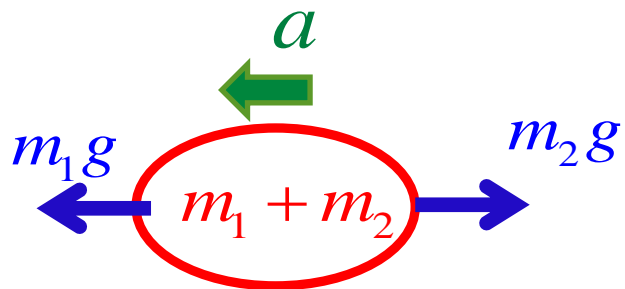
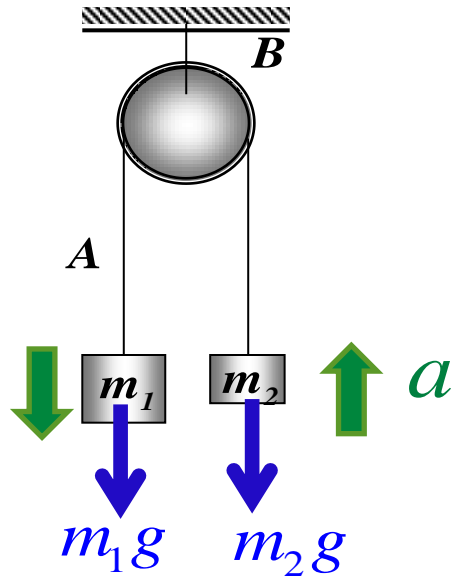
(2) m_2 的加速度 $a_2 = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} (\uparrow)$

(3) A繩子所受的張力 $T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$

(4) 當滑輪質量可忽略時，B繩子所受的張力

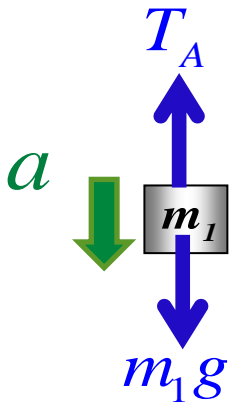
$$2T = \frac{4m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$





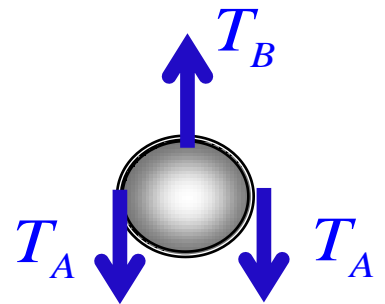
see $(m_1 + m_2) : [F = ma]$

$$(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a \therefore a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g$$



see $m_1 : [F = ma]$

$$m_1g - T = m_1a \therefore T = m_1g - m_1 \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2}$$



see 定滑輪: 靜止 合力=0

當滑輪質量可忽略時 $T_B = 2T_A = \frac{4m_1m_2g}{m_1 + m_2}$

3 滑輪組

如圖，重力加速度 g ，若定滑輪與繩子質量不計， $m_1 > 2m_2$ ，試求

(1) 動滑輪上物體 m_1 和物體 m_2 加速度關係： $2a_1 = a_2$

(2) A繩與B繩張力關係： $T_1 = 2T_2$

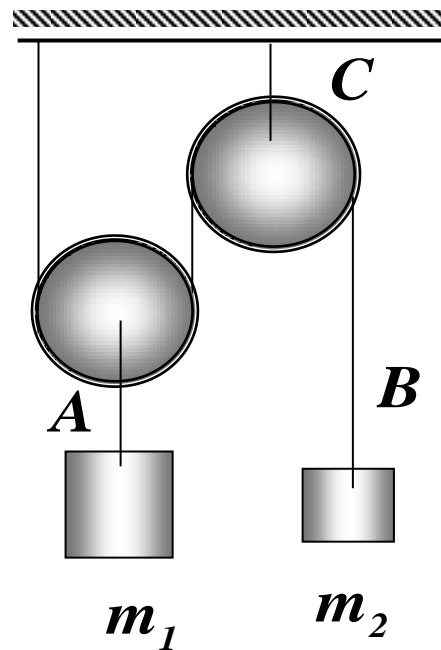
(3) 1 m_1 的加速度 $a_1 = \frac{(m_1 - 2m_2)g}{m_1 + 4m_2} (\downarrow)$

2 m_2 的加速度 $a_2 = 2 \frac{(m_1 - 2m_2)g}{m_1 + 4m_2} (\uparrow)$

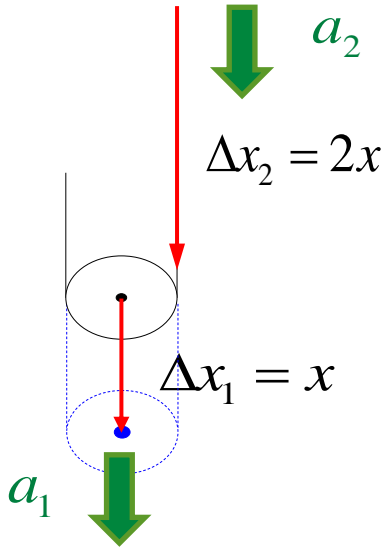
3 A繩的張力為 $T_1 = \frac{6m_1 m_2 g}{m_1 + 4m_2}$

4 B繩的張力為 $T_2 = \frac{3m_1 m_2 g}{m_1 + 4m_2}$

(4) C繩的張力為 $2T_2 = \frac{6m_1 m_2 g}{m_1 + 4m_2}$



【討論】



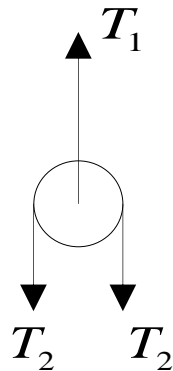
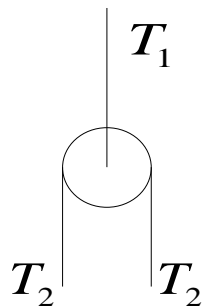
see 動滑輪：

$$\because \Delta x_2 = 2\Delta x_1$$

$$\left[\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \propto a \right]$$

$$\therefore 2a_1 = a_2$$

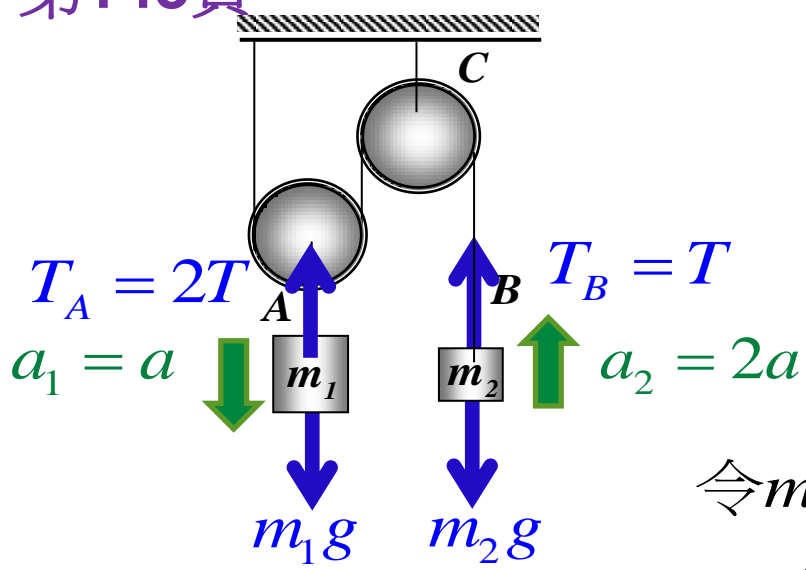
(1) 若滑輪質量不計



see 定滑輪：靜止 合力=0

當滑輪質量可忽略時 $T_1 = 2T_2$

$$T_1 = 2T_2$$



令 m_1 加速度 $a_1 = a$ m_2 加速度 $a_2 = 2a$

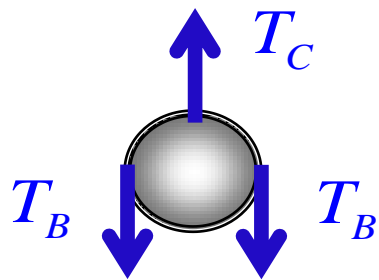
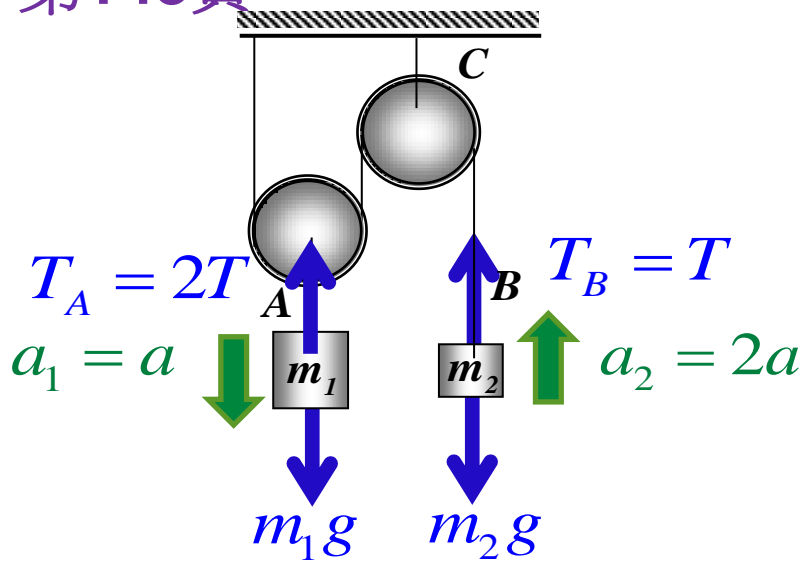
A繩張力 $T_A = 2T$ B繩張力 $T_B = T$

$$[F = ma]$$

$$\begin{cases} \text{see } m_1 : m_1 g - 2T = m_1 a \dots\dots \textcircled{1} \\ \text{see } m_2 : T - m_2 g = m_2 2a \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + 2 \times \textcircled{2} \quad (m_1 + 2m_2) g = (m_1 + 4m_2) a \therefore a = \frac{m_1 + 2m_2}{m_1 + 4m_2} g$$

$$\text{代入 } \textcircled{2} \quad T = \frac{3m_1 m_2 g}{m_1 + 4m_2}$$

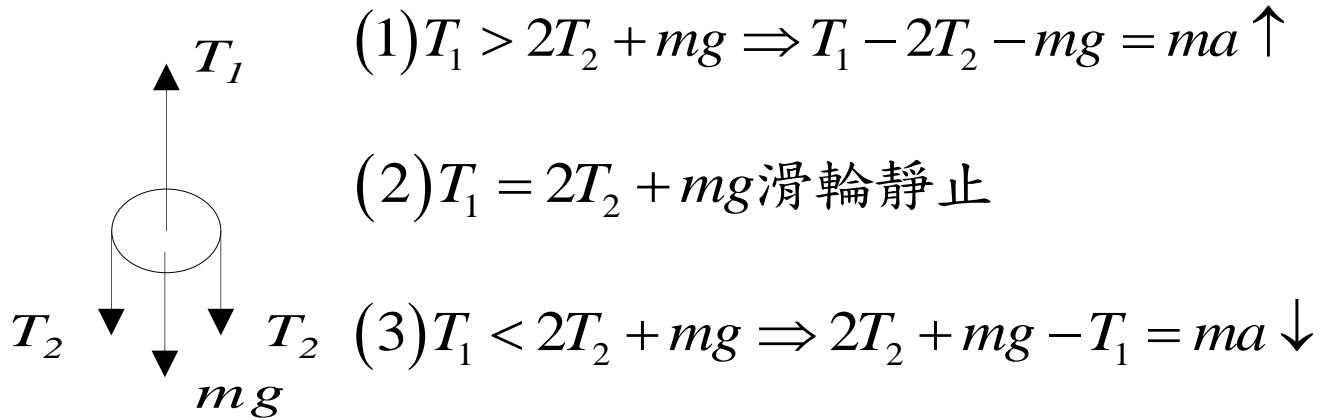
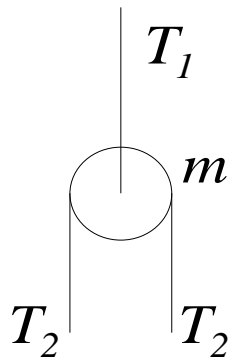


see 定滑輪：靜止 合力 = 0

當滑輪質量可忽略時 $T_C = 2T_B = \frac{6m_1m_2g}{m_1 + 4m_2}$

【討論】

(2) 若滑輪質量為 m

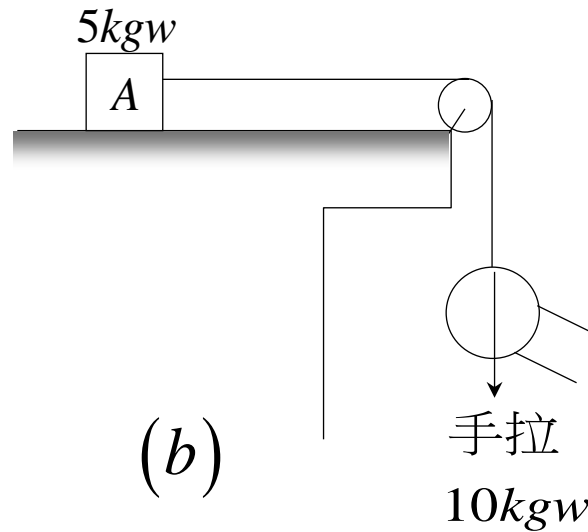
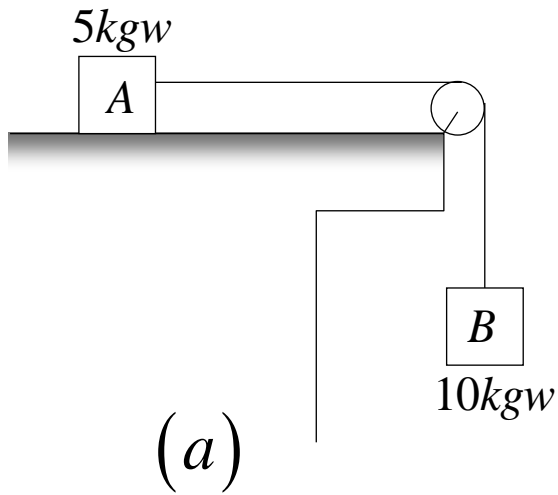


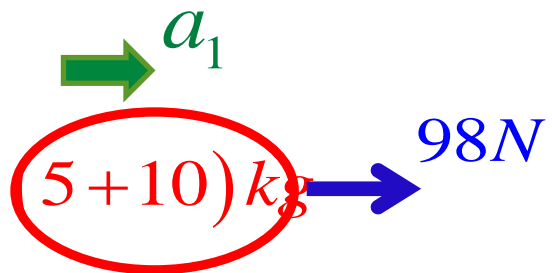
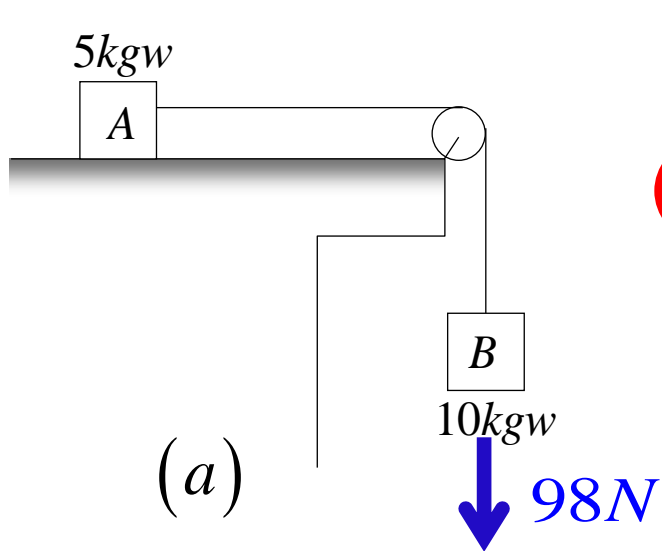
(1) $T_1 > 2T_2 + mg \Rightarrow T_1 - 2T_2 - mg = ma \uparrow$

(2) $T_1 = 2T_2 + mg$ 滑輪靜止

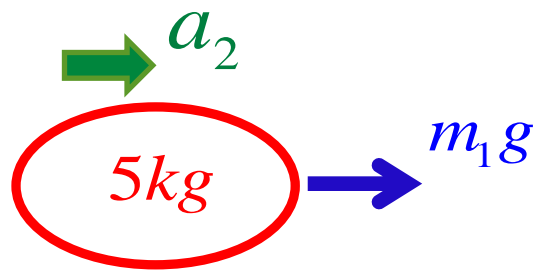
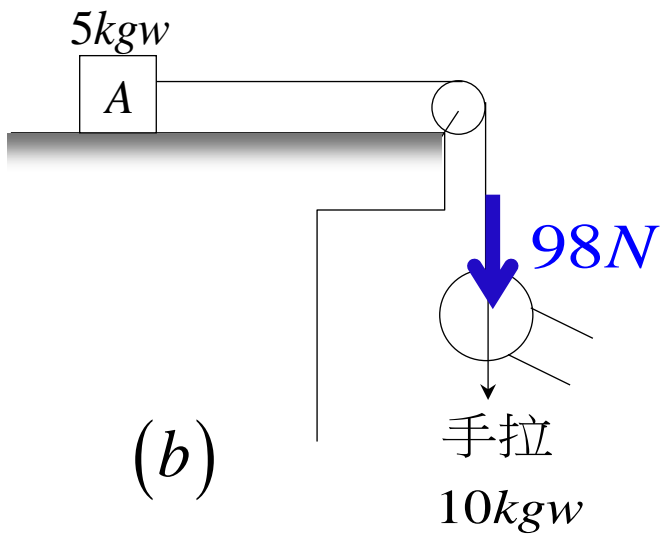
(3) $T_1 < 2T_2 + mg \Rightarrow 2T_2 + mg - T_1 = ma \downarrow$

1. 如圖(a)與(b)，物體A的加速度分別為 a_1 及 a_2 ，若不計繩重及各阻力，則 $a_1/a_2 = ?$





$$a_1 = \frac{98}{5+10} [m/s^2]$$



$$a_2 = \frac{98}{5} [m/s^2]$$

第144頁

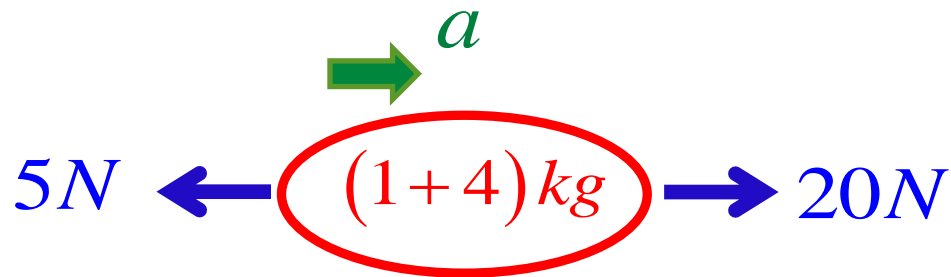
2. 甲、乙兩物體的質量各為 1.0 kg 和 4.0 kg ，以細繩連接，跨過質量可不計的滑輪，置於兩個斜角均為 30° 的光滑長斜面上，如右圖所示。若兩物體自靜止釋放，

(1) 加速度大小

(2) 經過 1.0 s ，乙物體沿斜面移動多少？

(設重力加速度為 10 m/s^2)





$$\text{see}(\text{甲} + \text{乙}) : [F = ma]$$

$$20 - 5 = (1 + 4)a \therefore a = 3 [m/s^2]$$

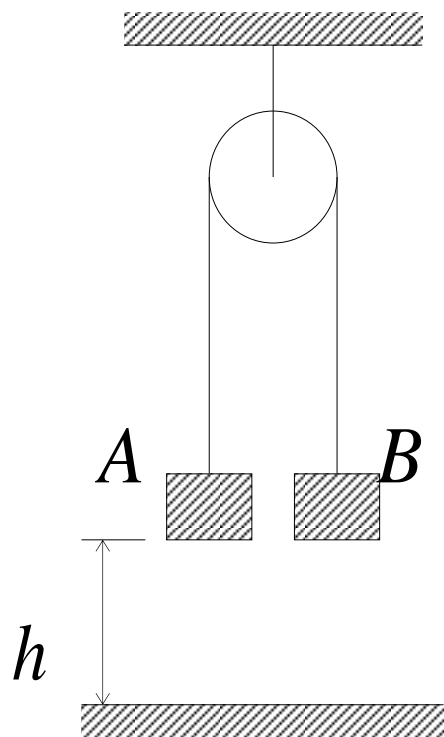
$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right] \therefore \Delta x = \frac{1}{2} \times 3 \times 1^2 = 1.5 [m]$$

1. 圖所示，有兩質量分別為 5kg 及 3kg 之物體A、B跨過一定滑輪，且兩者均由距地高 $h=8\text{m}$ 處釋放，

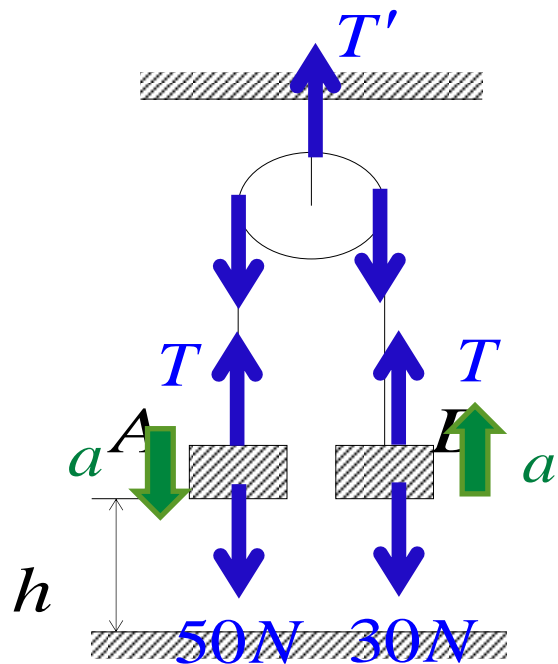
(1) 當A未著地前固定定滑輪與天花板的繩子張力為何？

(2) 當A著地後B可上升之最大高度距地高若干？

(設重力加速度為 10 m/s^2)



(1)



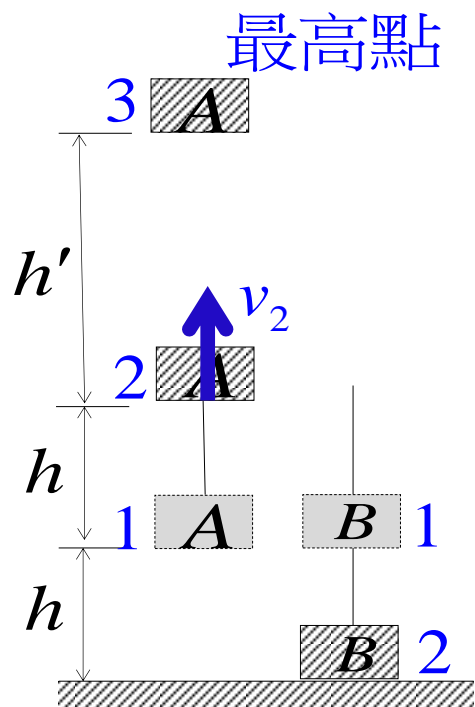
$$[F = ma]$$

$$\begin{cases} A: 50 - T = 5a \dots\dots ① \\ B: T - 30 = 3a \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① + ② \quad a = \frac{5}{2}$$

$$\text{代入 } ② \quad T = \frac{75}{2} \rightarrow T' = 2T = 75$$

(2)



A: (1 → 2) A + B 連體等加速度 $a = \frac{5}{2}$

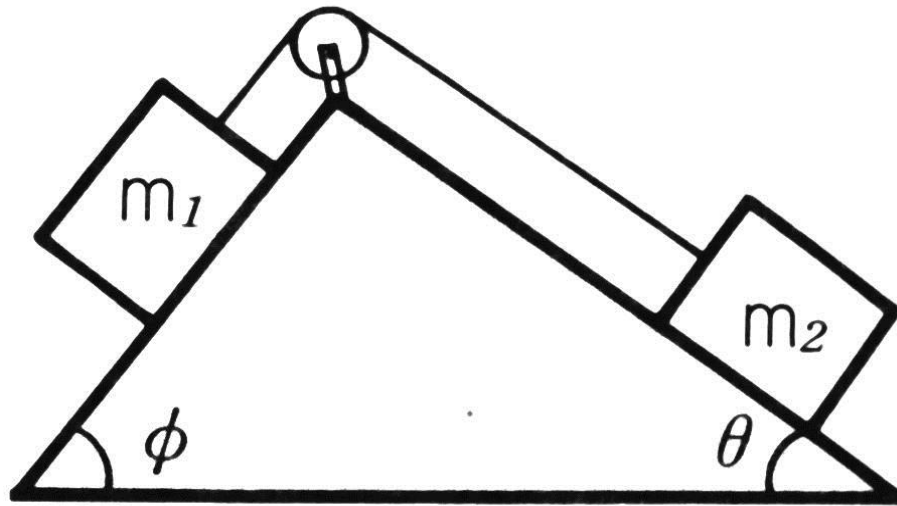
$$[v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x] v_2 = \sqrt{2 \times \frac{5}{2} \times 8} = 2\sqrt{10}$$

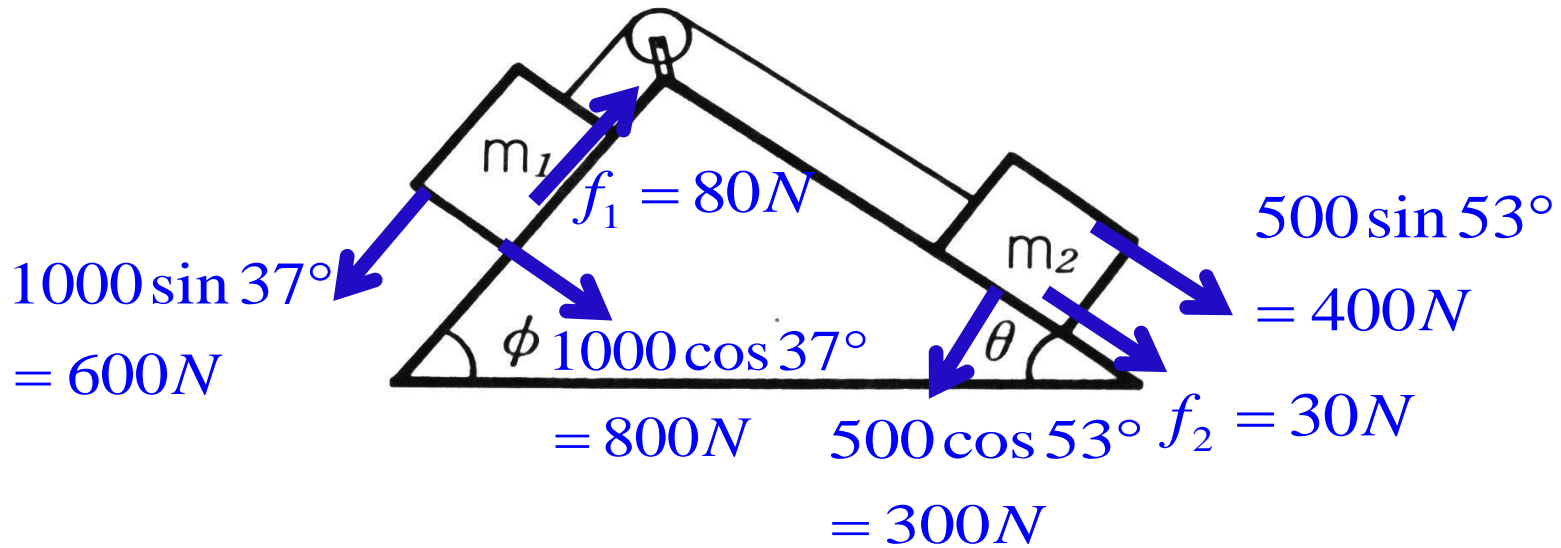
A: (2 → 3) A 鉛直上拋 $g = 10$

$$[v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x] h' = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{(2\sqrt{10})^2}{2 \times 10} = 2$$

∴ A 最大距地高度 = 8 + 8 + 2 = 18 [m]

2. 兩木塊質量 m_1 及 m_2 分別為100 kg及50 kg，以細繩相連，細繩跨過無摩擦的滑輪，兩木塊可分別在斜角為 $\phi = 37^\circ$ 及 $\theta = 53^\circ$ 的斜面上滑動，若斜面與木塊間的動摩擦係數為0.1(假設可滑動)，試求：
(a)木塊的加速度大小？ (b)細繩中的張力？



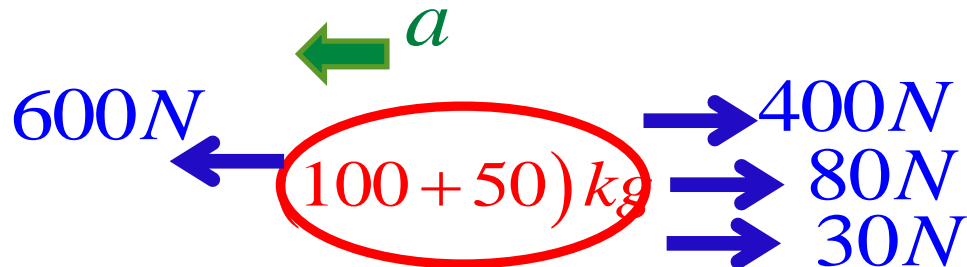


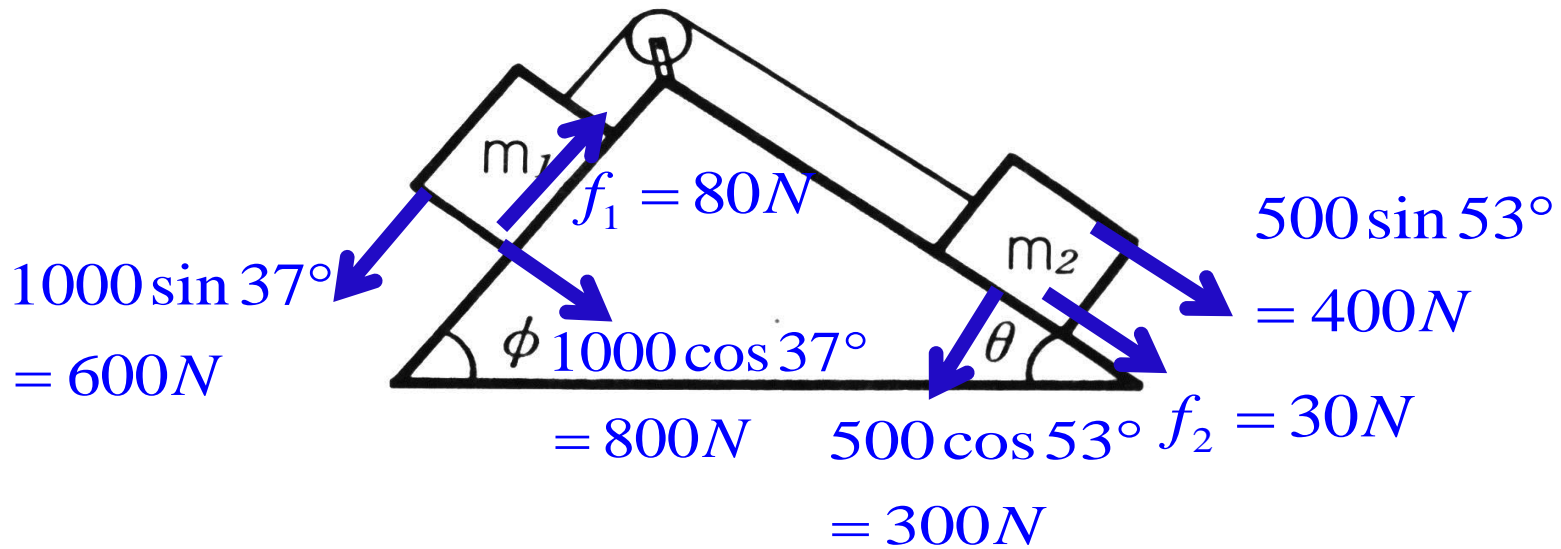
$$f_1 = \mu_k N = 0.1 \times 800 = 80\text{N}$$

$$f_2 = \mu_k N = 0.1 \times 300 = 30\text{N}$$

see $(m_1 + m_2) : [F = ma]$

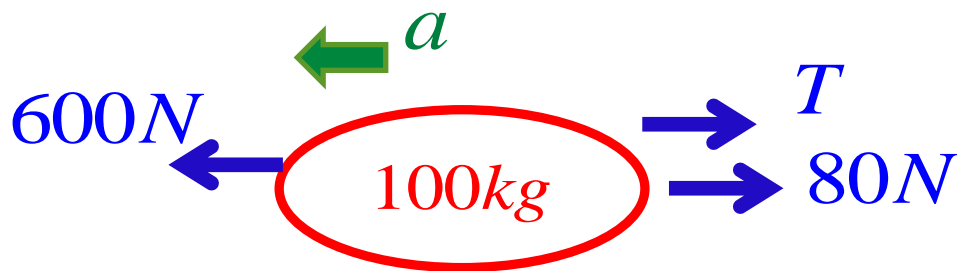
$$600 - 400 - 80 - 30 = (100 + 50)a \therefore a = 0.6 \left[m/s^2 \right]$$



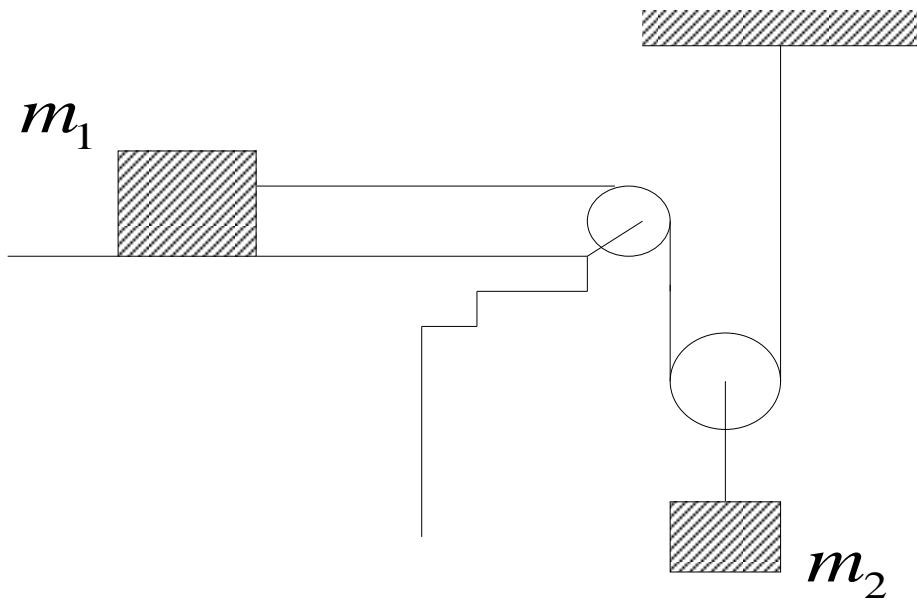


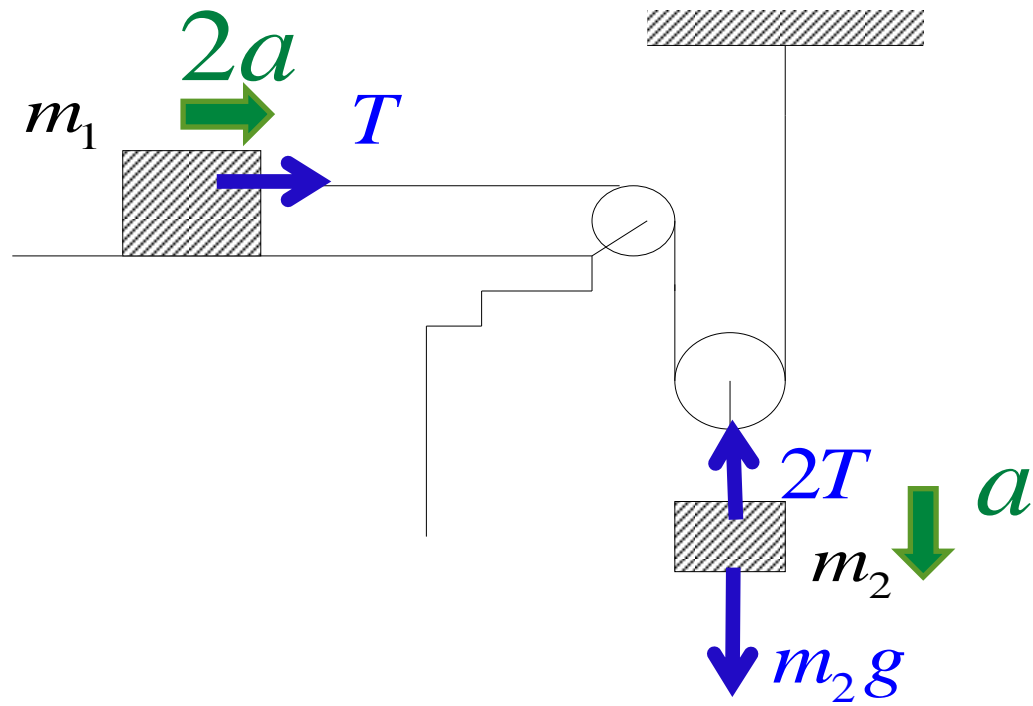
see $m_1 : [F = ma]$

$$600 - 80 - T = 100 \times 0.6 \therefore T = 460 [N]$$

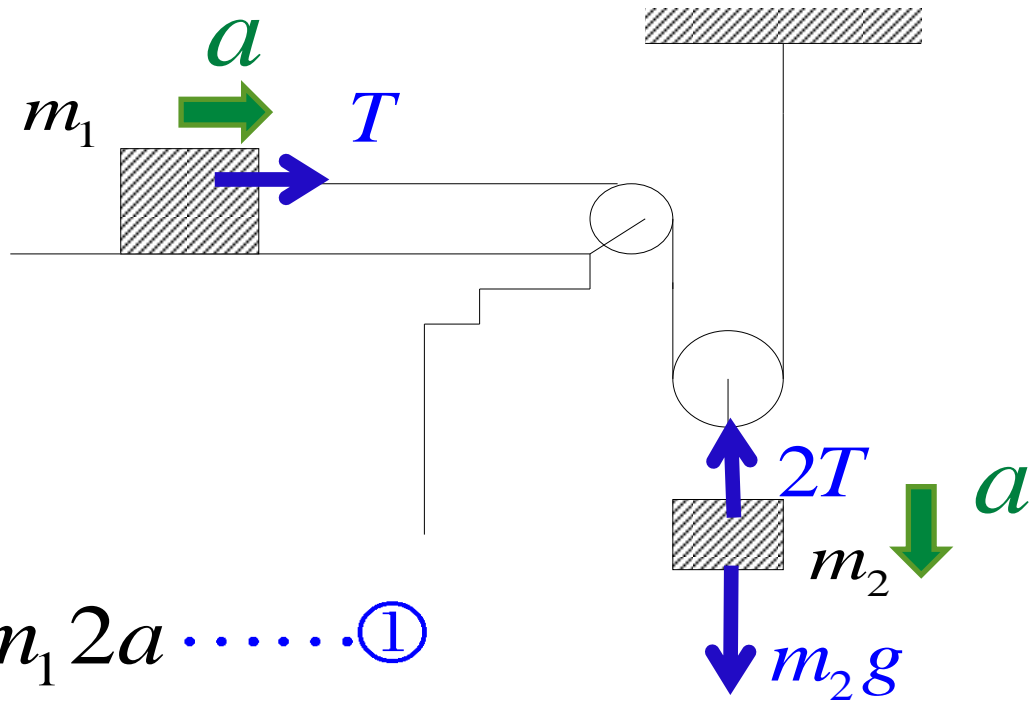


1. 兩物質量分別為 m_1 與 m_2 ，若不計摩擦及滑輪重，求：
(1) 物體 m_1 及 m_2 之加速度。(2) 物體 m_1 之右端繩子的張力。
(重力加速度 g)





令 m_1 加速度 $a_1 = 2a$ m_2 加速度 $a_2 = a$
 m_1 右端繩張力 T m_2 上端繩張力 $2T$



$$[F = ma]$$

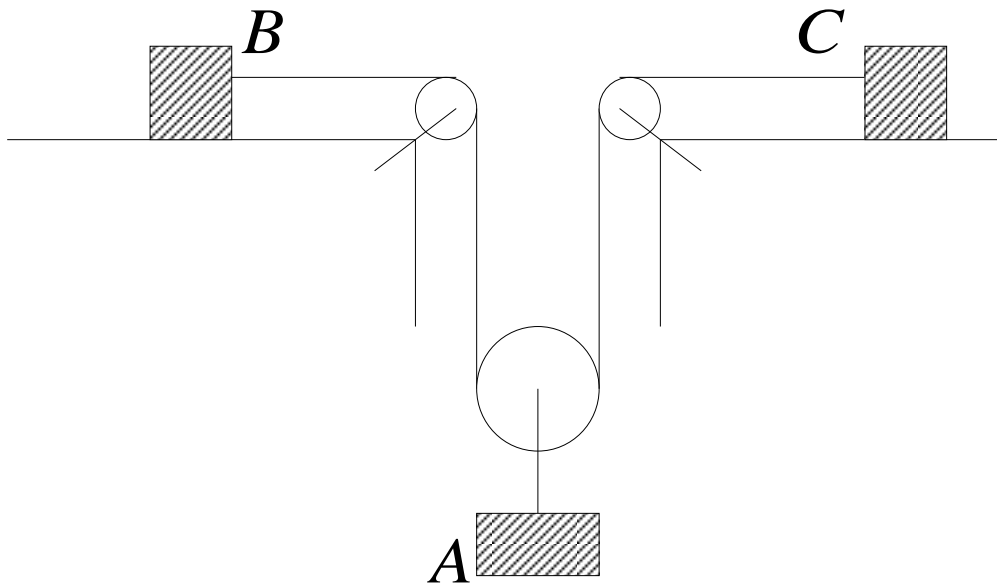
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{see } m_1 : T = m_1 2a \dots\dots \textcircled{1} \\ \text{see } m_2 : m_2 g - 2T = m_2 a \dots\dots \textcircled{2} \end{array} \right.$$

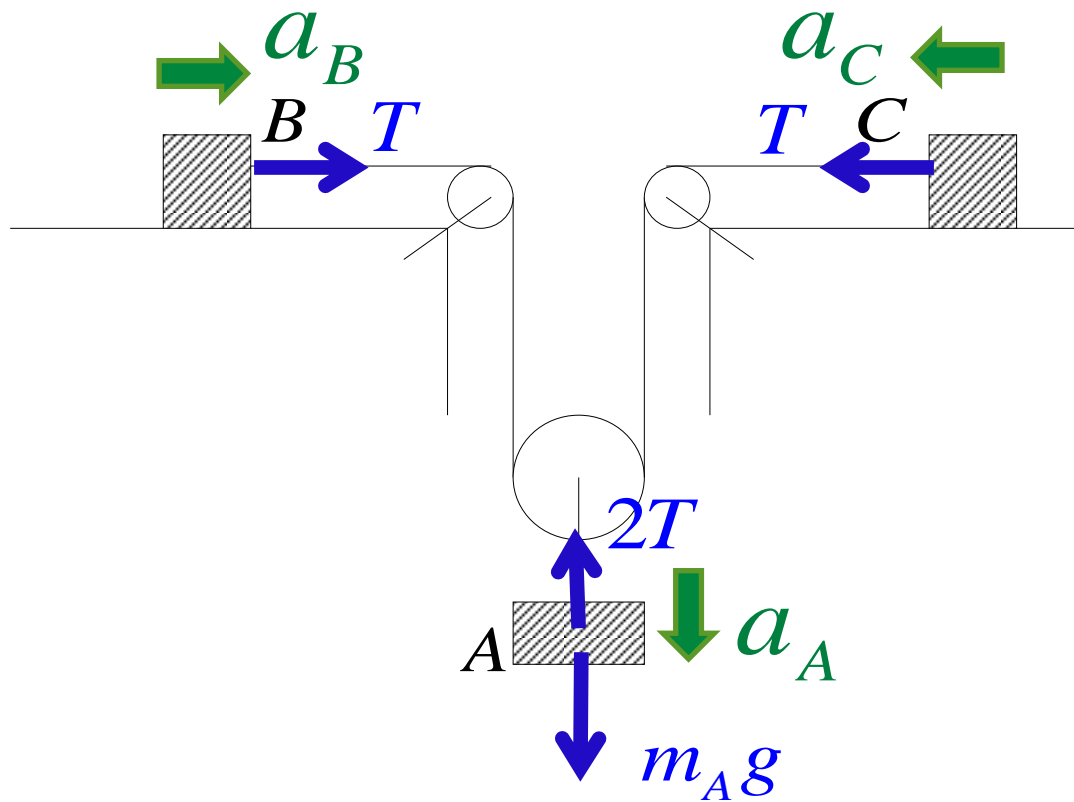
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{see } m_1 : T = m_1 2a \dots\dots \textcircled{1} \\ \text{see } m_2 : m_2 g - 2T = m_2 a \dots\dots \textcircled{2} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2} \quad m_2 g = (4m_1 + m_2) a \therefore a = \frac{m_2 g}{4m_1 + m_2}$$

$$\text{代入 } \textcircled{2} \quad T = \frac{2m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}$$

2. **A**、**B**、**C**之質量分別為 3kg ， 2kg ， 1kg （動滑輪及繩重不計），求三物體之加速度？（重力加速度 g ）

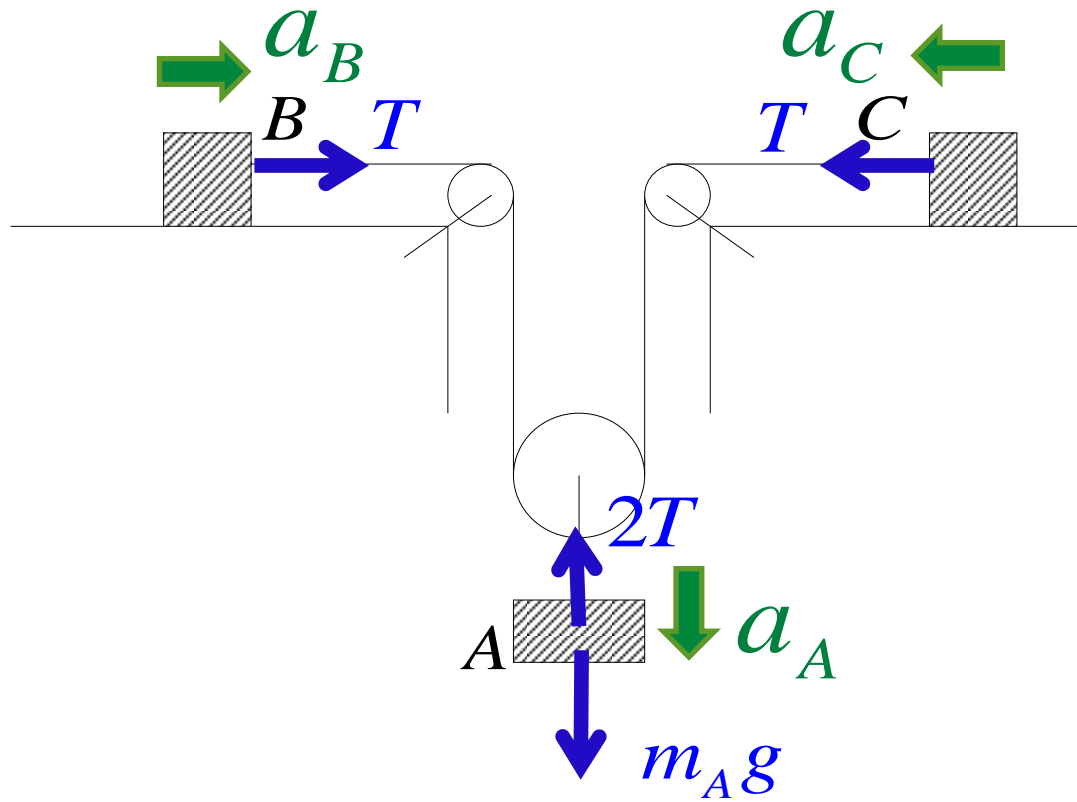




令 m_A 加速度 a_A m_B 加速度 a_B m_C 加速度 a_C

$$\text{則 } a_A = \frac{a_B + a_C}{2}$$

連接 BC 繩張力 T 則連接 A 繩張力 $2T$



$$[F = ma]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{see } B \text{ 或 } C : T = 2a_B = 1a_C \dots\dots \textcircled{1} \\ \text{see } A : 3g - 2T = 3a_A = 3 \frac{a_B + a_C}{2} \dots\dots \textcircled{2} \end{array} \right.$$

$$[F = ma] \begin{cases} \text{see } B \text{ 或 } C : T = 2a_B = 1a_C \dots\dots \textcircled{1} \\ \text{see } A : 3g - 2T = 3a_A = 3 \frac{a_B + a_C}{2} \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

由① $a_B = \frac{1}{2}a_C$ 且 $T = 1a_C$

代入② $3g - 2 \times 1a_C = 3 \frac{\frac{1}{2}a_C + a_C}{2} = \frac{9a_C}{4}$

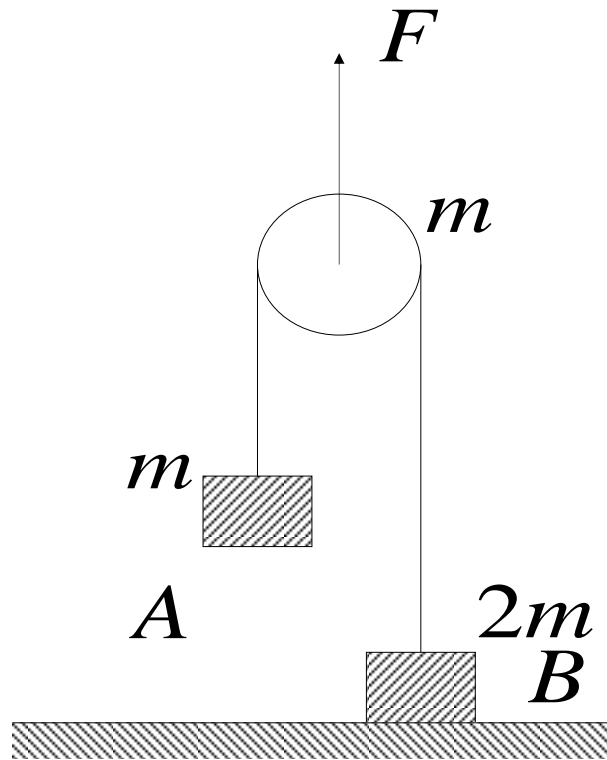
$\therefore a_C = \frac{12}{17}g$

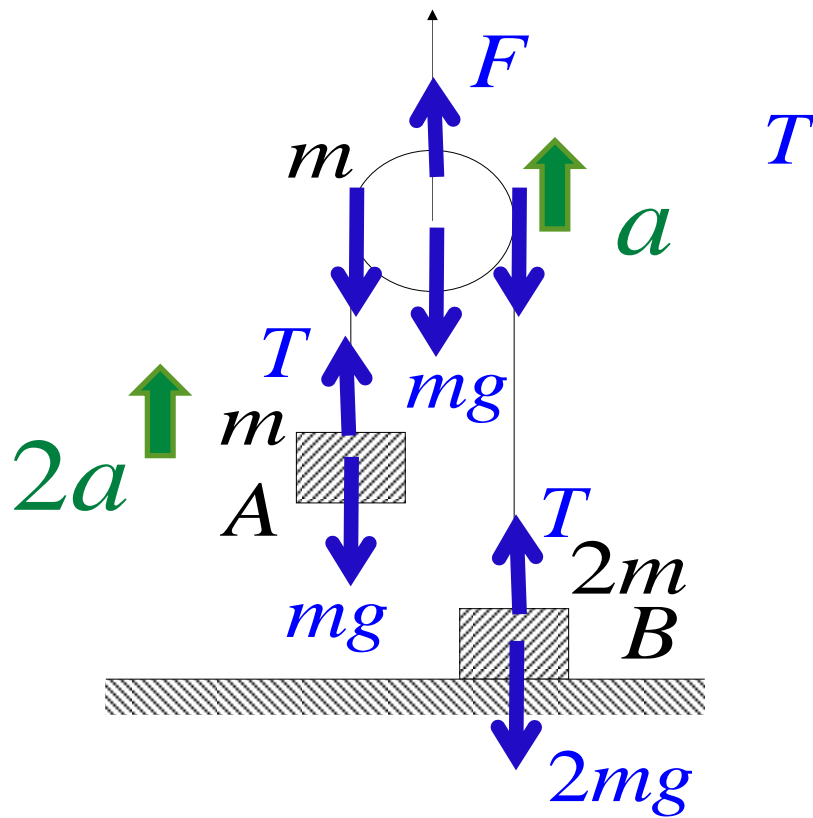
$\rightarrow a_B = \frac{1}{2}a_C = \frac{6}{17}g \rightarrow a_A = \frac{a_B + a_C}{2} = \frac{\frac{6}{17}g + \frac{12}{17}g}{2} = \frac{9}{17}g$

代入① $T = \frac{12}{17}g$

第147頁

1. 圖示，滑輪及A物體質量均為 m ，而B物體質量為 $2m$ ，施一力 F 使滑輪加速上升，而B仍著地不動，則 F 的最大值為何？
(重力加速度 g)





當 F 達最大值時 B 恰離開地面
此時與地面正向力恰為零

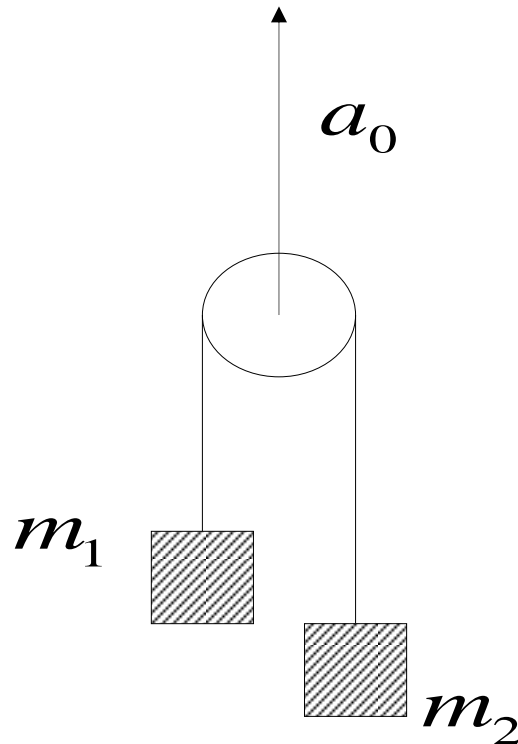
see B : 靜止 合力 = 0 $T = 2mg$

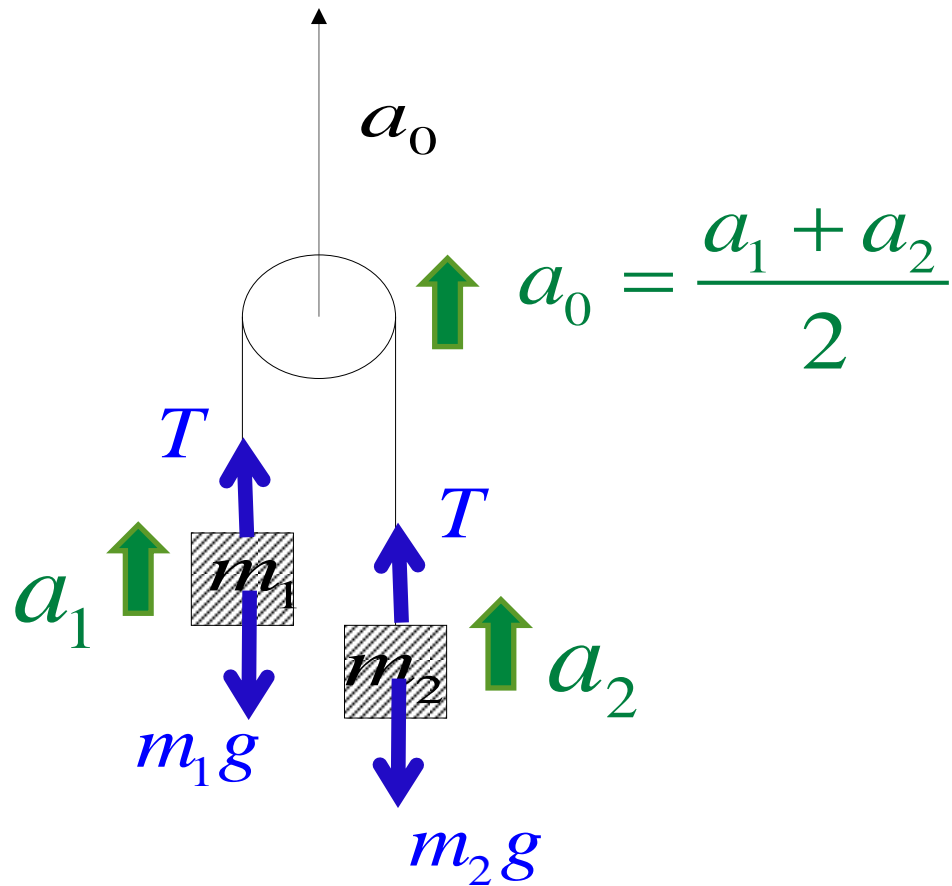
see A : $[F = ma] T - mg = m2a \rightarrow a = 0.5g$

see 滑輪: $F - 2T - mg = ma \rightarrow F = 5.5mg$

2. 圖示，一滑輪（質量不計），且無摩擦，質量極輕微之細繩跨於輪上，兩端分別繫以 $m_1 = 2 \text{ kg}$ 及 $m_2 = 3 \text{ kg}$ 兩物體。滑輪以 $a_0 = 3 \text{ m/s}^2$ 向上作等加速度運動，則

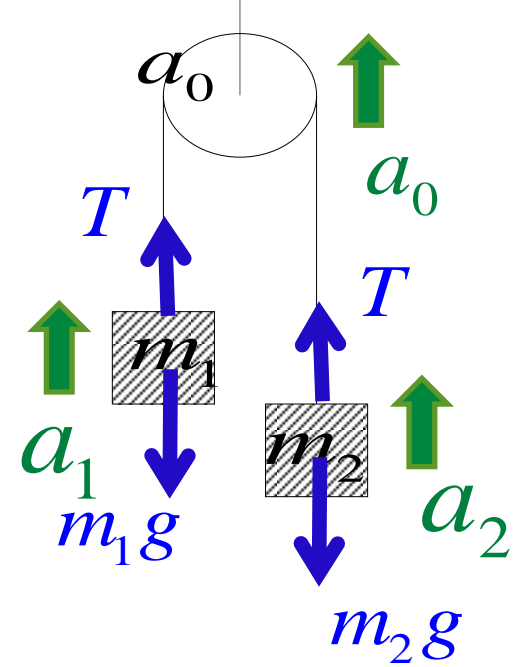
(1) m_1 與 m_2 之加速度？ (2) 繩之張力？ ($g=10\text{m/s}^2$)





令 m_1 加速度 a_1 m_2 加速度 a_2

則 $a_0 = \frac{a_1 + a_2}{2}$ 連接 m_1, m_2 繩張力 T



$$a_0 = \frac{a_1 + a_2}{2} \rightarrow a_1 + a_2 = 2 \times 3 = 6 \therefore a_2 = 6 - a_1$$

$$[F = ma]$$

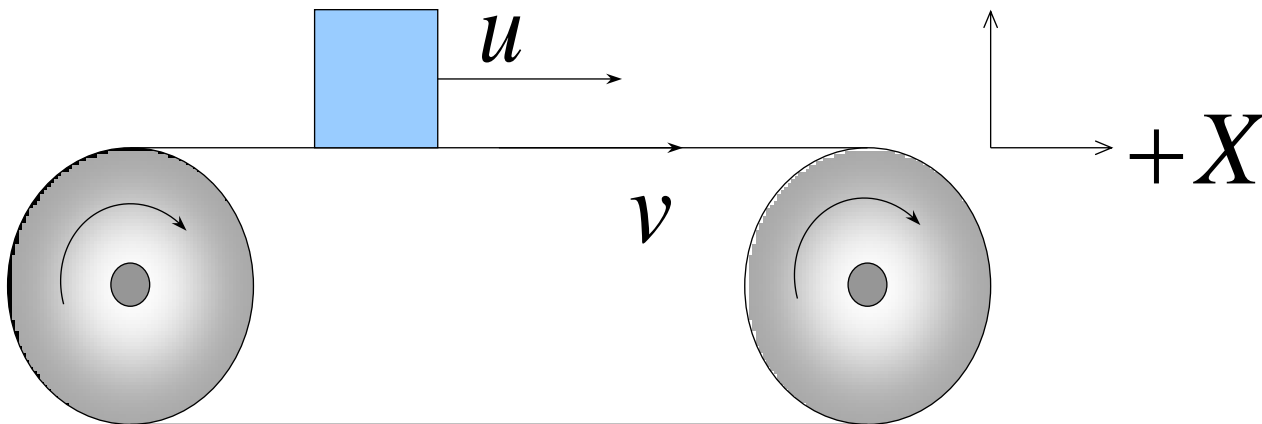
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{see } m_1 : T - m_1g = m_1a_1 \rightarrow T - 20 = 2a_1 \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ \text{see } m_2 : T - m_2g = m_2a_2 \rightarrow T - 30 = 18 - 3a_1 \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{array} \right.$$

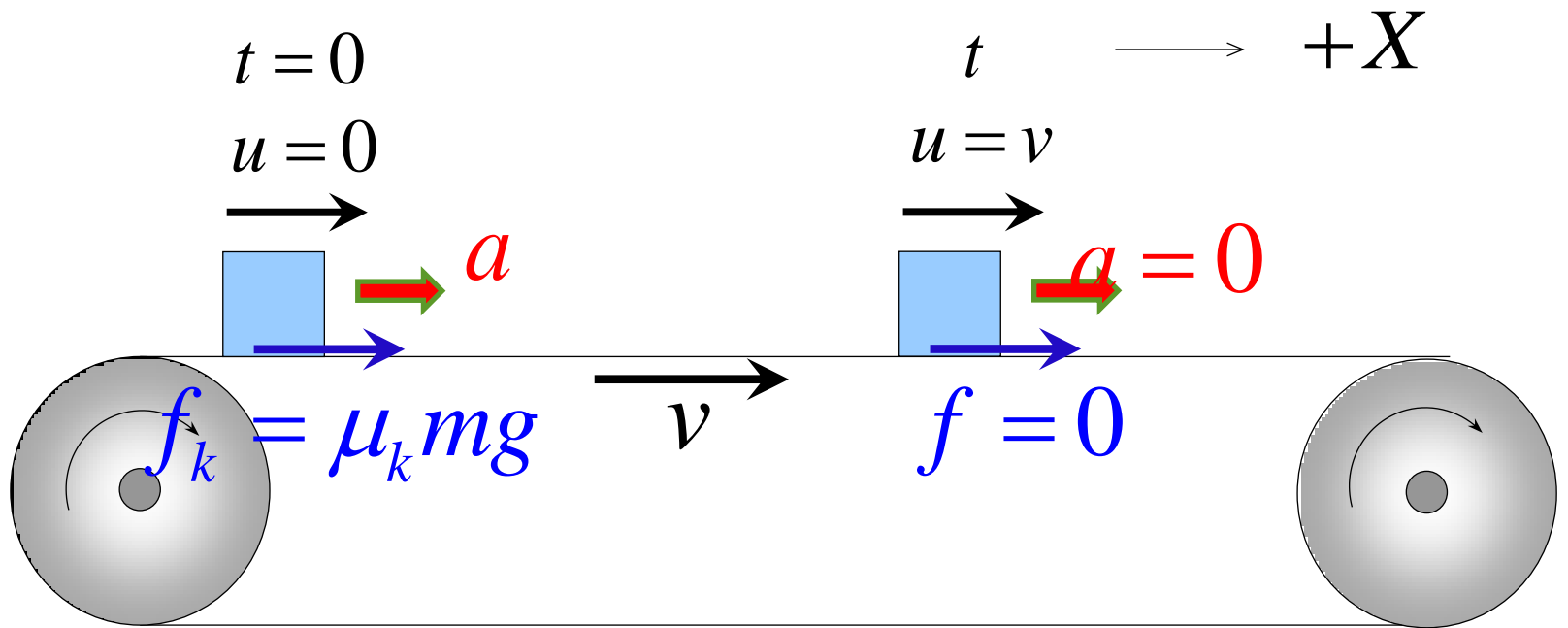
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{see } m_1 : T - m_1g = m_1a_1 \rightarrow T - 20 = 2a_1 \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ \text{see } m_2 : T - m_2g = m_2a_2 \rightarrow T - 30 = 18 - 3a_1 \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \quad a_1 = 5.6 \quad \text{代入} \textcircled{1} \quad T = 31.2$$

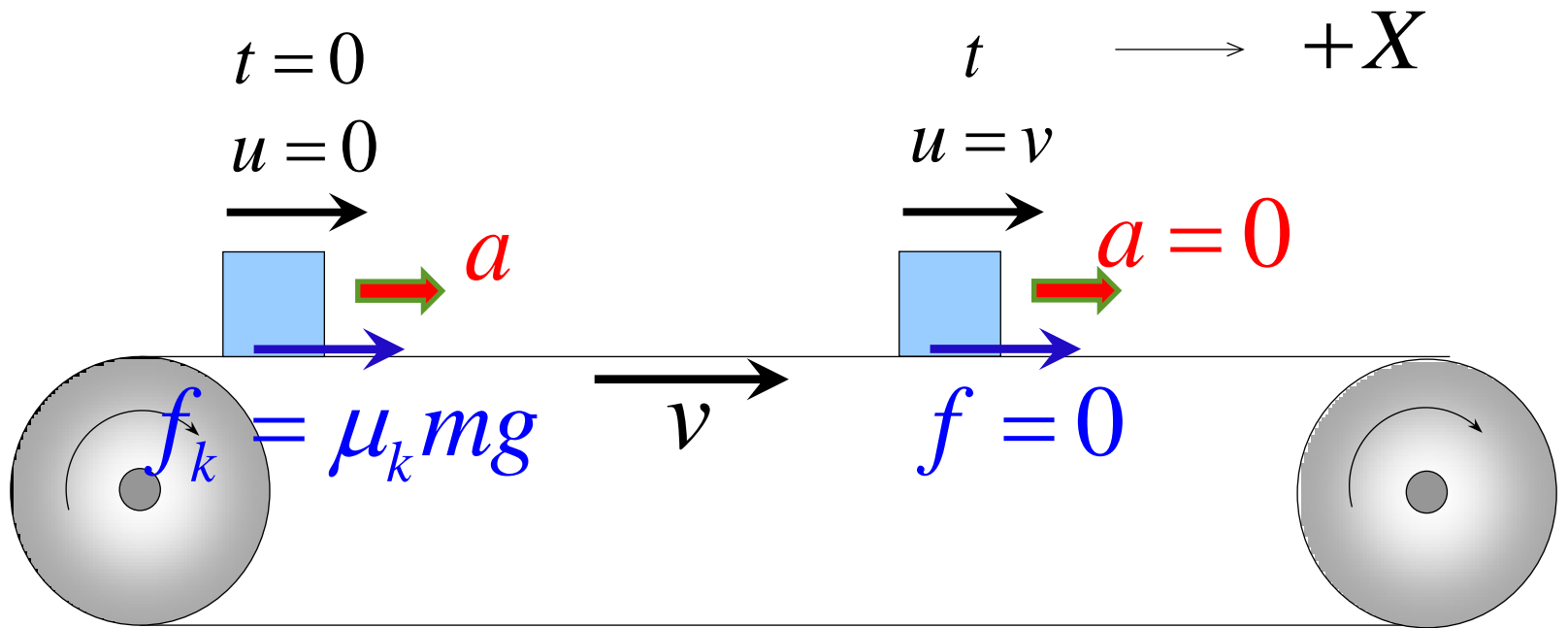
1.一水平傳送帶恆以等速度 v ，沿 $+X$ 方向移動，將一質量為 m 的箱子以水平速度 $u=0$ ，置於傳送帶上，如圖所示，若箱子與傳送帶間的靜摩擦係數為 μ_s ，動摩擦係數為 μ_k ，重力加速度為 g ，則：

- (a) 在時刻 $t = 0$ ，箱子所受的淨力？
- (b) 當箱子的速度等於傳送帶的速度時，箱子所受的摩擦力為何？
- (c) 需經過多少時間，箱子的速度會等於傳送帶的速度？

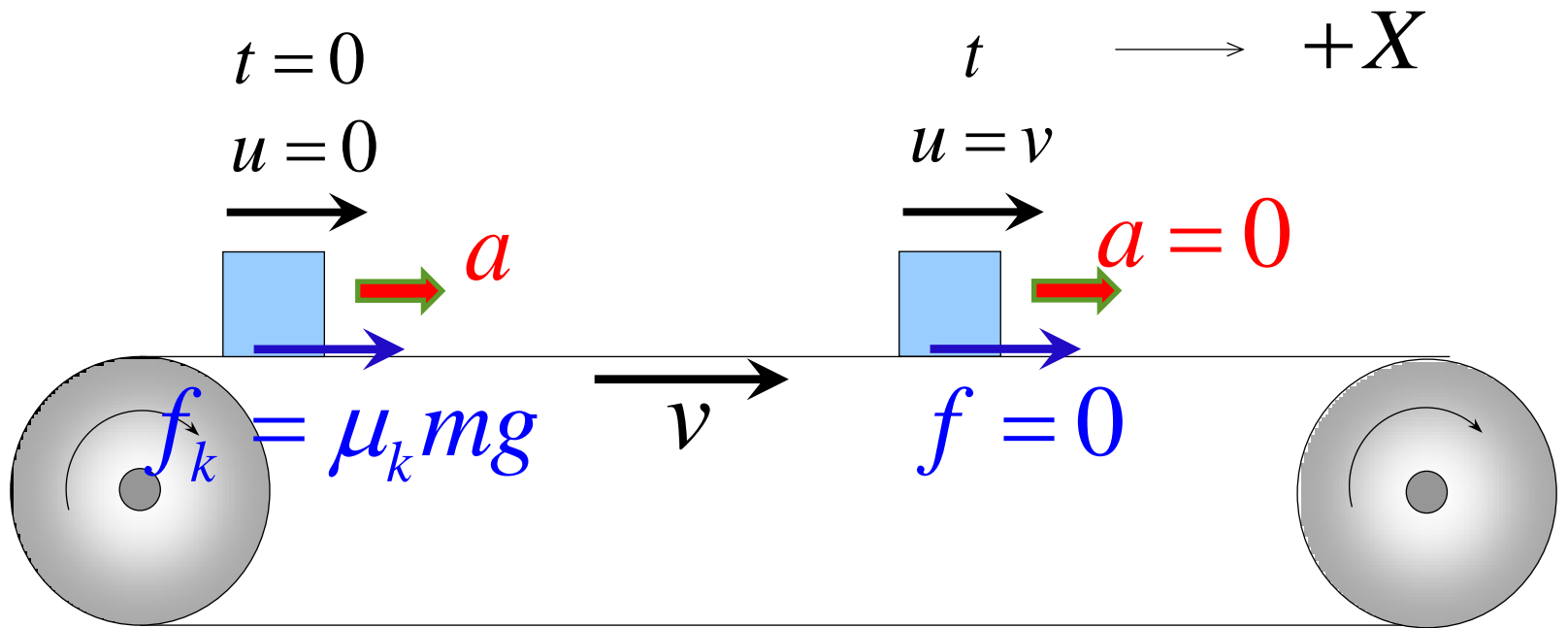




(a) 在時刻 $t = 0$ ，箱子時箱子與傳輸帶水平速度不同
 所以箱子與傳輸帶間有動摩擦力
 箱子所受淨力 $= f_k = \mu_k mg$



(b) 當箱子的速度等於傳送帶的速度時
 箱子與傳輸帶無相對移動與傾向
 \therefore 箱子所受的摩擦力為 0



(c) see 箱子：令 $t=0$ 到速度 $u=v$ 時 歷時 t
 箱子作等加速度運動

$$a = \frac{f_k}{m} = \frac{\mu_k mg}{m} = \mu_k g$$

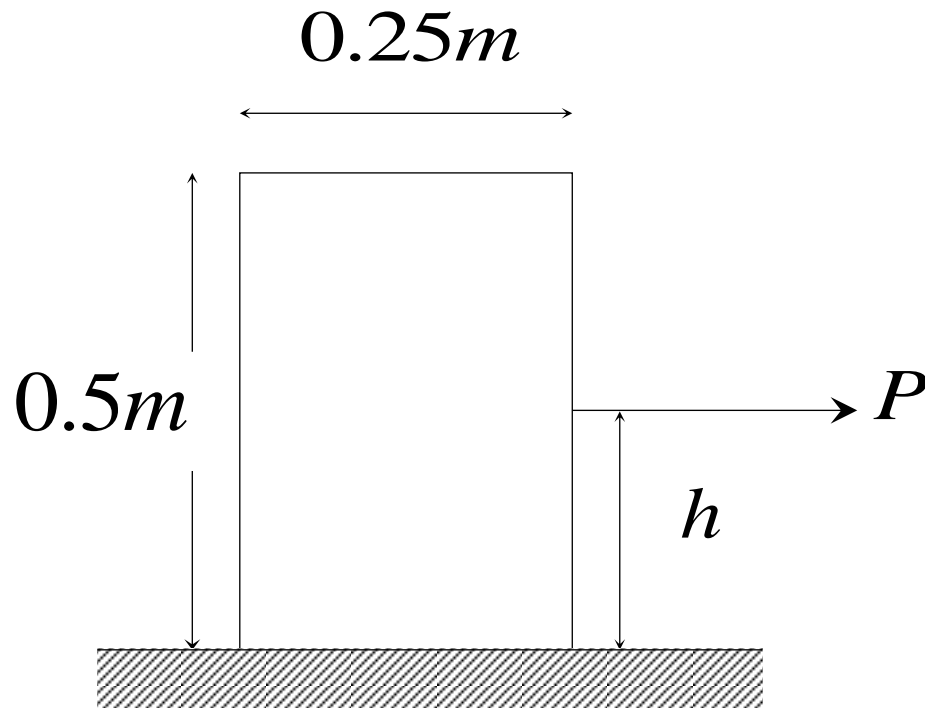
$$[v = v_0 + at] v = 0 + \mu_k g t \therefore t = \frac{v}{\mu_k g}$$

2.如圖所示，有一水平力 P ，將一個高 0.5 m ，寬 0.25 m 的方形物體，以等速率拖向水平面的右方。若滑動摩擦係數是 0.4 ，物體重 25 N 且重心在中心點上。試求：

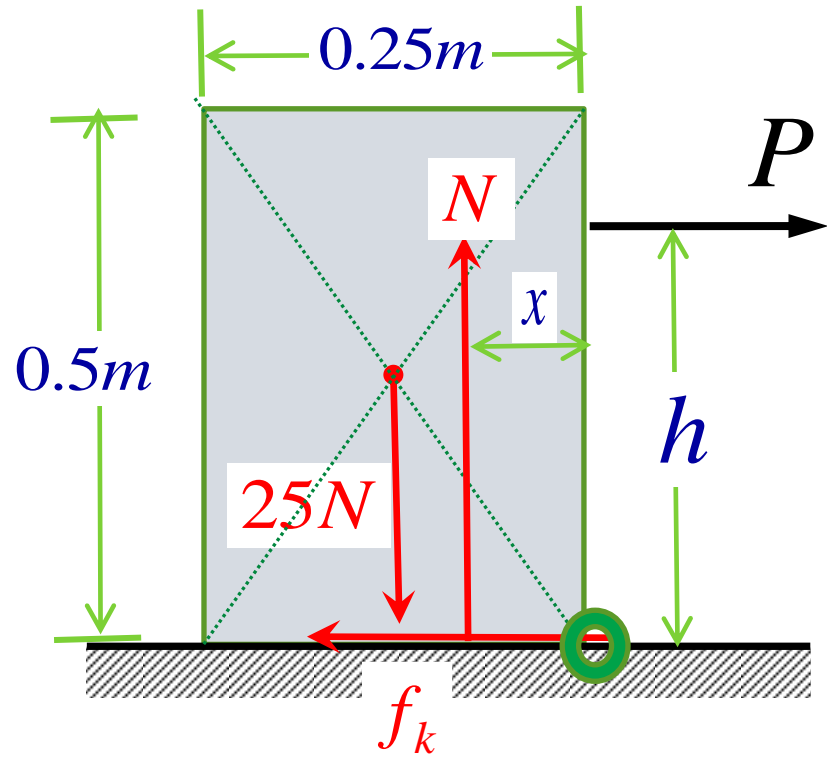
(1) P 的大小。

(2) 若 $h = 0.125\text{ m}$ ，則水平面施於物體的正向力 N 的作用線的位置如何

(3) 能使物體傾倒的 h 是多大？



[解析] (1)



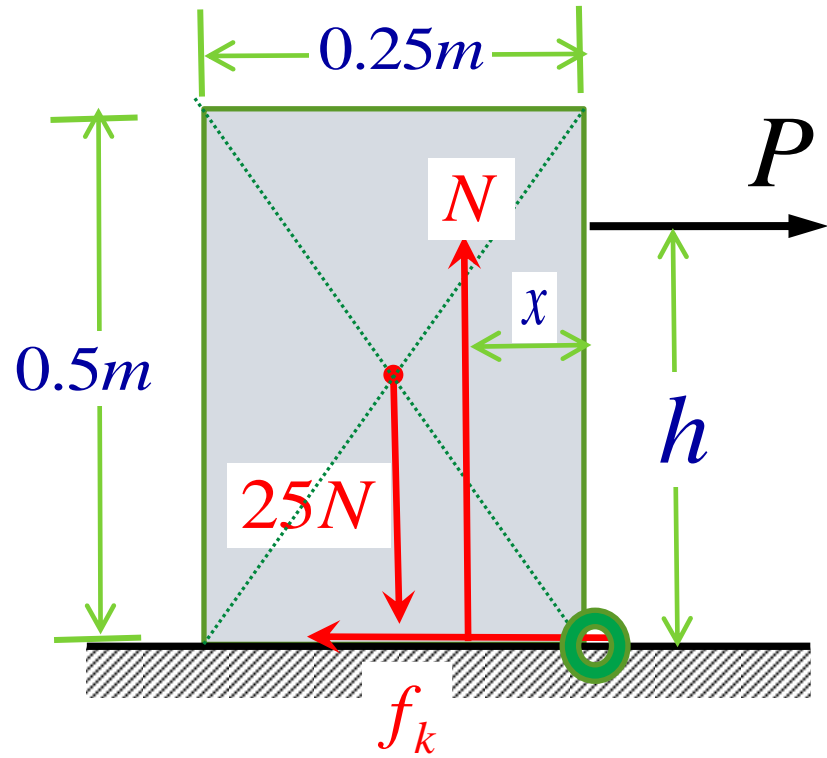
等速移動時，摩擦力為動摩擦力

$$\text{合力} = 0 \begin{cases} \text{水平} : P = f_k \\ \text{鉛直} : N = 25[N] \end{cases}$$

$$\therefore f = f_k = \mu_s N = 0.4 \times 25 = 10$$

$$\therefore P = 10[N]$$

[解析] (2)



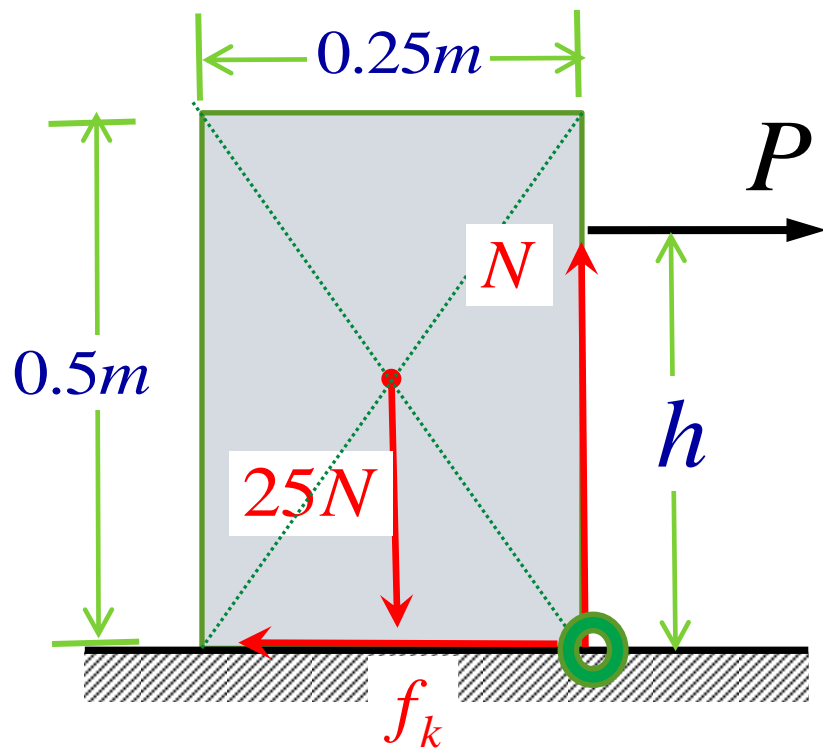
等速移動時，不轉動

合力矩 = 0

$$10 \times 0.125 + 25 \times x = 25 \times \frac{0.25}{2}$$

$$\therefore x = \frac{15 \times 0.125}{25} = 0.075 [m]$$

[解析] (3)



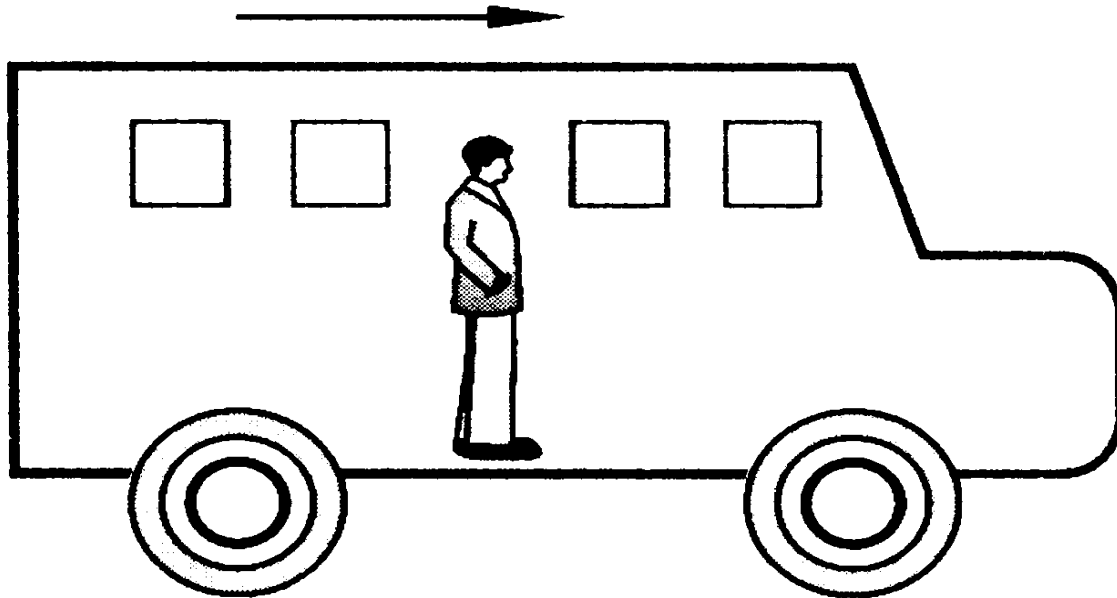
恰翻轉時，正向力恰通過轉軸

合力矩 = 0

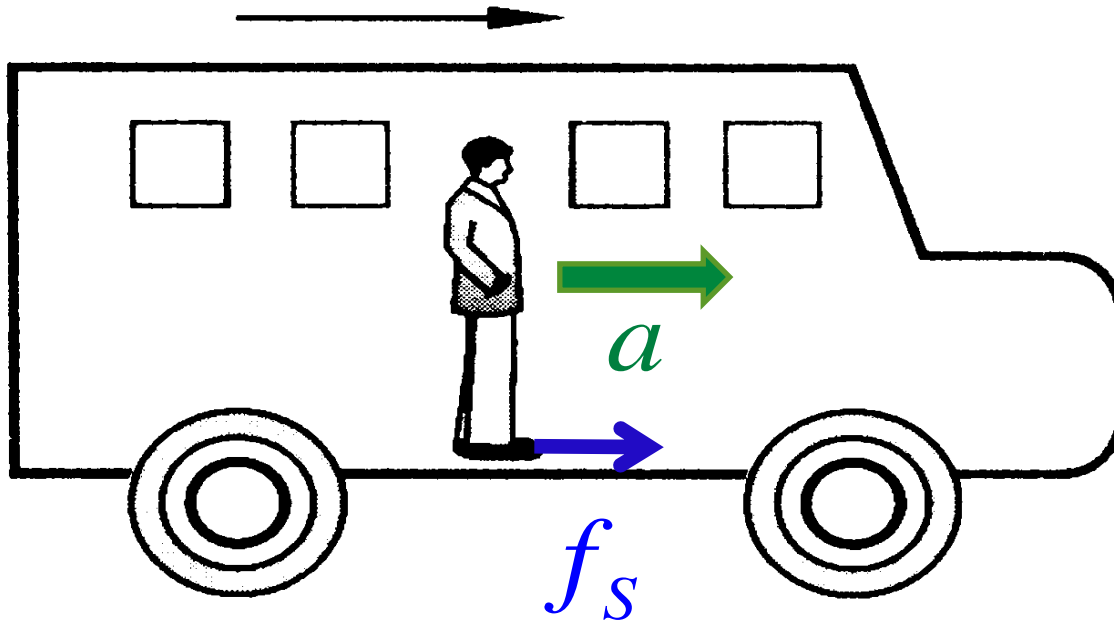
$$10 \times h = 25 \times \frac{0.25}{2}$$

$$\therefore x = \frac{25}{10} = 2.5 [m]$$

1. 曾同學站在行駛中的車內，當煞車時，他的身體會向前傾。依據右圖，下列哪一項是造成曾同學身體向前傾的主要理由？
- (A) 車輪給曾同學一向前的力
 - (B) 車內空氣給曾同學一向前的力
 - (C) 車的地板給曾同學一向後的摩擦力
 - (D) 車在煞車時，改變了曾同學重力的方向。



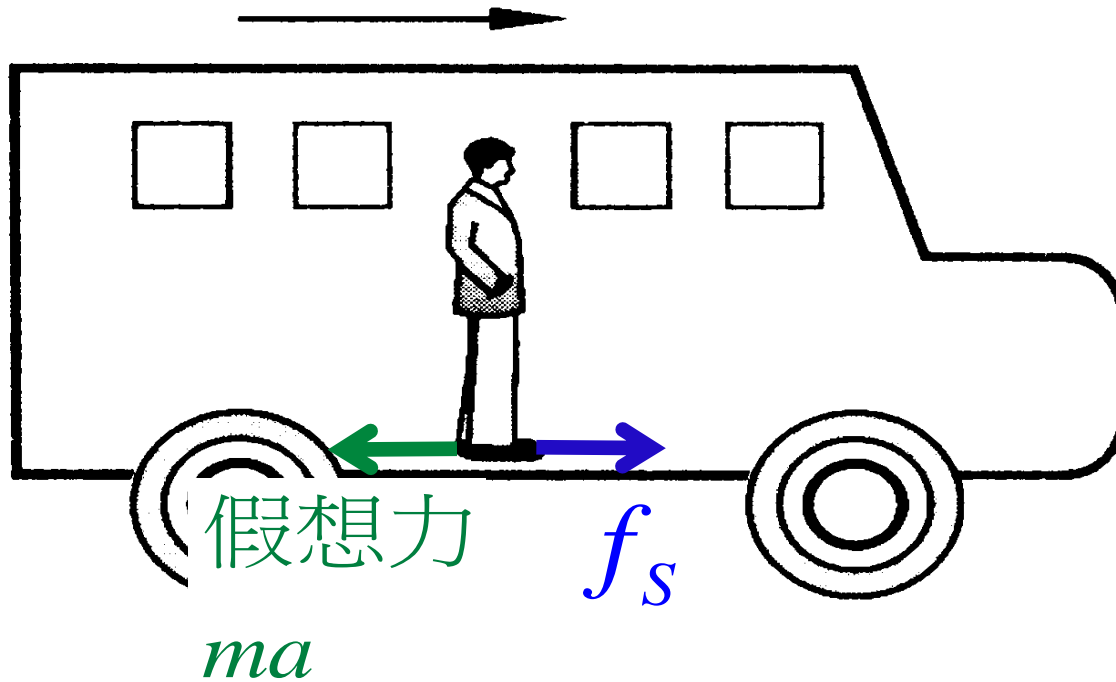
[以車外的靜止觀察者來看] 慣性座標系：



人：與車作相同等加速度 [$F = ma$]

$$\therefore f_s = ma$$

[以車內的觀察者來看] 加速座標系：



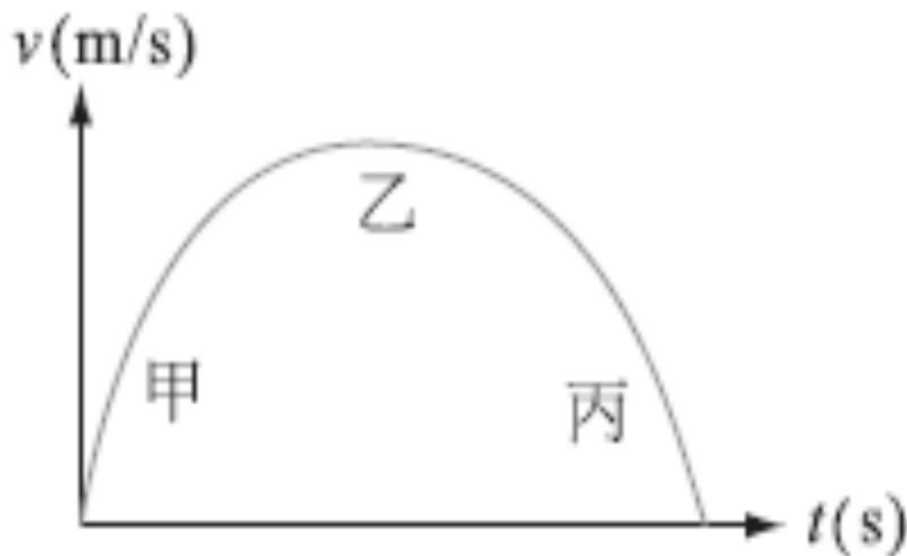
人：靜止於車內 [合力 = 0]

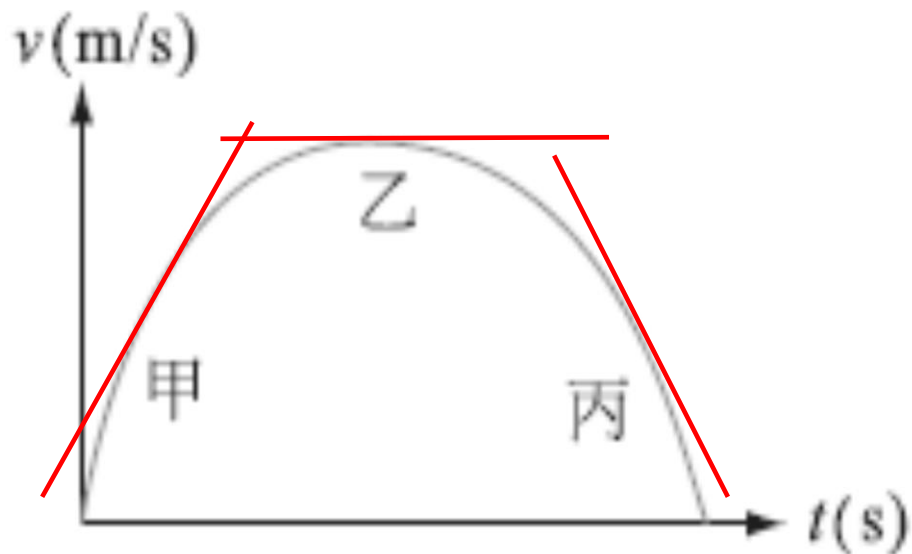
$$\therefore f_s - ma = 0 \rightarrow f_s = ma$$

第149頁

2 小明靜止站立於磅秤上量體重時，磅秤的讀數為 W ，在時刻 $t=0$ 時，他開始曲腿下蹲。若以垂直向下為速度的正方向，他的質心速度 v 隨時間 t 的變化如圖所示，其中乙點代表最大速度，則下列敘述，何者正確？

(A) 在甲點時，磅秤的讀數小於 W
(B) 在甲點時，磅秤的讀數大於 W
(C) 在乙點時，磅秤的讀數小於 W
(D) 在乙點時，磅秤的讀數大於 W
(E) 在丙點時，磅秤的讀數小於 W 。



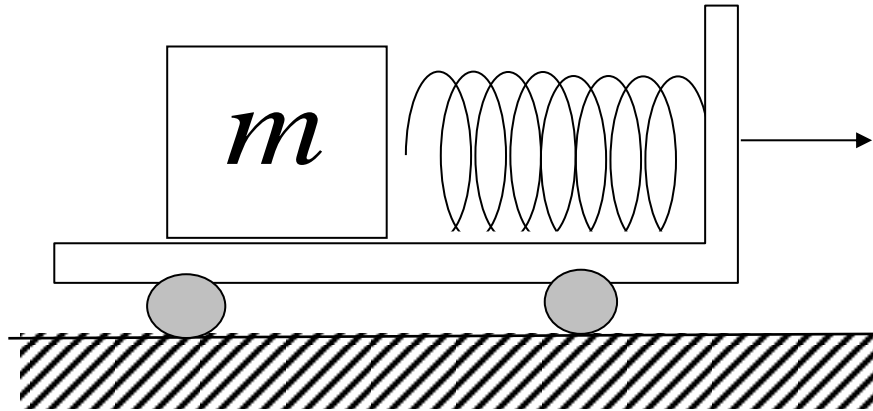


甲 : $a > 0$ 加速度向上 $\rightarrow N = m(g + a) > W$

乙 : $a = 0$ 加速度 = 0 $\rightarrow N = mg = W$

丙 : $a < 0$ 加速度向下 $\rightarrow N = m(g - a) < W$

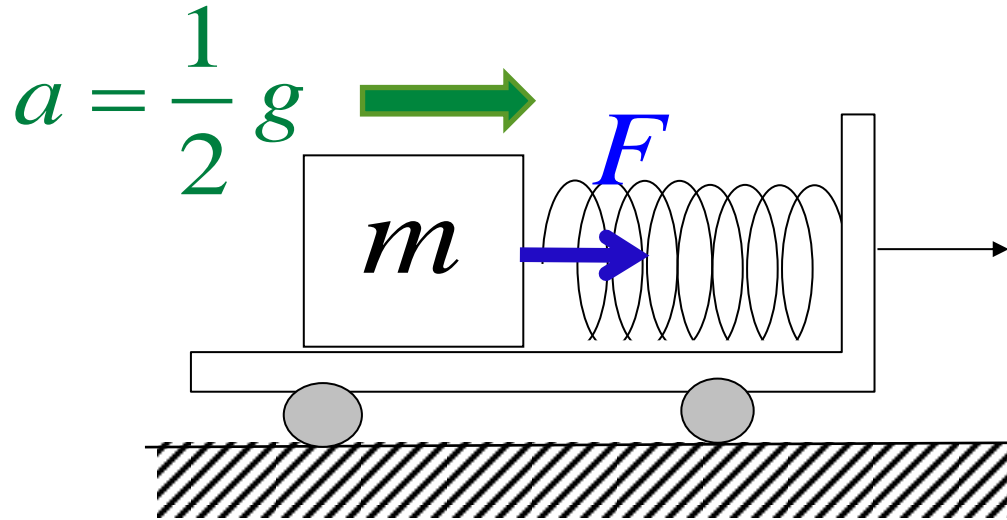
1. 質量 m 的物體懸掛於鉛直輕質彈簧的下端，伸長量為 x ，今將此裝置放置在底面光滑的台車上，如附圖所示，若台車以 $\frac{1}{2}g$ 的等加速度向右加速運動，則彈簧的形變量為？



質量 m 的物體懸掛於鉛直輕質彈簧的下端，伸長量為 x

$$kx = mg \rightarrow k = \frac{mg}{x}$$

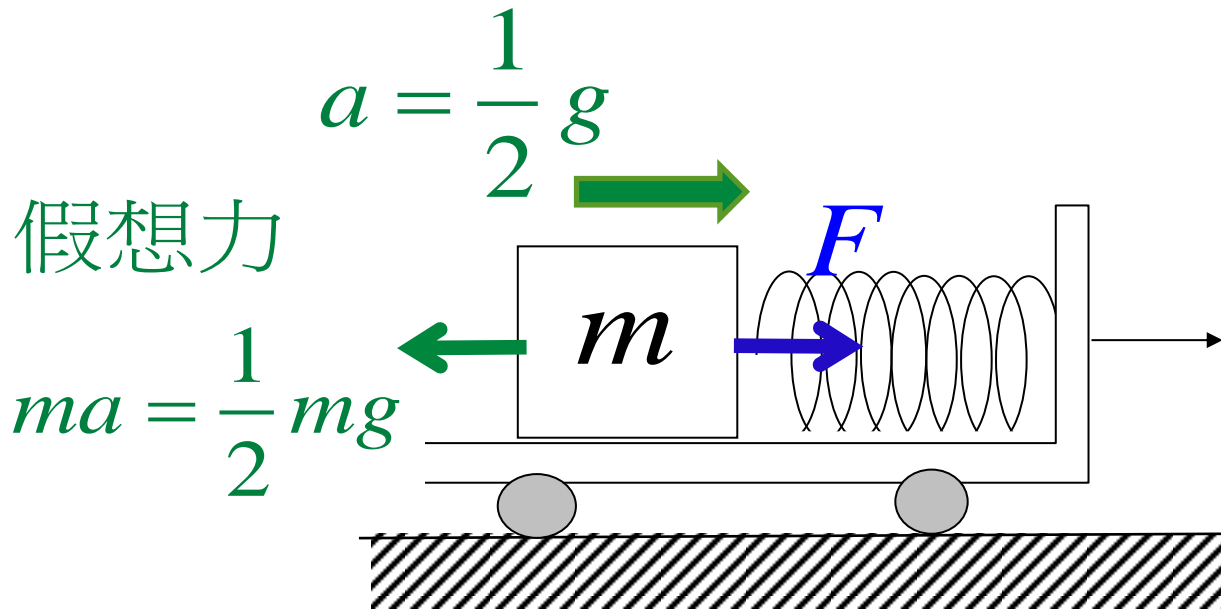
[以車外的靜止觀察者來看] 慣性座標系：



m : 等加速度 [$F = ma$]

$$\therefore kx' = m \times \frac{1}{2}g = \frac{1}{2}mg \rightarrow \frac{mg}{x} x' = \frac{1}{2}mg \rightarrow x' = \frac{x}{2}$$

[以車上的觀察者來看] 加速座標系：



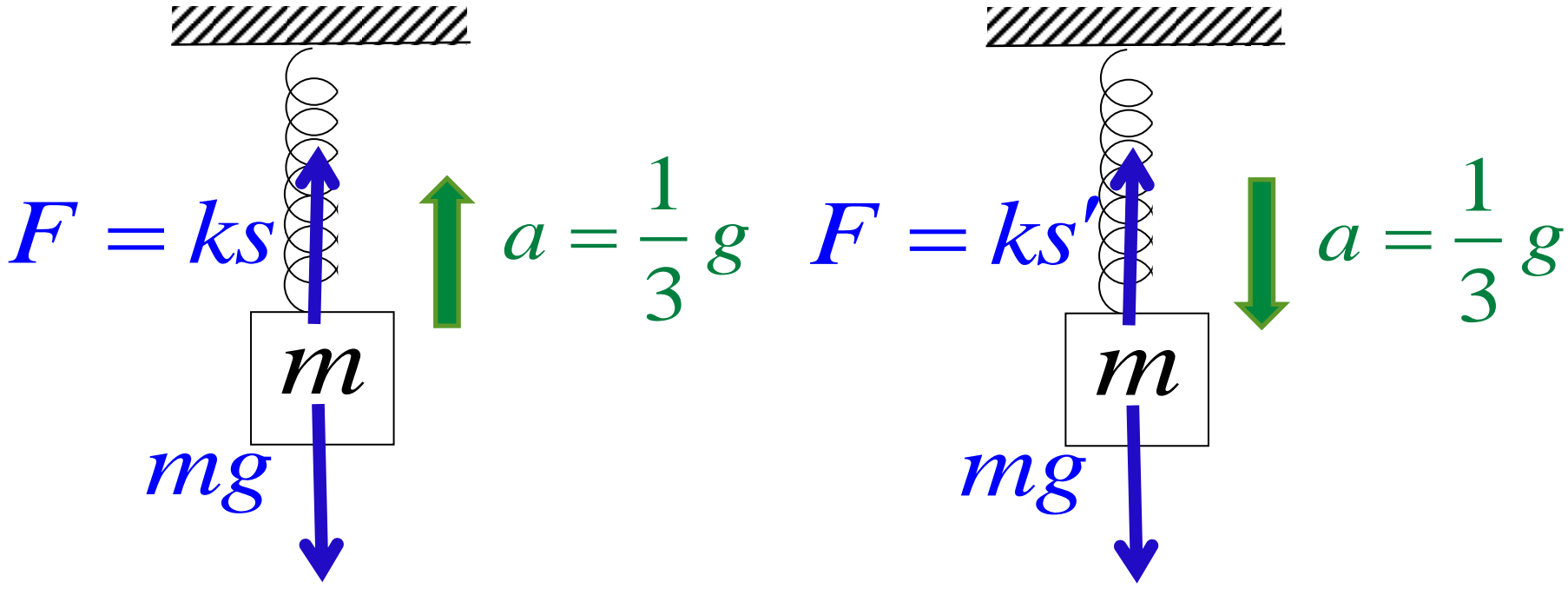
m : 靜止 [合力 = 0]

$$\therefore kx' - m \times \frac{1}{2}g = 0$$

$$\rightarrow kx' = m \times \frac{1}{2}g = \frac{1}{2}mg \rightarrow \frac{mg}{x} x' = \frac{1}{2}mg \rightarrow x' = \frac{x}{2}$$

2一彈簧秤懸吊於一電梯之天花板下，當電梯以向上 $\frac{1}{3}g$ 之等加速度垂直上升時，彈簧秤之伸長量為 s ，則當電梯以向下 $\frac{1}{3}g$ 之等加速度垂直下降時，彈簧之伸長量為？

[以梯外的靜止觀察者來看] 慣性座標系：

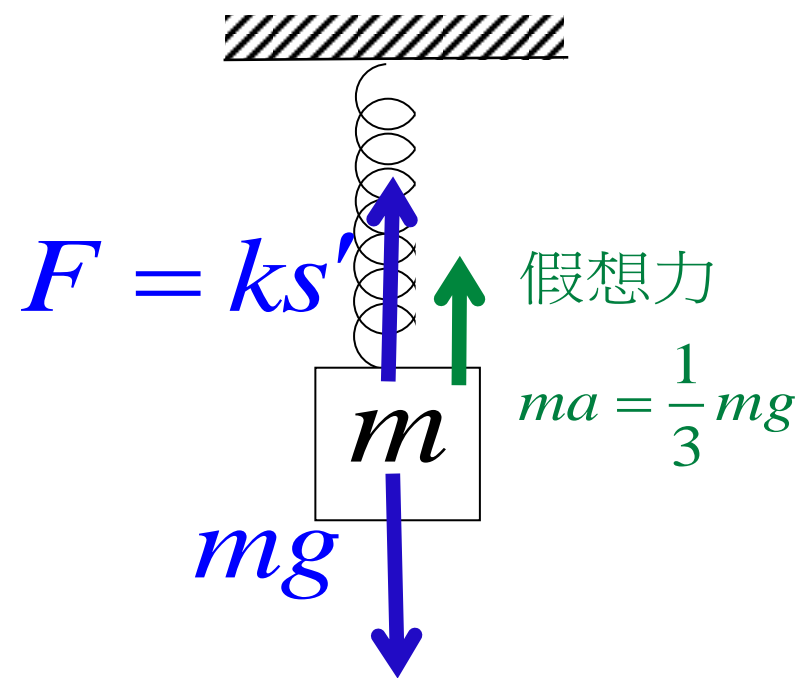
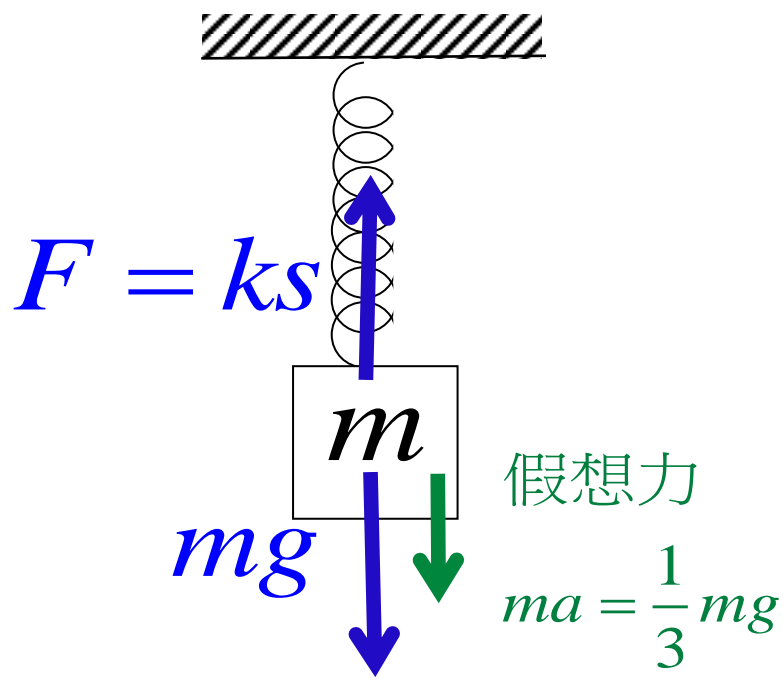


m : 等加速度 [$F = ma$]

$$ks - mg = m \times \frac{1}{3}g \rightarrow mg = \frac{3}{4}ks$$

$$mg - ks' = m \times \frac{1}{3}g \rightarrow ks' = \frac{2}{3}mg = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}ks \rightarrow s' = \frac{1}{2}s$$

[以梯上的觀察者來看] 加速座標系：



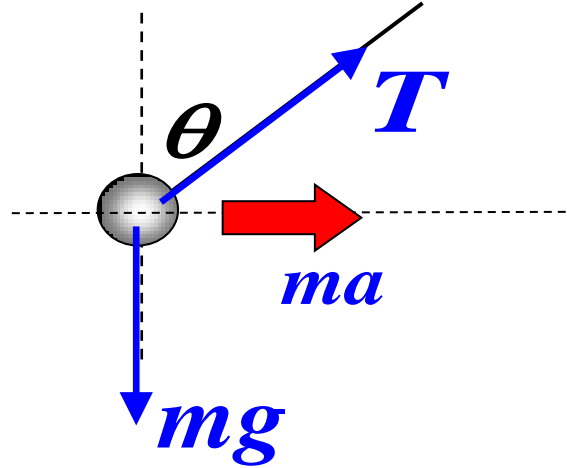
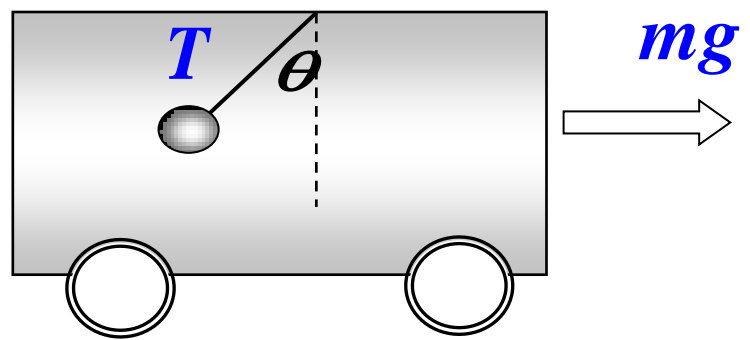
m : 靜止 [合力 = 0]

$$ks - mg - m \times \frac{1}{3}g = 0 \rightarrow mg = \frac{3}{4}ks$$

$$mg - ks' - m \times \frac{1}{3}g = 0 \rightarrow ks' = \frac{2}{3}mg = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}ks \rightarrow s' = \frac{1}{2}s$$

3. 在車上之天花板繫一線，線下端懸一質量為 m 之小球，當車加速度前進時，懸線與鉛直成 30° 角，求車之加速度及繩線之張力。

[解一]在車外，慣性坐標系來看：



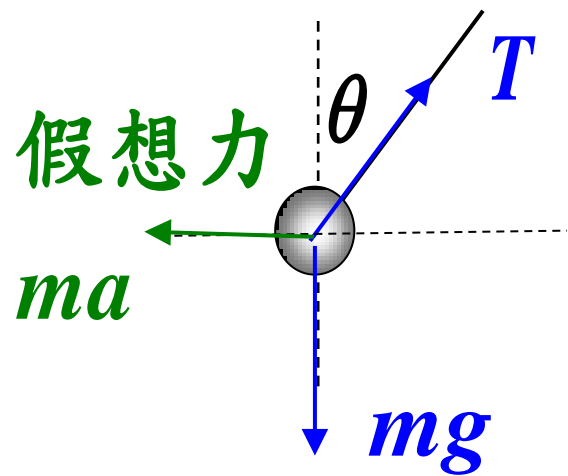
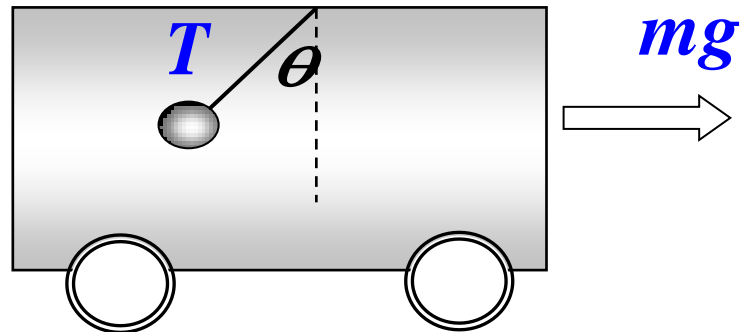
擺錘：擺錘與車廂同以加速度 a 前進

$$\begin{cases} \text{水平：} (\sum F = ma) T \sin \theta = ma \dots (1) \\ \text{鉛直：} (\text{合力} = 0) T \cos \theta = mg \dots (2) \end{cases}$$

$$\frac{(1)}{(2)} : \tan \theta = \frac{a}{g} \rightarrow a = g \tan \theta = g \tan 30^\circ = \frac{g}{\sqrt{3}}$$

$$(2) : T = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{mg}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} mg$$

[解二]在車內，加速坐標系來看：



擺錘：擺錘靜止

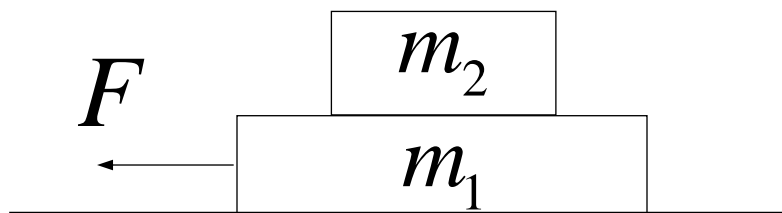
$$\text{合力} = 0 \begin{cases} \text{水平: } T \sin \theta = ma \dots (1) \\ \text{鉛直: } T \cos \theta = mg \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) &: \tan \theta = \frac{a}{g} \rightarrow a = g \tan \theta \\ (2) & \end{aligned}$$

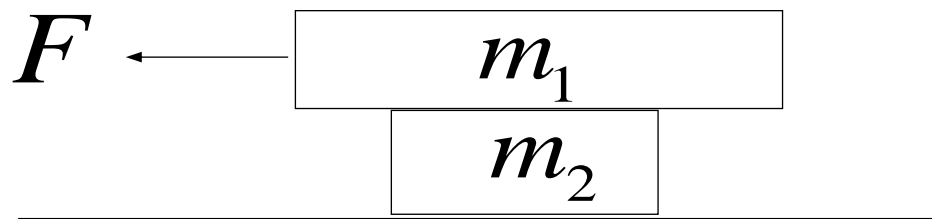
$$(2): T = \frac{mg}{\cos \theta}$$

第151頁

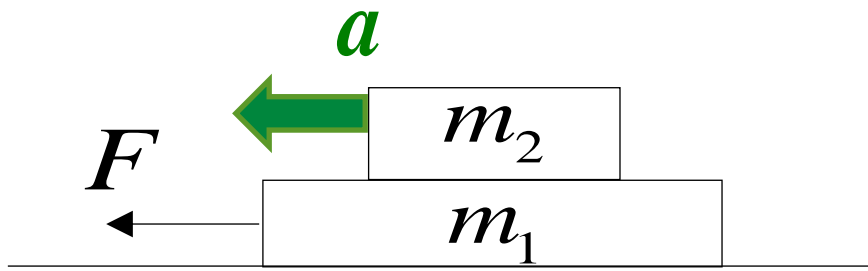
1. 質量 m_1 、 m_2 的兩物堆疊置於光滑水平面上，已知兩物間的最大靜摩擦係數為 μ_s ，動摩擦係數為 μ_k ，今以水平力 F 拉動 m_1 ，若欲使兩物不相對滑動，試求：在圖(1)(2)最大水平力各為何？
(重力加速度 g)



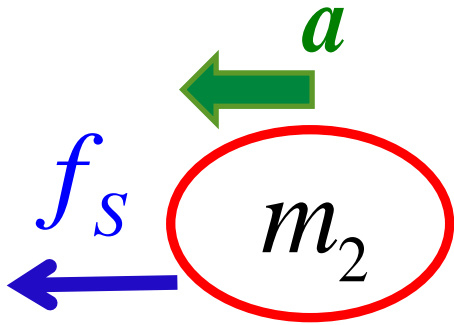
圖(1)



圖(2)



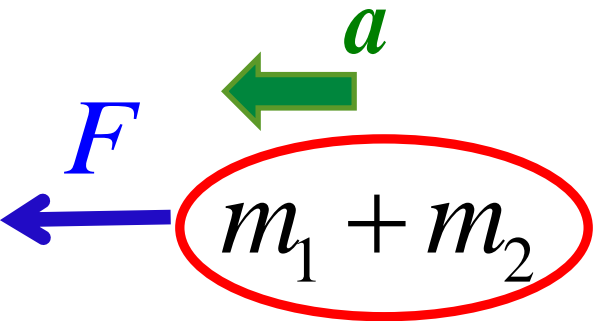
圖(1)



m_2 : 等加速度 [$F = ma$]

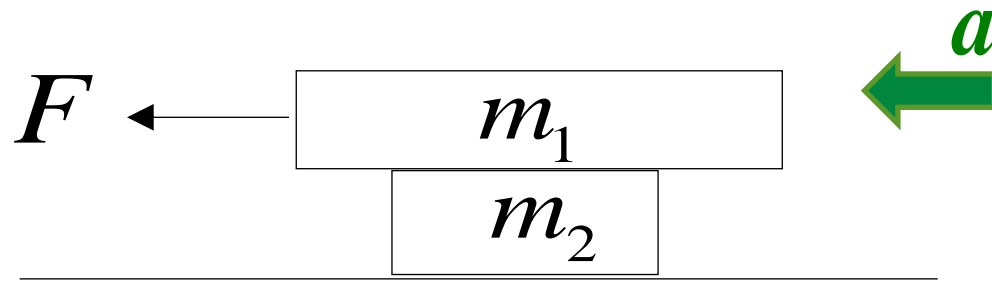
$$f_s = m_2 a \leq f_{s(\max)} = \mu_s m_2 g$$

$\therefore a \leq \mu_s g \rightarrow$ 不相對滑動的最大加速度

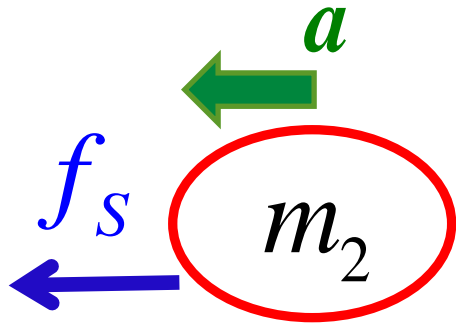


$m_1 + m_2$: 等加速度 [$F = ma$]

$$F = (m_1 + m_2) a \leq (m_1 + m_2) \mu_s g \rightarrow \text{不相對滑動的最大外力}$$



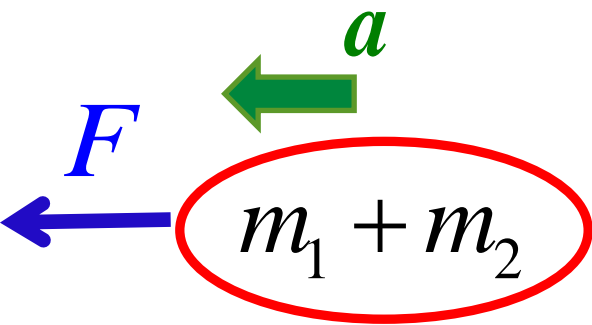
圖(2)



m_2 : 等加速度 [$F = ma$]

$$f_s = m_2 a \leq f_{s(\max)} = \mu_s m_1 g$$

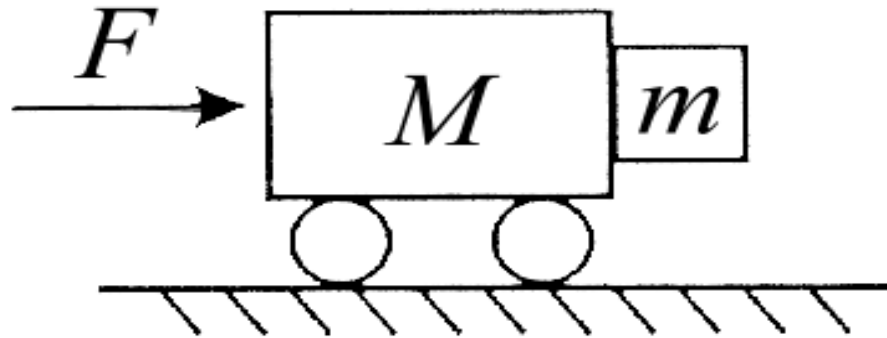
$\therefore a \leq \frac{m_1}{m_2} \mu_s g \rightarrow$ 不相對滑動的最大加速度

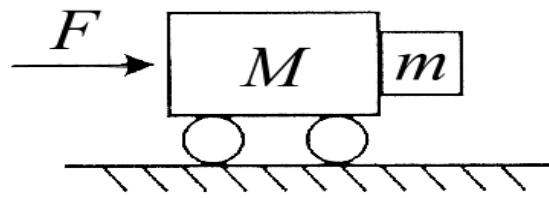


$m_1 + m_2$: 等加速度 [$F = ma$]

$F = (m_1 + m_2) a \leq (m_1 + m_2) \frac{m_1}{m_2} \mu_s g \rightarrow$ 不相對滑動的最大外力

2. 兩個物體質量分別為 M 、 m ，放置如圖，若 M 與地面無摩擦， M 與 m 間動摩擦係數 μ_k ，靜摩擦係數 μ_s ，則使 m 緊貼 M 最小力為 F 為？





m : 等加速度 [$F = ma$]

{ 水平: [$F = ma$] $N = ma$

{ 鉛直: [合力 = 0] $f_s = mg \leq f_{s(\max)} = \mu_s N$

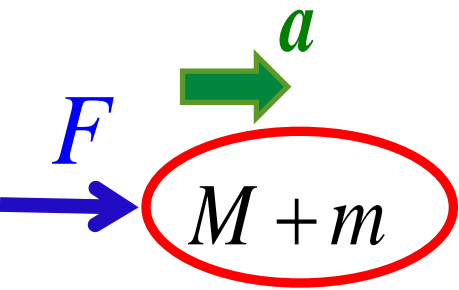
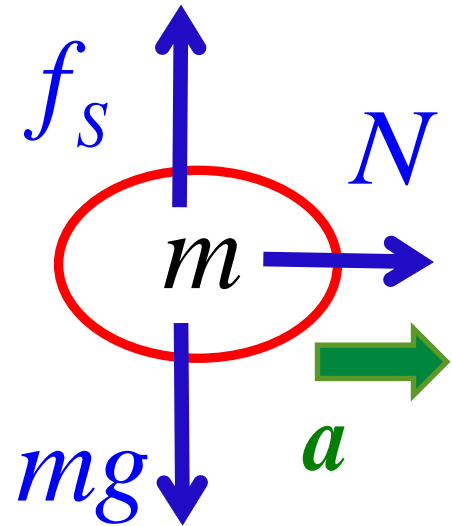
$$\therefore mg \leq \mu_s ma \rightarrow a \geq \frac{g}{\mu_s}$$

→ 不相對滑動的最小加速度

$M + m$: 等加速度 [$F = ma$]

$$F = (M + m)a \geq (M + m) \frac{g}{\mu_s}$$

→ 不相對滑動的最小外力

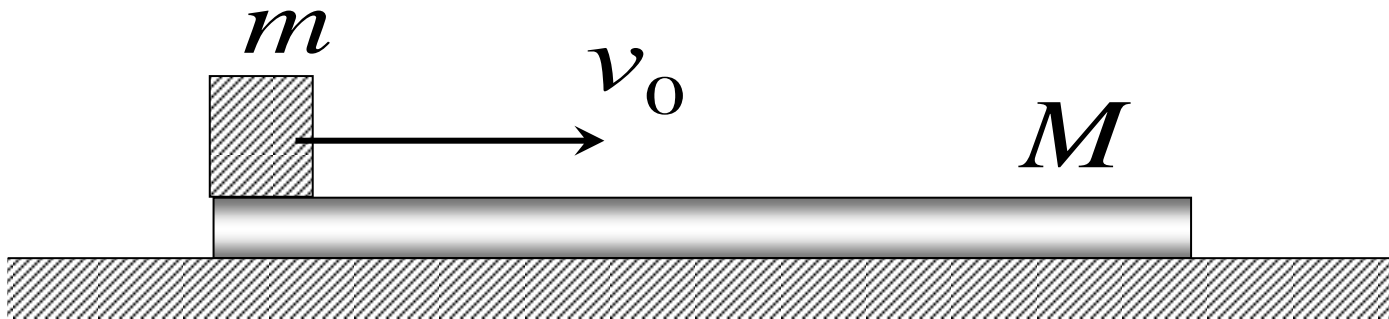


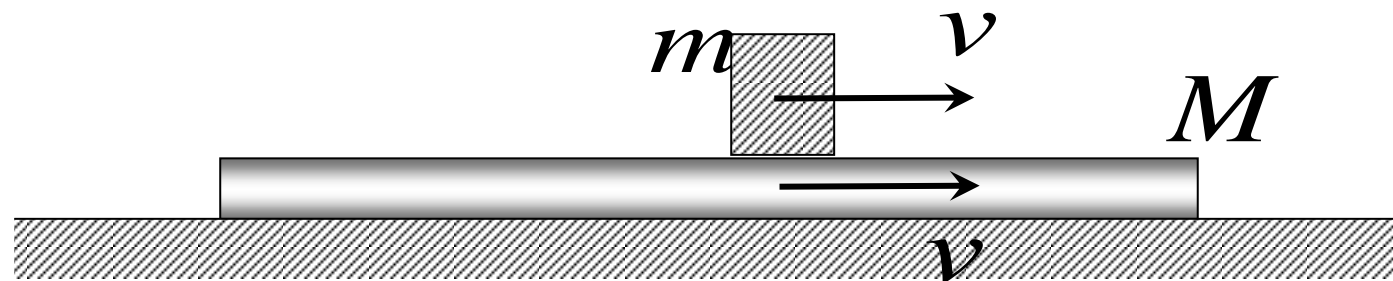
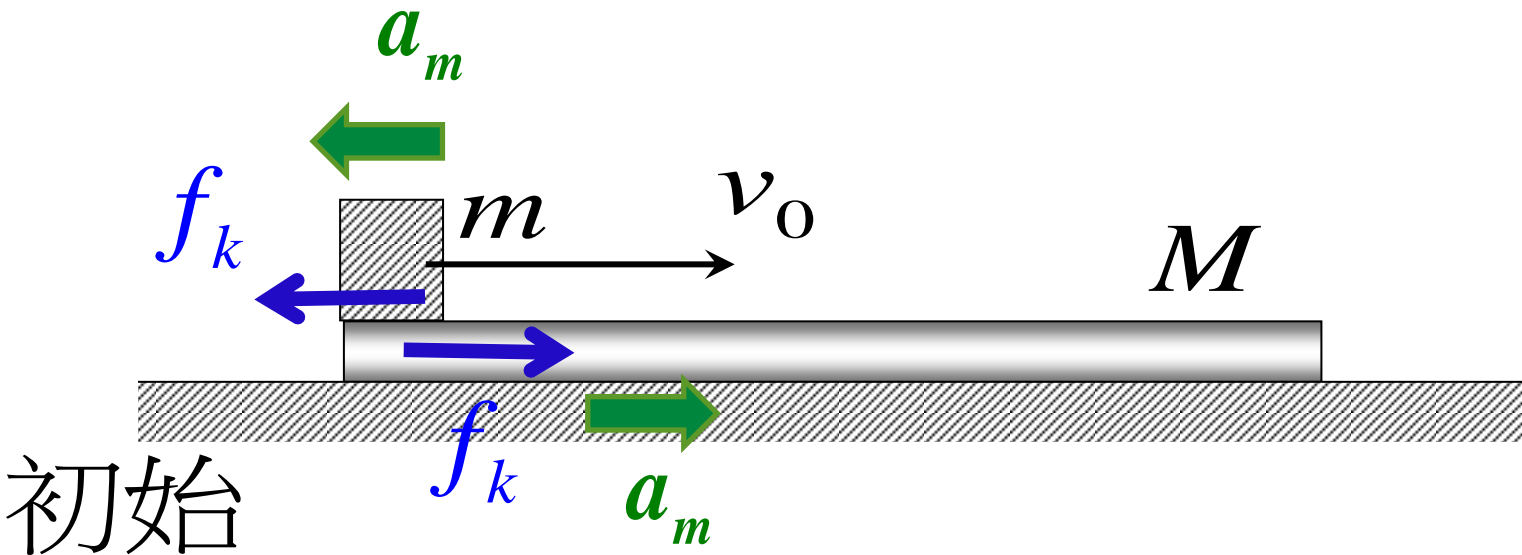
第154頁

1. 光滑平面上，質量 M 的靜止木板上，有一木塊以初速 v_0 向右衝出，如下圖所示。已知木塊質量為 m ，木板與木塊間的動摩擦係數為 μ ，試問：

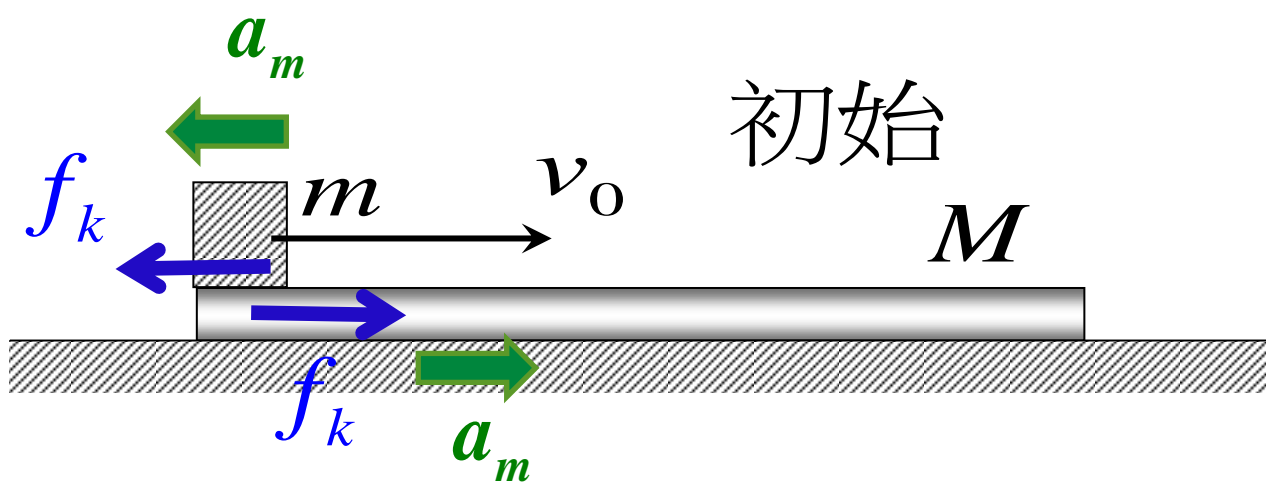
(1) 若 M 夠長 m 不會離開 M ，則當木塊與木板移動的速度相同時木塊的末速為？

(2) 若忽略 m 的長度，則 M 至少要多長 m 才不會離開 M ？





m M 等速 沒有摩擦力了



$$f_k = \mu mg \rightarrow \begin{cases} a_m = \frac{f_k}{m} = \mu g \\ a_M = \frac{f_k}{M} = \frac{m}{M} \mu g \end{cases}$$

令歷時 t 時後 mM 變為等速度 v

$$[v = v_0 + at] \begin{cases} m : v = v_0 - \mu gt \\ M : v = 0 + \frac{m}{M} \mu gt \end{cases} \rightarrow v_0 - \mu gt = \frac{m}{M} \mu gt$$

$$\therefore t = \frac{M}{M+m} \frac{v_0}{\mu g} \quad v = \frac{m}{M} \mu g \times \frac{M}{M+m} \frac{v_0}{\mu g} = \frac{m}{M+m} v_0$$

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right]$$

$$\left\{ \begin{aligned} m : \Delta x_m &= v_0 t - \frac{1}{2} \mu g t^2 = v_0 \times \frac{M}{M+m} \frac{v_0}{\mu g} - \frac{1}{2} \mu g \times \left(\frac{M}{M+m} \frac{v_0}{\mu g} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{M^2 + 2Mm}{(M+m)^2} \frac{v_0^2}{\mu g} \\ M : \Delta x_M &= \frac{1}{2} \frac{m}{M} \mu g t^2 = \frac{1}{2} \frac{m}{M} \mu g \times \left(\frac{M}{M+m} \frac{v_0}{\mu g} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{Mm}{(M+m)^2} \frac{v_0^2}{\mu g} \end{aligned} \right.$$

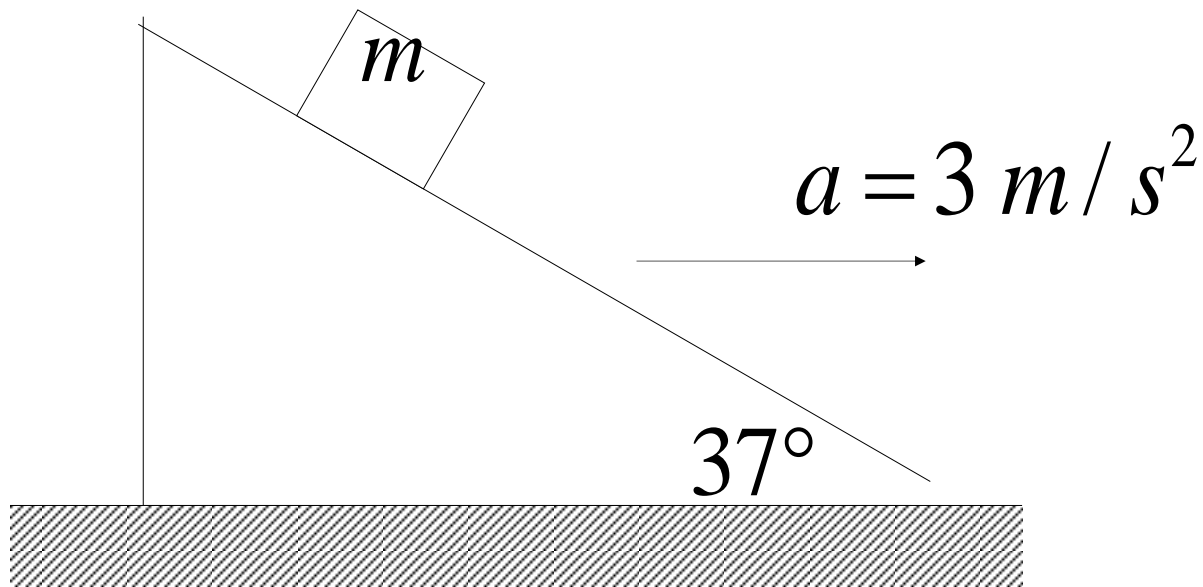
$$\Delta x_m - \Delta x_M = \frac{1}{2} \frac{M^2 + 2Mm}{(M+m)^2} \frac{v_0^2}{\mu g} - \frac{1}{2} \frac{Mm}{(M+m)^2} \frac{v_0^2}{\mu g} = \frac{1}{2} \frac{M}{M+m} \frac{v_0^2}{\mu g}$$

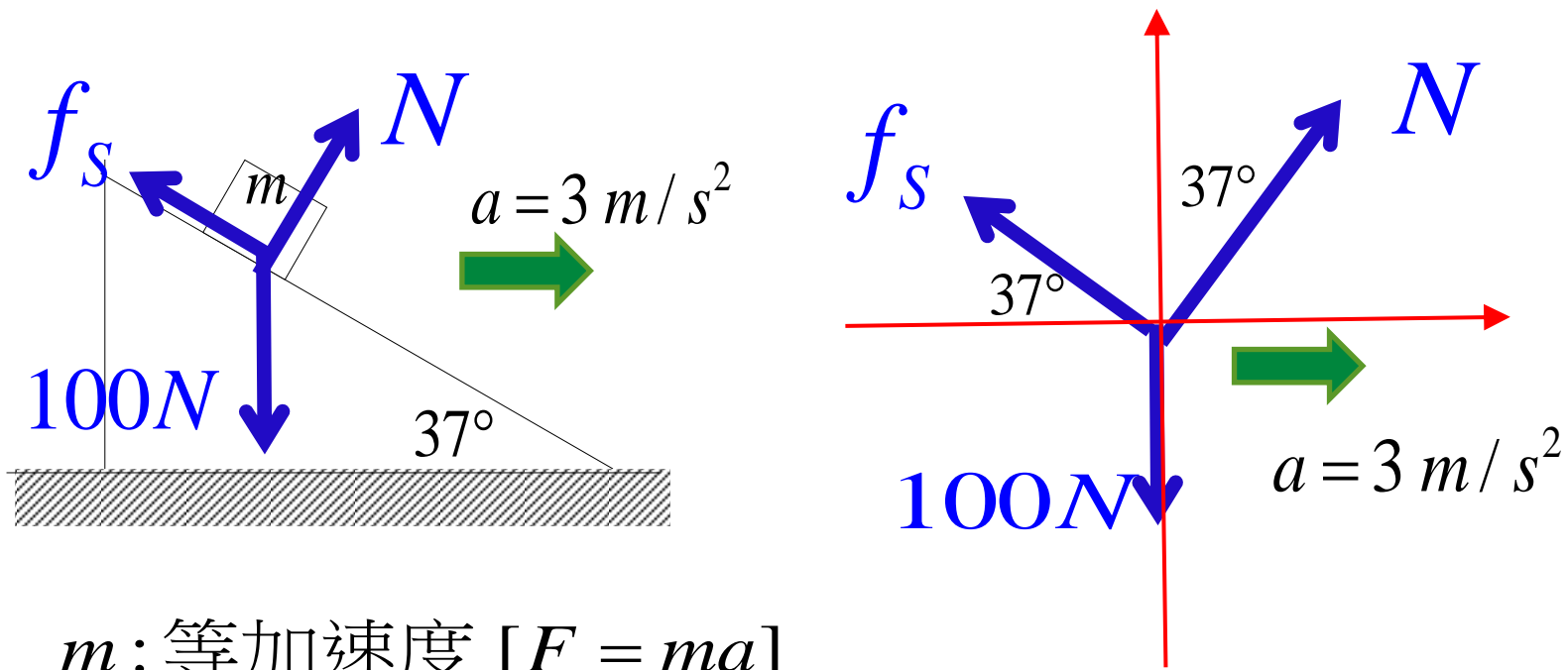
第154頁

2. 質量 10 公斤的物體置於三角形塊的斜面上，三角形塊以 3 公尺／秒²之加速度向右前進，如圖。則

(1) 欲使物體不沿斜面滑動，物體與斜面間的摩擦力？

(2) 此時最小的靜摩擦係數 μ_s 應為？（ $g = 10 \text{ m/s}^2$ ）





m : 等加速度 [$F = ma$]

$$\begin{cases} \text{水平: } [F = ma] \quad \frac{3}{5}N - \frac{4}{5}f_s = 30 \\ \text{鉛直: } [\text{合力} = 0] \quad \frac{4}{5}N + \frac{3}{5}f_s = 100 \end{cases}$$

$$\therefore N = 98 \quad f_s = 36$$

$$f_s \leq \mu_s N \rightarrow 36 \leq \mu_s 98 \rightarrow \mu_s \geq \frac{36}{98} = \frac{18}{49}$$