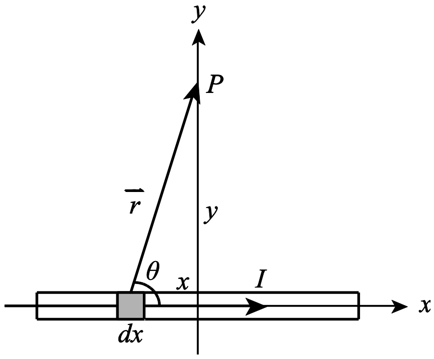
無限長直載流導線產生的磁場



一無限長導線沿 x 軸擺放，通以向+x 方向的電流 I，

則距離導線 y 的一點 P，其磁場量值為 $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi y}$

證明如下：

考慮一小段電流 *dx* 在 *P* 點建立的磁場 *dB*

根據必歐一沙伐定律 $dB=\frac{\mu_0 I dx}{4\pi r^2}\sin\theta$ ，

直導線上的每一段 dx，對 P 點產生的磁場方向相同，因此 P 點磁場為

$$B=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\sin\theta dx=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\times\frac{y}{r}dx=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{ydx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

左右對稱，故只須算一側，再乘 2

$$B=2\times\left(\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\infty}\frac{ydx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\right)=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{\infty}\frac{ydx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

令 $x=y\tan\phi$ ，則

$$dx=y\sec^2\phi d\phi$$

$$\begin{cases} x=+\infty \\ x=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{matrix} \infty=y\tan\phi \\ 0=y\tan\phi \end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix} \phi=\frac{\pi}{2} \\ \phi=0 \end{matrix}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}y\frac{y\sec^2\phi d\phi}{(y^2\tan^2\phi+y^2)^{\frac{3}{2}}}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{y^2\sec^2\phi d\phi}{y^3(\tan^2\phi+1)^{\frac{3}{2}}}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sec^2\phi d\phi}{y(\sec^2\phi)^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sec^2\phi d\phi}{y\sec^3\phi}=\frac{1}{y}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\phi d\phi=\frac{1}{y}\sin\phi\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{y}$$

故 $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{y}\right)$

無限長直載流導線所產生的磁場與電流 I 成正比，與距離 y 成反比。