半 衰 期 與 衰 變 常 數

原子核的放射性（放射出α粒子、β粒子、γ射線的衰變），不受溫度、壓力或化學作用的影響，而只是純粹由原子核本身內部的結構來決定，至於何時要發生衰變則只遵守某一種機率規則。

已知放射性原子核衰變速率與物質原數量成正比

$-\dfrac{dN}{dt}=\lambda N$ ，λ 為衰變常數

$$\Rightarrow \frac{dN}{N}=-\lambda dt \Rightarrow \int_{N_0}^{N}\frac{dN}{N}=\int_{t_0}^{t}-\lambda dt \Rightarrow \ln(N)\Big|_{N_0}^{N}=-\lambda t\Big|_{t_0}^{t}$$

$$\Rightarrow \ln(N)-\ln(N_0)=-\lambda(t-t_0)$$

N_0 表示 t_0 時，原子核數量，N 則是經過一段時間後的數量。

取 $t_0=0$ ，上式可寫為 $\ln\left(\dfrac{N}{N_0}\right)=-\lambda t$

兩邊對 e 取指數

$$\Rightarrow \left(\frac{N}{N_0}\right)=e^{-\lambda t} \Rightarrow N(t)=N_0e^{-\lambda t}$$

→數量與質量成正比，質量隨時間的關係：$m(t)=m_0e^{-\lambda t}$ ，m_0 為 t=0 時的質量

→衰變率（放射性強度）$R=-\dfrac{dN}{dt}=-\lambda N_0e^{-\lambda t}=R_0e^{-\lambda t}$ ，R_0 為 t=0 時的衰變率

- 半衰期

放射性原子核衰變至只剩下原有數量的半數時，所需的時間，稱為半衰期或半生期（half-life），設半衰期為 T

$$\frac{N_0}{2}=N_0e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{2}=e^{-\lambda T} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right)=-\lambda T \qquad \Rightarrow -\ln 2=-\lambda T \Rightarrow T=\frac{\ln 2}{\lambda}$$

我們也經常利用半衰期概念來寫出衰變式。

設放射性元素之放射性強度 R_0、原子核數 N_0、質量 m_0，經 t 時間後放射性強度、原子核數、質量各為 R、N、m，則衰變式可寫為

$$N=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad 或 \quad R=R_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad m=m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$