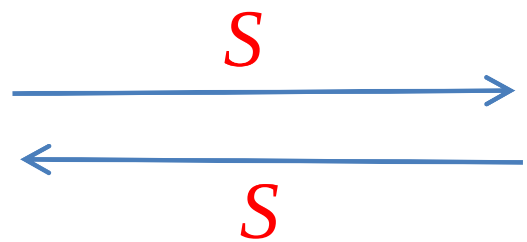
1.假日登山，上山之平均速率為v，下山（循原路）之平均速率為$3v$，試求全程之 (a)平均速度為？ (b)平均速率為？



[解析]

設單程路徑長S

$$(1)\text{平均速度 } \bar{v} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{\frac{S}{v}+\frac{S}{3v}} = 0$$

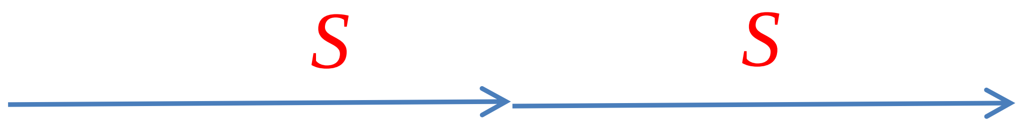
$$(2)\text{平均速率 } \bar{v} \equiv \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \frac{S+S}{\frac{S}{v}+\frac{S}{3v}} = \frac{6v^2}{3v+v} = \frac{3}{2}v$$

第9頁

2.車子由*A*直線前進行駛到*B*，試求以下各狀況下的平均速度

(a)全程時間之前後兩半段的平均速度各為*u*、*v*

(b)前後兩半段行程的平均速度各為 *u*、*v*



[解析]

(1)設全程時間$2t$

$$\text{平均速度 } \bar{v} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{ut+vt}{t+t} = \frac{u+v}{2}$$

(2)設全程路徑長$2S$

$$\text{平均速度 } \bar{v} \equiv \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \frac{S+S}{\dfrac{S}{v}+\dfrac{S}{u}} = \frac{2uv}{u+v}$$

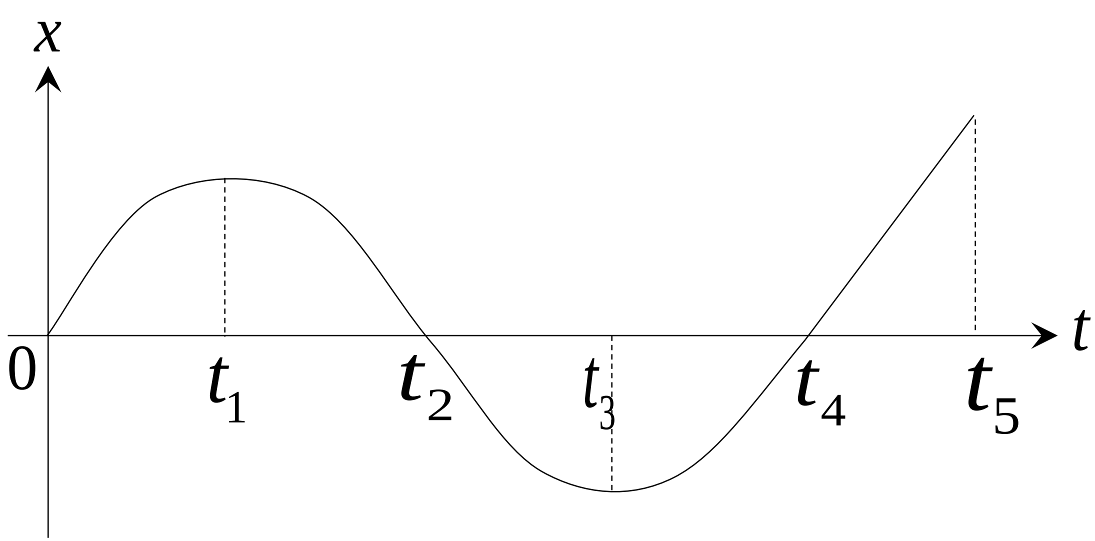
第10頁

1.如圖，為直線運動之位置對時間之關係圖(0 ~ t_2 為拋物線， t_2 ~ t_4 為拋物線， t_4 ~ t_5為直線)，試求

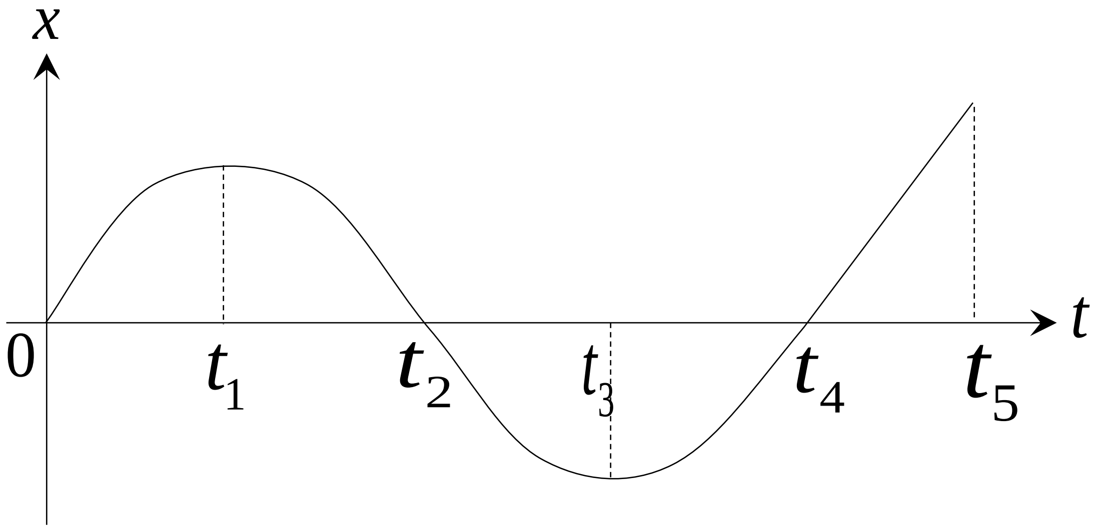
(a)做減速率運動之區域為何？

(b)加速度方向與運動方向相同的區域為何？

(c)何時瞬時速度為0？



[解析]



$(a)(b)$ 看瞬時速度 = 切線斜率的變化

$0\sim t_1$ 切線斜率為正 速度為正 量值漸減 為減速率 加速度為負

$t_1\sim t_2$ 切線斜率為負 速度為負 量值漸增 為增速率 加速度為負

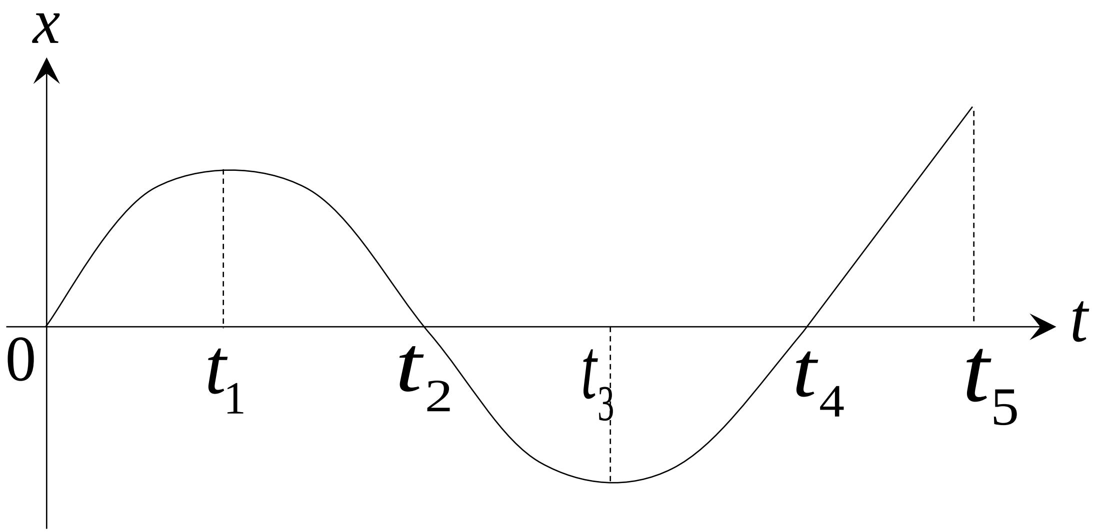
$t_2\sim t_3$ 切線斜率為負 速度為負 量值漸減 為減速率 加速度為正

$t_3\sim t_4$ 切線斜率為正 速度為正 量值漸增 為增速率 加速度為正

$t_4\sim t_5$ 切線斜率為正 速度為正 量值固定 為等速率 加速度為零

第10頁

[解析]



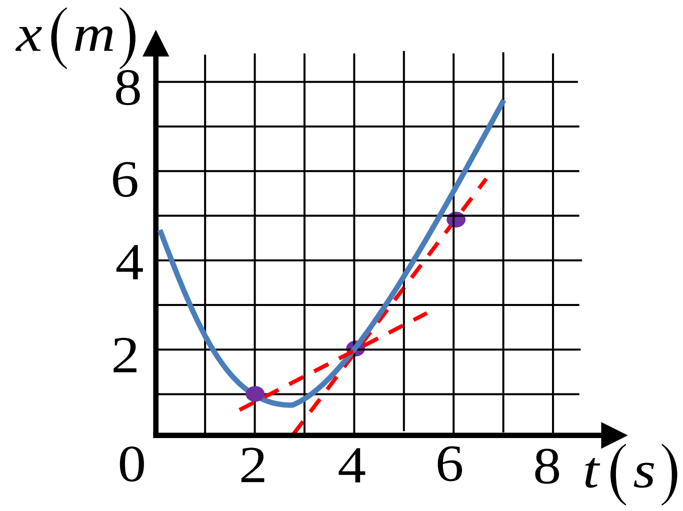
(c)瞬時速度＝切線斜率

t_1 與 t_3 時　切線斜率為零　速率為零

2.一物體在直線上運動的 $x-t$ 圖，如圖所示，則

(a) 物體從$t=2$ s到$t=4$ s的平均速度為何？

(b) 物體在$t=4$s的瞬時速度為何？



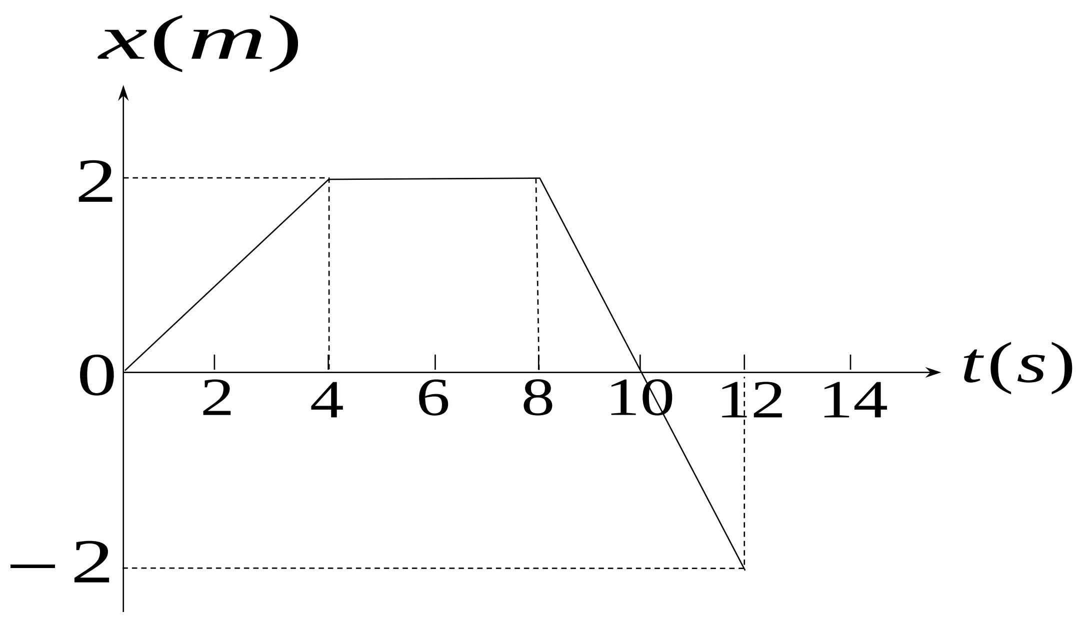
[解析]

$$(1)\text{平均速度}=\text{割線斜率}\quad \bar{v}(2\sim4)=\frac{2-1}{4-2}=\frac{1}{2}[m/s]$$

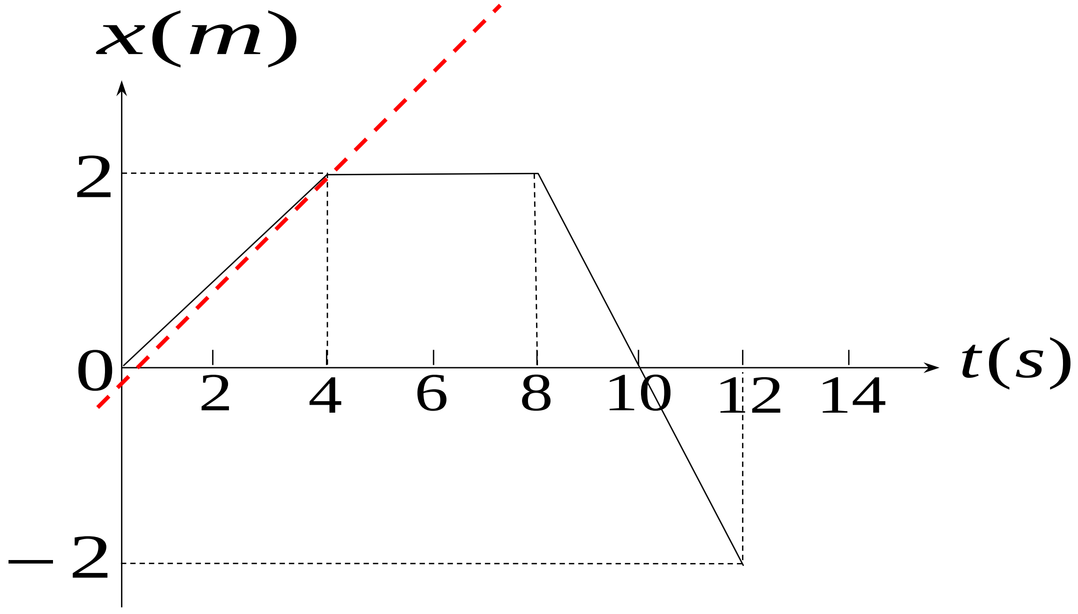
$$(2)\text{瞬時速度}=\text{切線斜率}\quad v(4)=\frac{5-2}{6-4}=\frac{3}{2}[m/s]$$

第10頁

*3.*右圖所示為一個沿x軸運動質點之位置*x*與時間 *t* 的關係，
試問：(*a*) t = 2 s時(2秒末)，該質點之速度為？
(b) t = 6 s時(6秒末)，該質點之速度為？
(c) t = 10 s時(10秒末)，該質點之速度為？
(d) t = 0~12 s時(12秒內)，該質點之平均速度為？
(e) t = 0~12 s時(12秒內)，該質點之平均速率為？



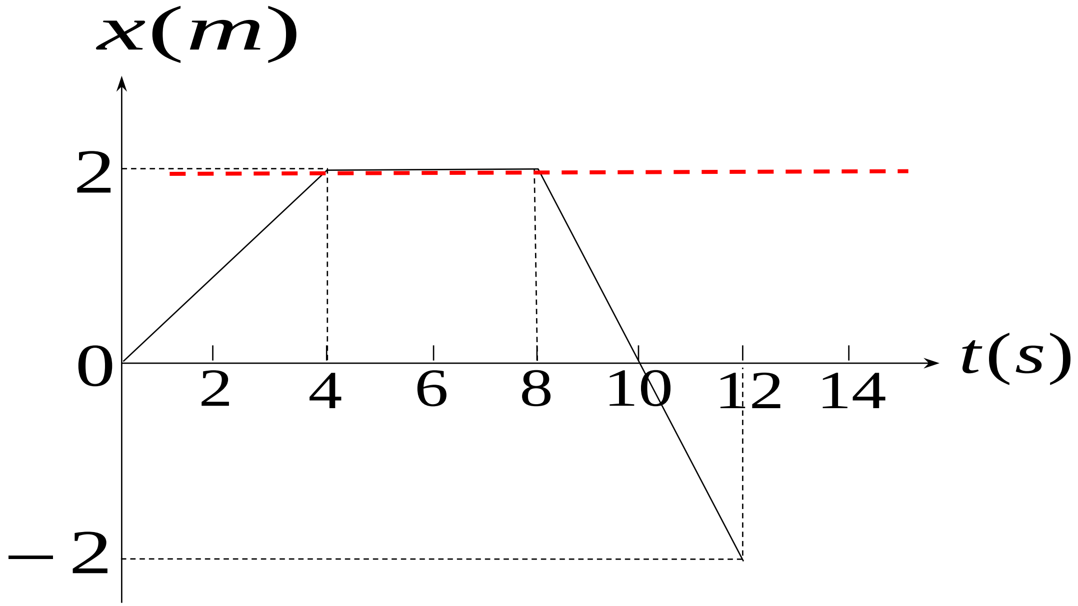
[解析]



$(a)\, x-t$ 圖切線斜率 = 速度

2秒時 速度 $v=\dfrac{2}{4}=0.5[m/s]$

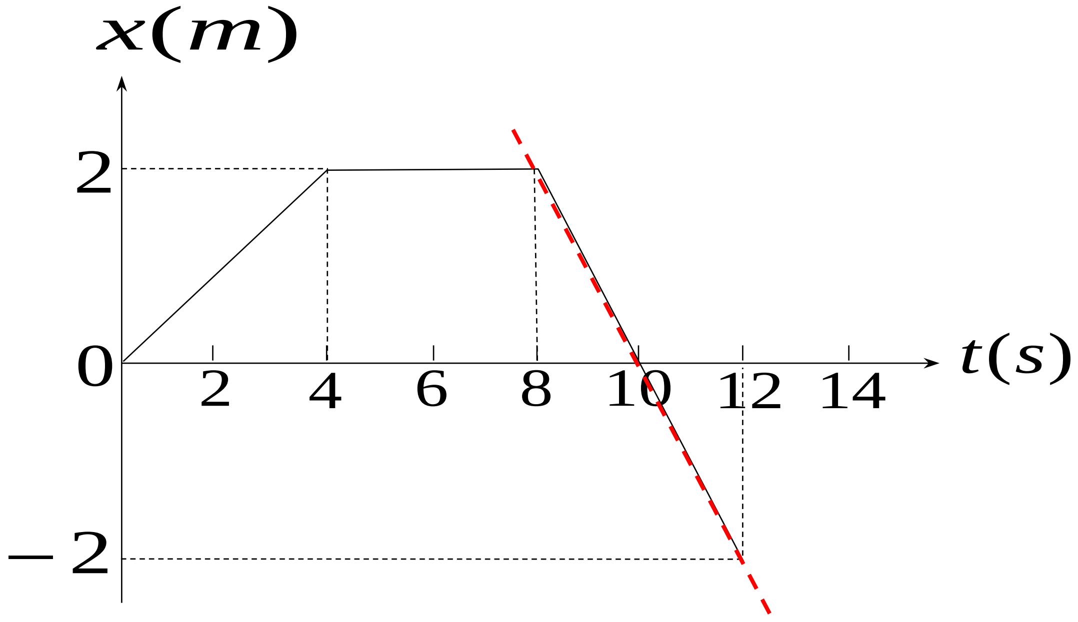
[解析]



$(b)\, x-t$ 圖切線斜率 = 速度

6秒時 速度 $v = 0\left[m/s\right]$

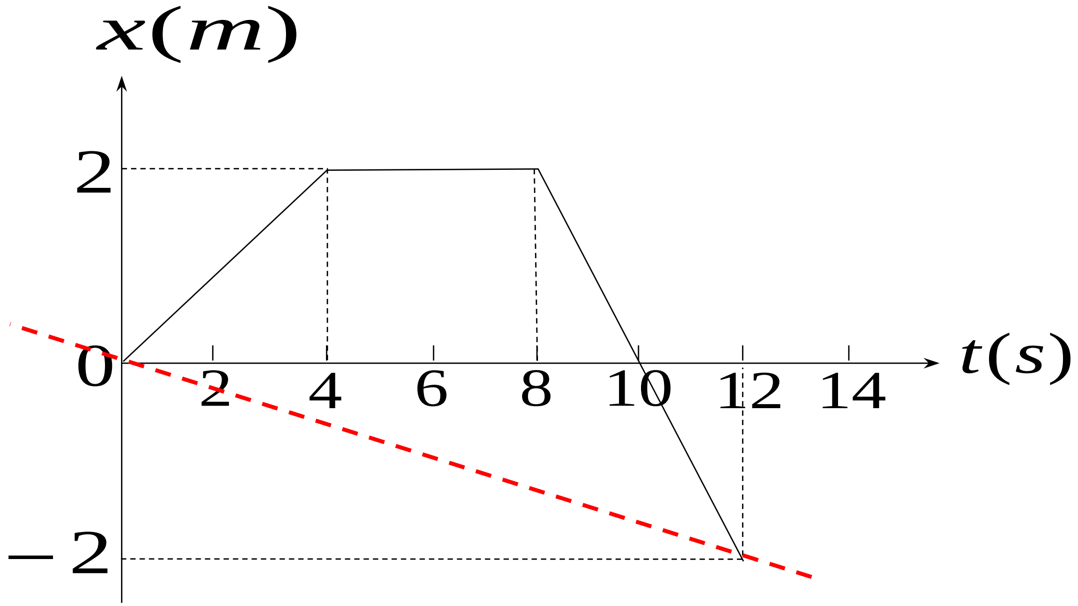
[解析]



$(c)\ x-t$ 圖切線斜率 = 速度

10秒時 速度 $v=\dfrac{-4}{4}=\text{-}1[m/s]$

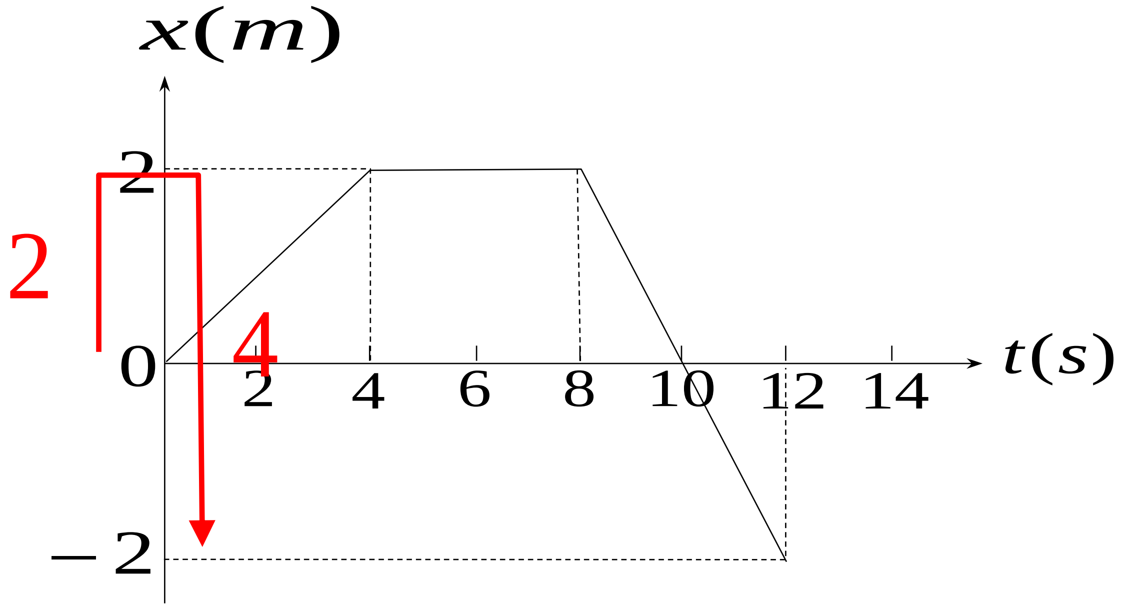
[解析]



$(d)\, x-t$ 圖割線斜率 = 平均速度

0~12秒時 平均速度 $v = \dfrac{-2-0}{12\text{-}0} = -\dfrac{1}{6}[m/s]$

[解析]



(e) 0~12秒時 平均速率 $v=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{2+4}{12\text{-}0}=0.5[m/s]$

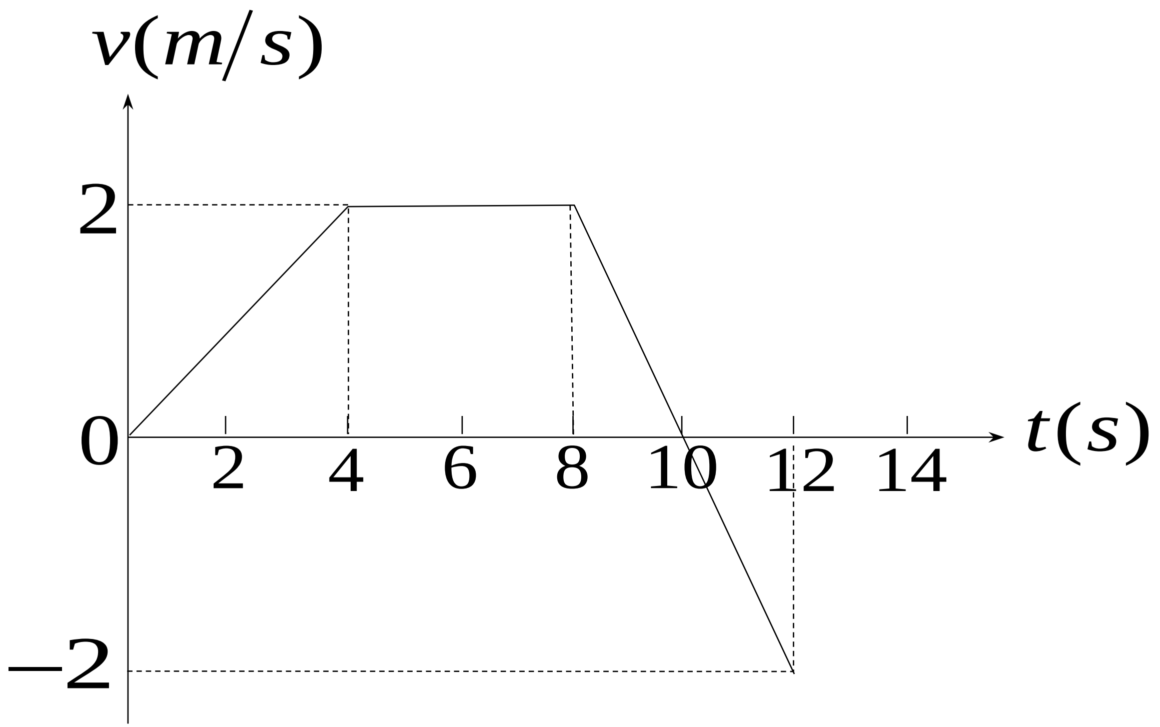
1.右圖所示為一個沿x軸運動質點之速度v與時間 t 的關係，若$t = 0$時該質點位於 $x = 4\ m$處，試問：

(1) t = 12 s時，該質點之位置x為若干？

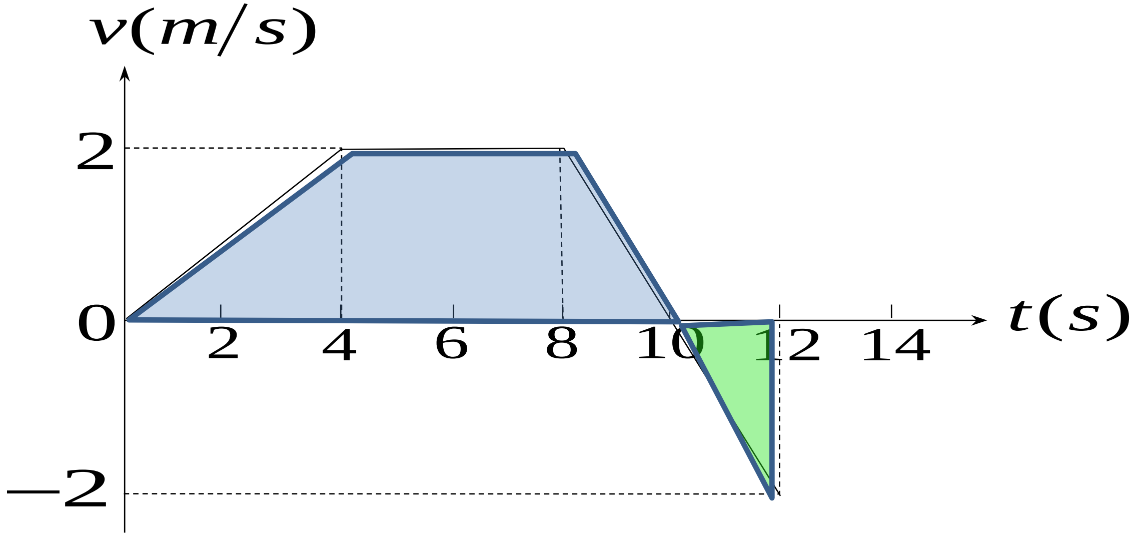
(2) t = 2 s時，該質點之加速度為若干？

(3) t = 10 s時，該質點之加速度為若干？

(4) t =0~12 s時，該質點之平均加速度為若干？



[解析]



$(1)v-t$ 圖與 t 軸所圍面積＝位移

0~10 秒 位移 $\Delta x_1=\frac{1}{2}\times(10+4)\times 2=14[m]$

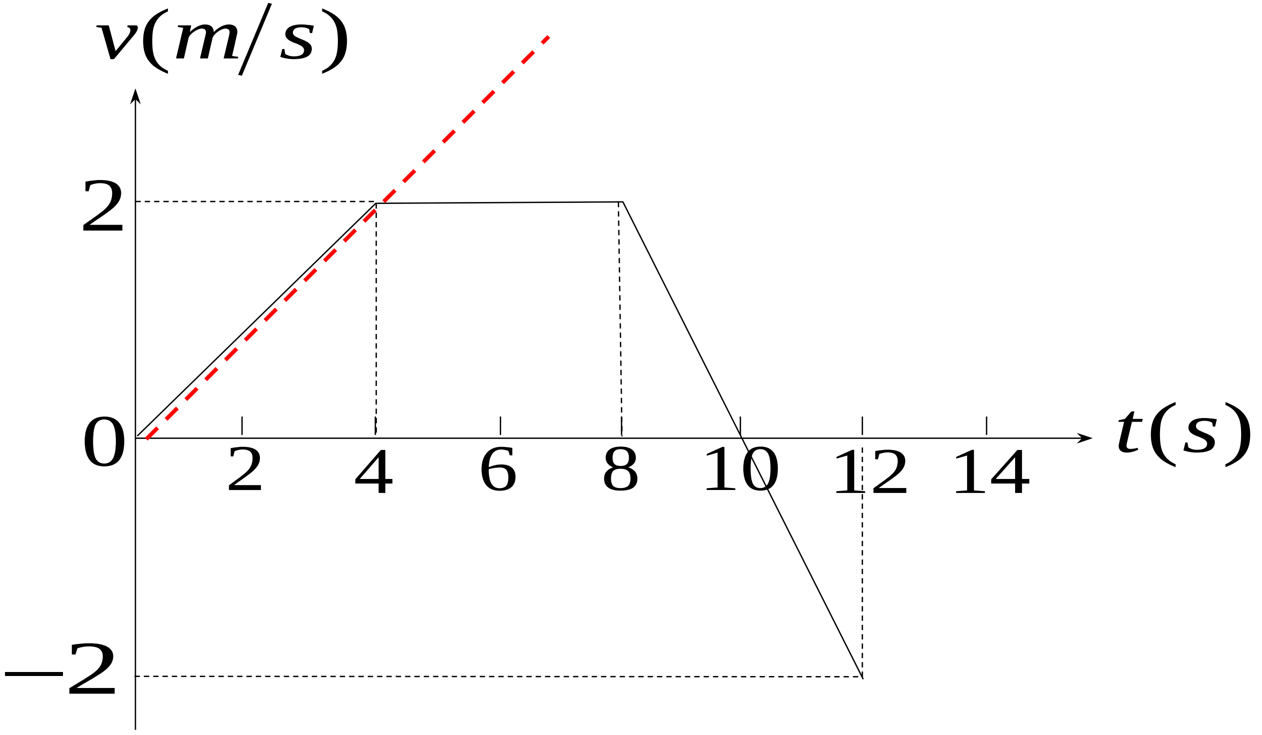
10~12 秒 位移 $\Delta x_2=-\frac{1}{2}\times 2\times 2=-2[m]$

$\therefore$ 0~12 秒 位移 $\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2=14-2=12[m]$

末位置=初位置+位移

$x(12)=x(0)+\Delta x=4+12=16[m]$

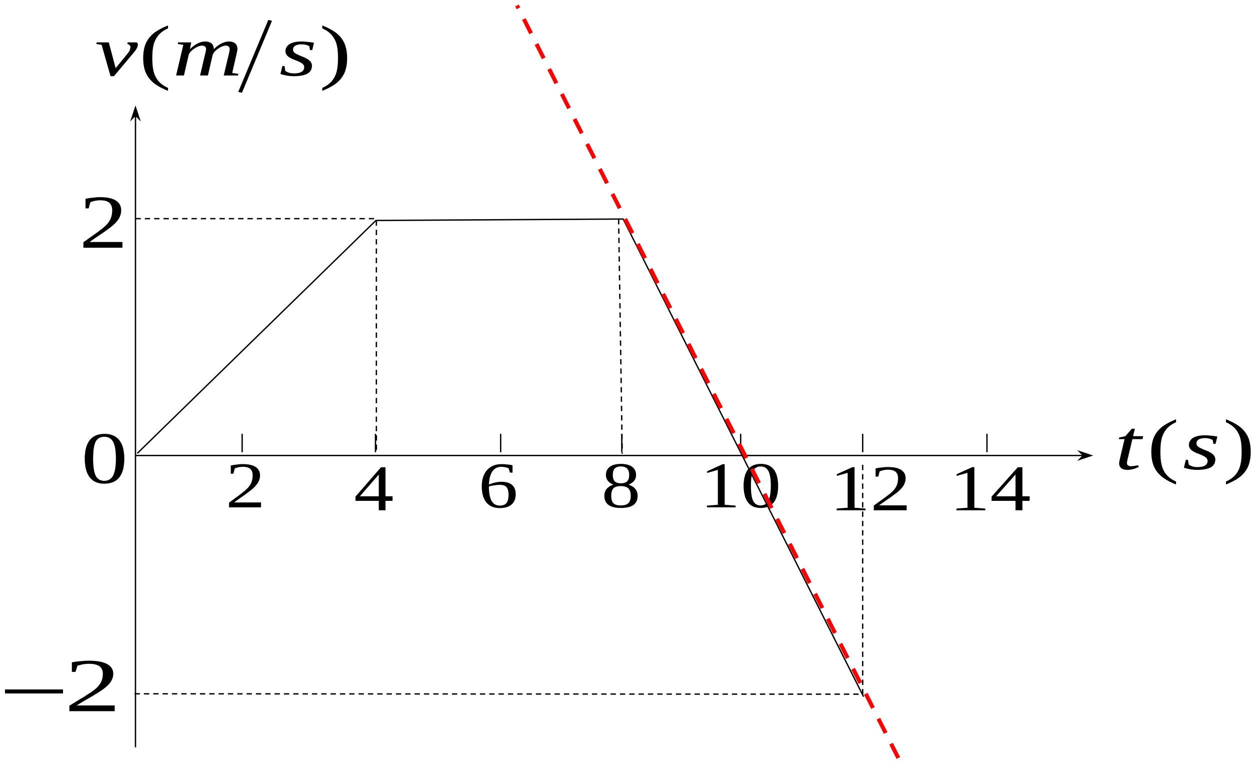
[解析]



$(2)\ v-t$ 圖切線斜率＝(瞬時)加速度

2秒時 加速度 $a=\frac{2}{4}=0.5\left[m/s^2\right]$

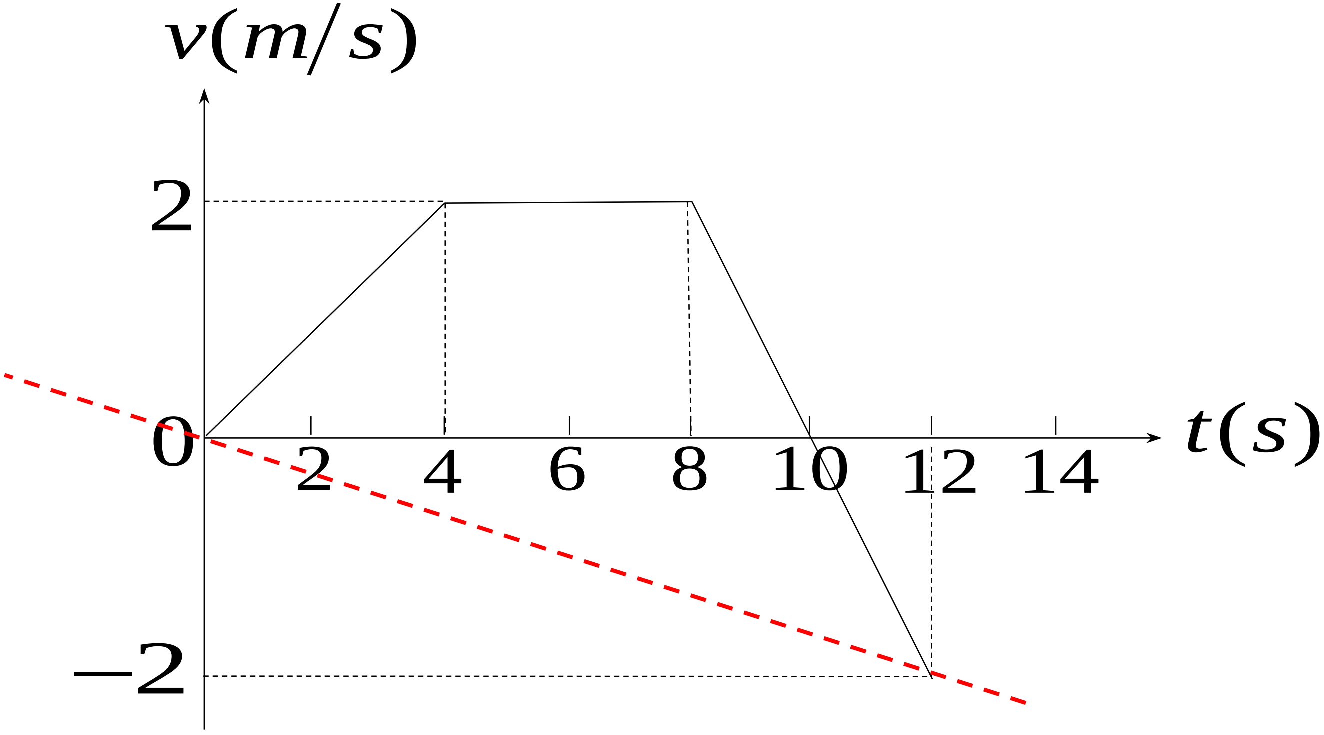
[解析]



$(3)\,v-t$ 圖切線斜率＝(瞬時)加速度

10秒時 加速度 $a=\dfrac{-4}{4}=-1\left[m/s^2\right]$

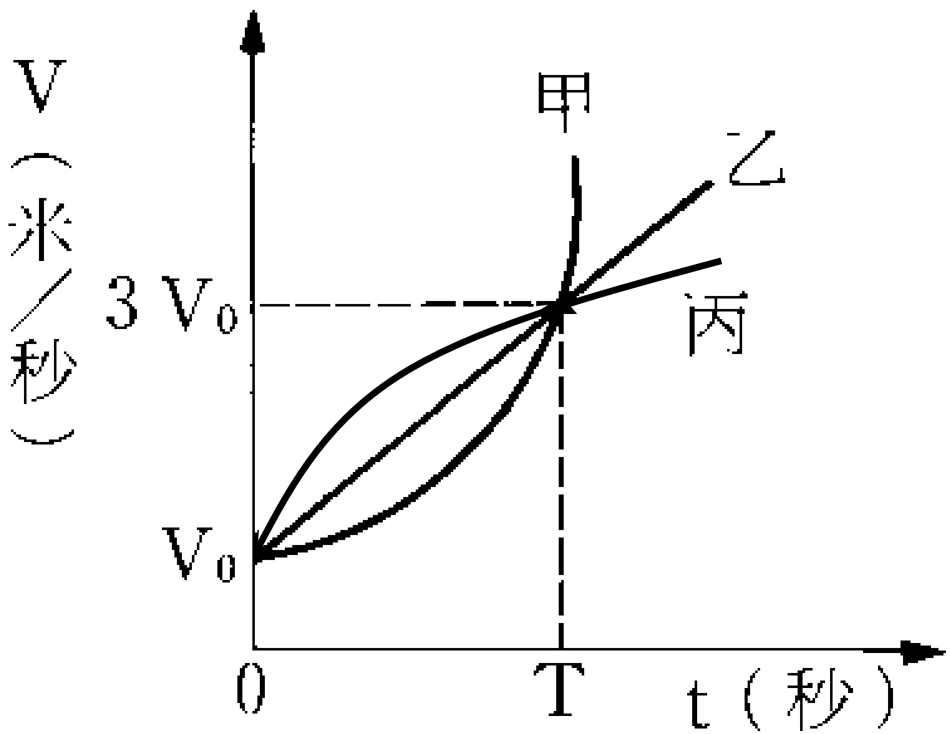
第11頁
[解析]



(4) $v-t$ 圖割線斜率 = 平均加速度

0~12秒時 平均加速度 $a=\dfrac{-2\text{-}0}{12\text{-}0}=-\dfrac{1}{6}\left[m/s^{2}\right]$

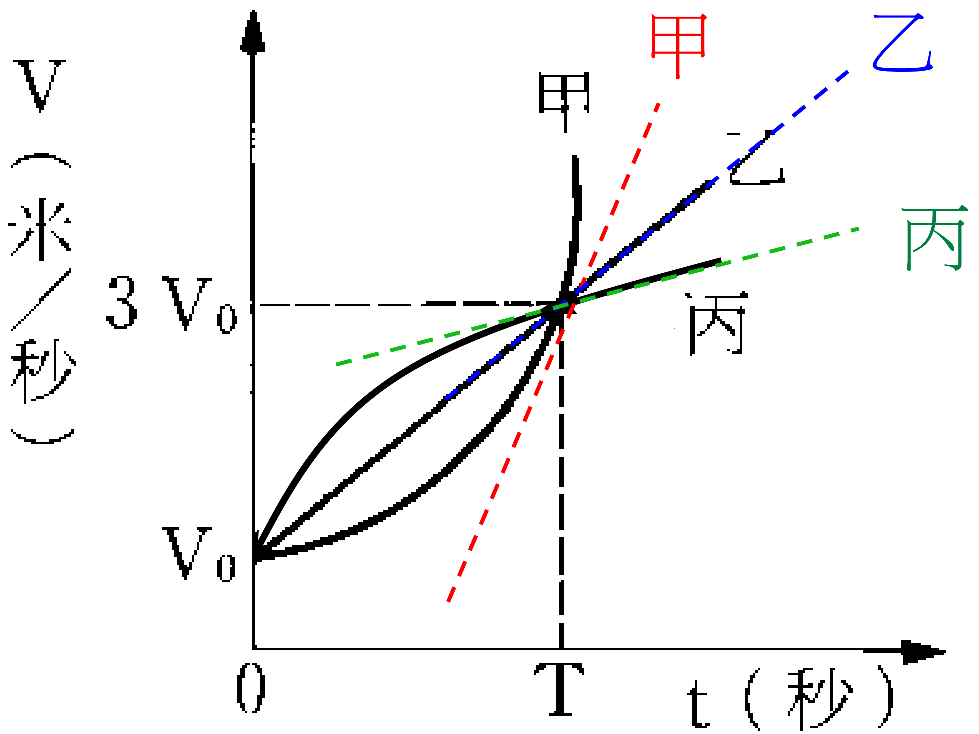
2.附圖所示為甲、乙、丙三直線運動質點的速度與時間關係圖則下列描述正確的是：　(A) T 秒末加速度甲>乙>丙 (B) T秒內平均加速度：甲=乙=丙　(C) T秒內平均速度：甲=乙=丙=2V_o　(D) T 秒末，丙車居最前面 (E) T秒末，丙的加速度與速度方向相反　。



[解析]

(A) $v-t$ 圖切線斜率＝瞬時加速度

T 秒時 甲＞乙＞丙

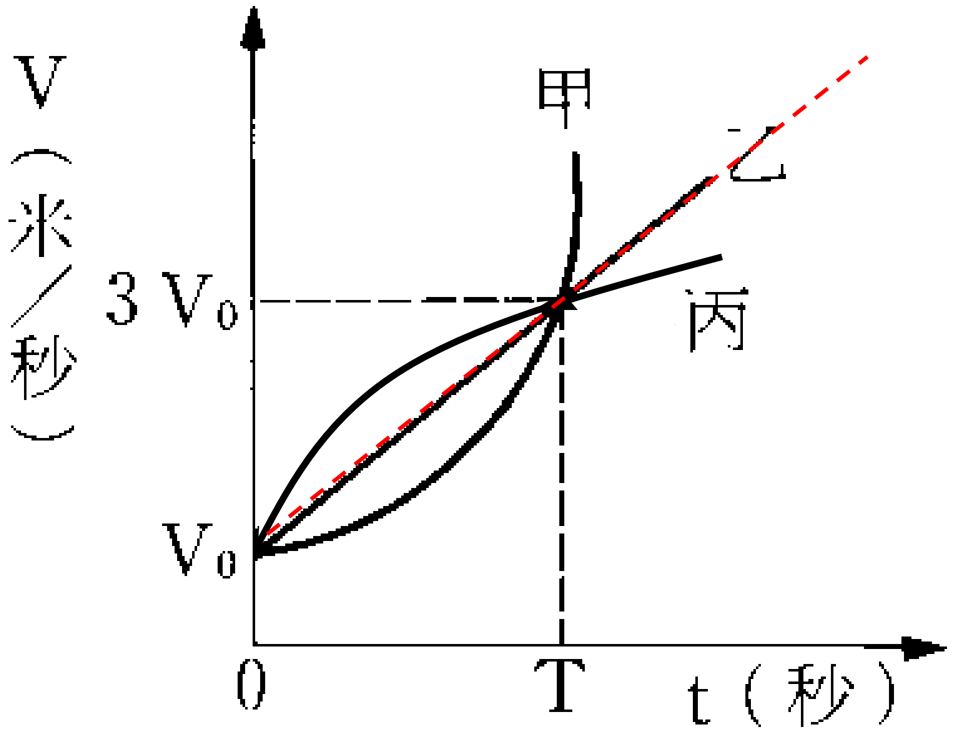


[解析]

(B) $v-t$ 圖割線斜率＝平均加速度

0~T 秒時　甲=乙=丙

$$\bar{a}=\frac{2V_0}{T}$$

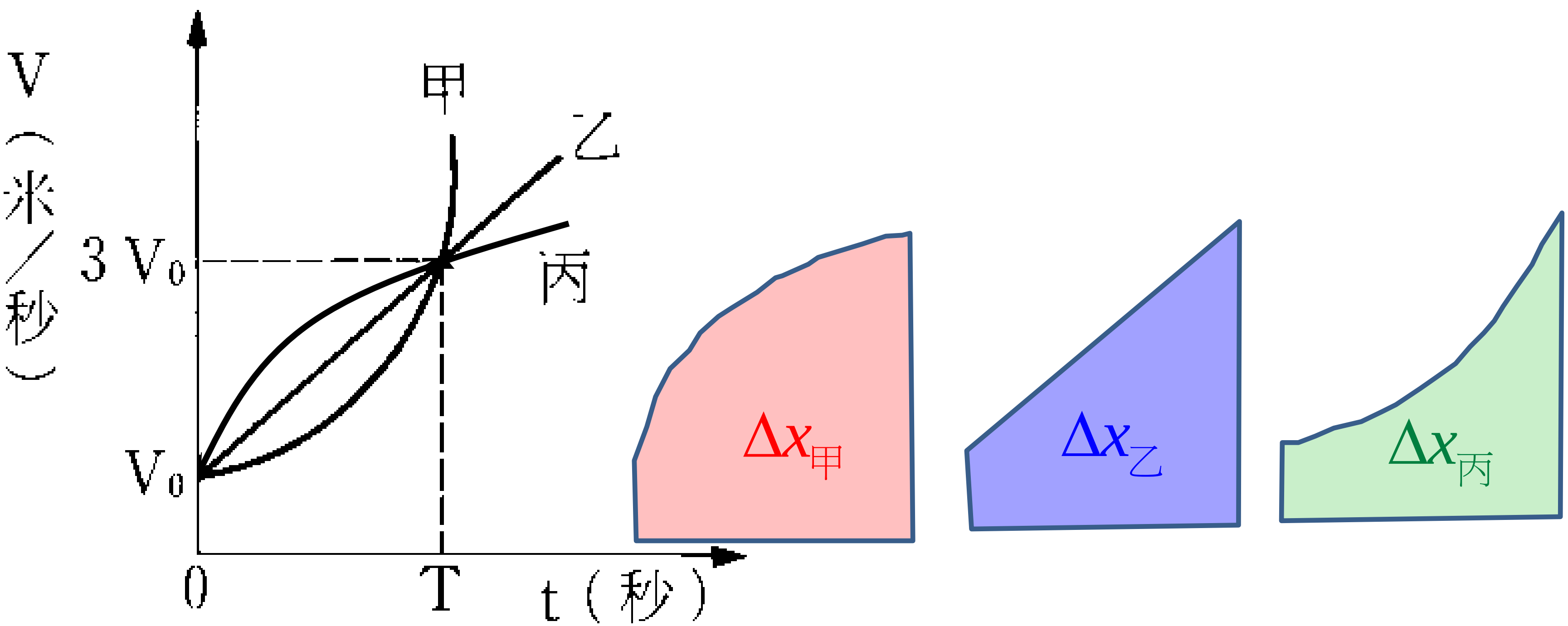


[解析] (C) 平均速度$\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$v-t$ 圖線與 t 軸所圍面積＝位移

由圖知 0~T 秒位移 甲＞乙＞丙

∴平均速度 甲＞乙＞丙

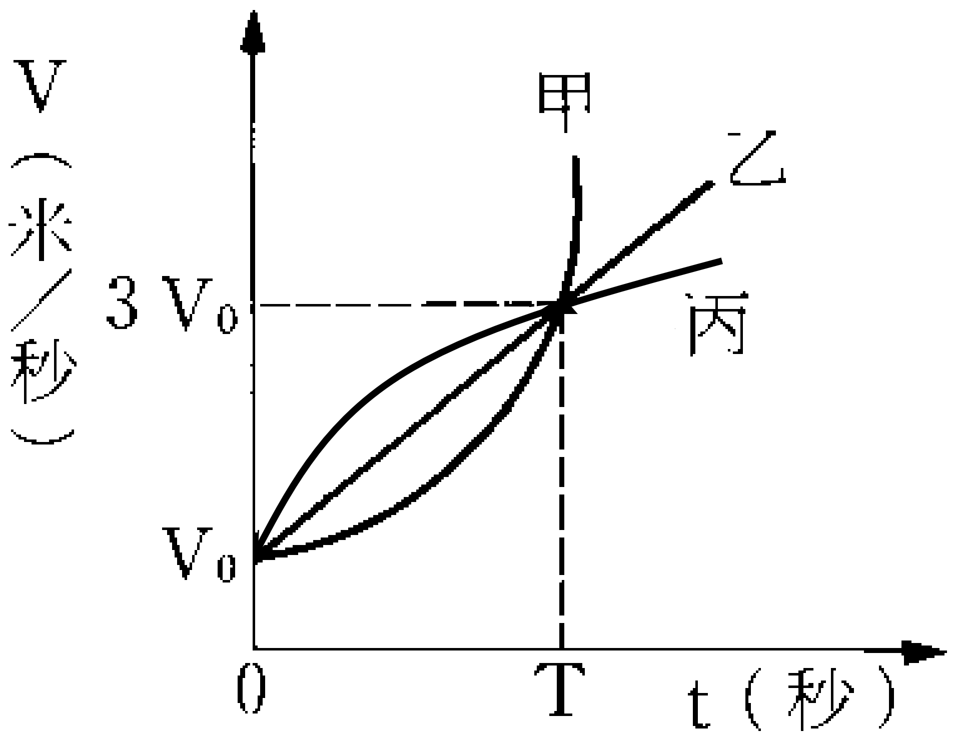


第11頁

[解析]

(D) 末位置=初位置+位移

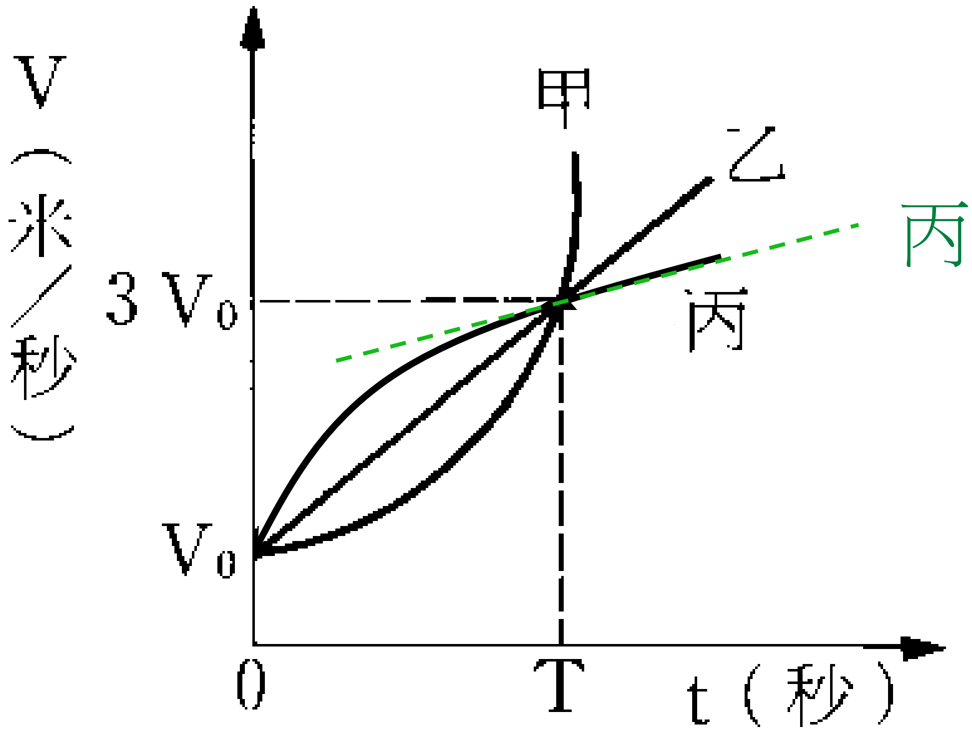
只知位移 不知起始位置 所以無法知道最後位置



[解析]

(E) $v-t$ 圖切線斜率＝瞬時加速度

T 秒時 丙的速度為正 加速度為正



第12頁

1.一質點作加速度運動，初速度為5 m/s，其加速度對時間圖如附圖所示， 試求：

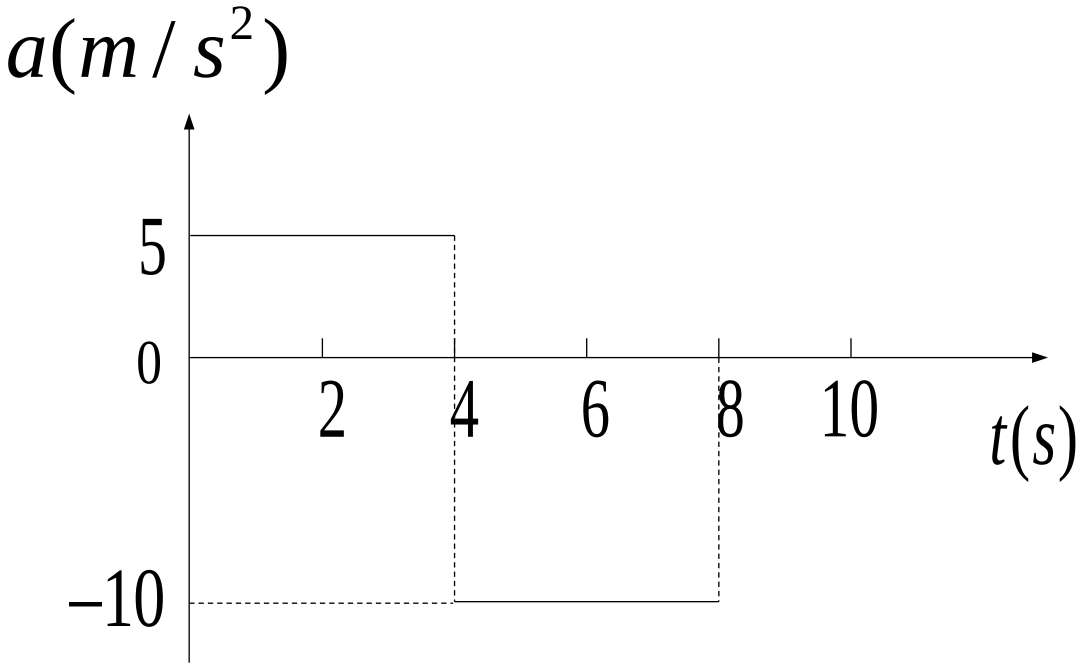
(a)4秒時速度？ 8秒時速度？ 10秒時速度？

(b)何時速度為零？

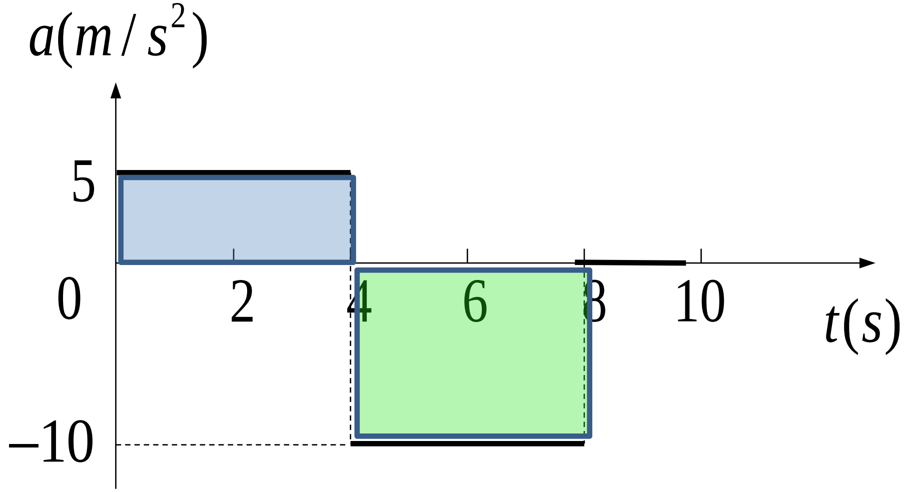
(c)0~10秒時速度對時間關係圖？

(d)質點在10秒內的位移為？

(e)10秒內的平均加速度為？



[解析]



(a) $a-t$ 圖線與 t 軸所圍面積 = 速度變化量

0~4秒 速度變化量$\Delta v_1 = 4\times 5 = 20[m/s]$

4~8秒 速度變化量$\Delta v_2 = 4\times(-10) = -40[m/s]$

8~10秒 速度變化量$\Delta v_3 = 0[m/s]$

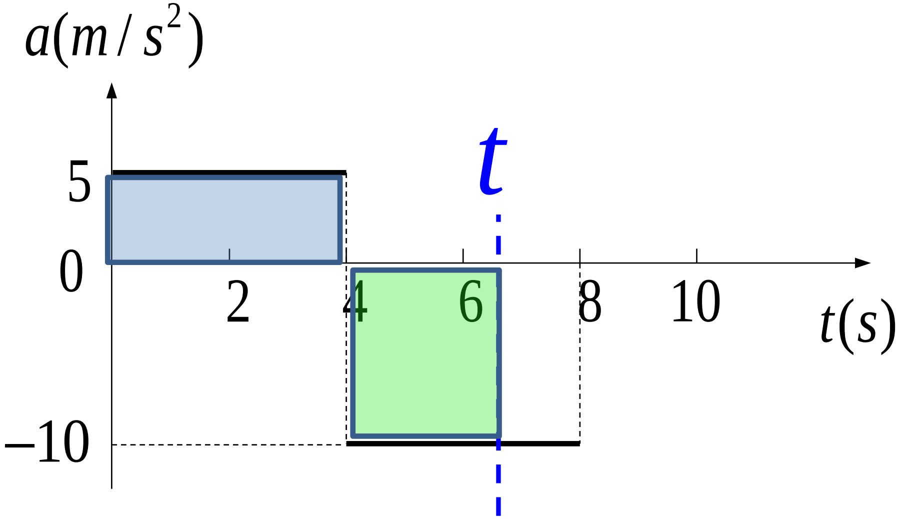
末速度=初速度+速度變化量

4秒 速度$v(4) = v(0) + \Delta v_1 = 5+20=25[m/s]$

8秒 速度$v(8) = v(4) + \Delta v_2 = 25-40 = -15[m/s]$

10秒 速度$v(10) = v(8) + \Delta v_3 = -15[m/s]$

[解析]



(b) 令 t 秒時速度為零

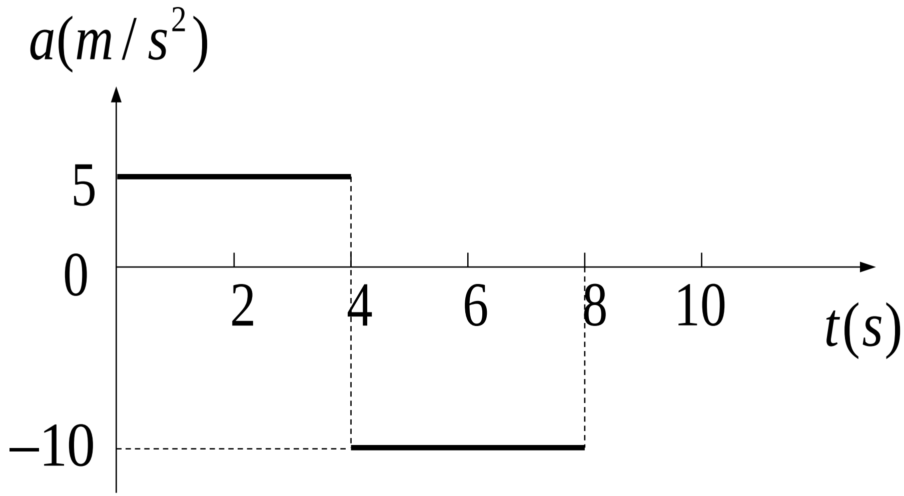
$4\sim t$秒速度變化量 $\Delta v_4=-10\times(t-4)$

$\therefore 0\sim t$秒速度變化量 $\Delta v(0\sim t)=20-10\times(t-4)=60-10t$

末速度=初速度+速度變化量

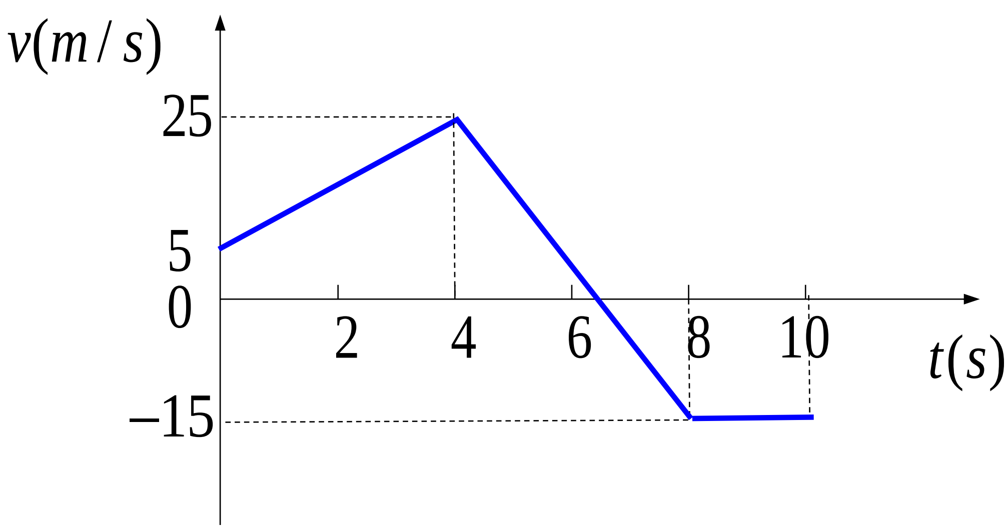
$v(\mathrm{t})=v(0)+\Delta v(0\sim t)=5+60-10t=0\rightarrow t=6.5[s]$

[解析]

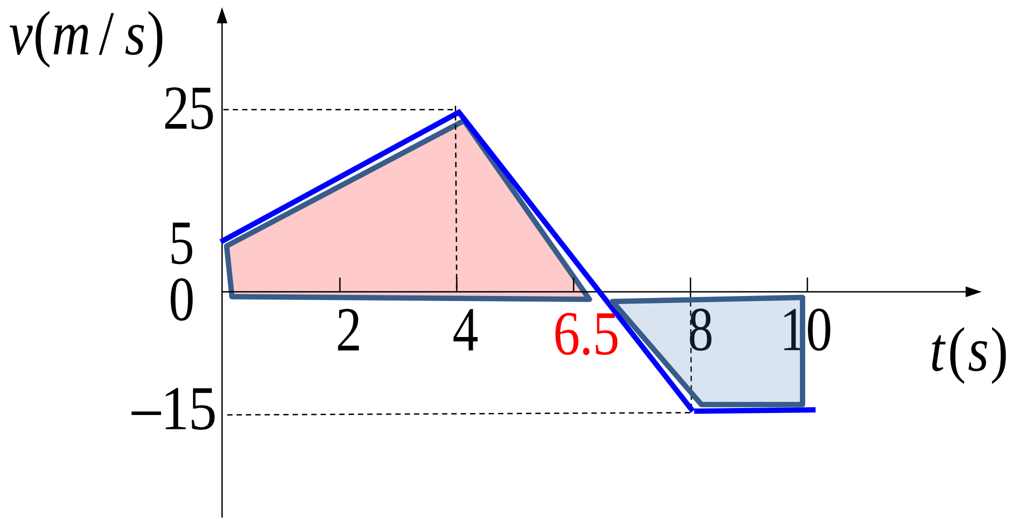


(c) 0~4秒等加速度 4~8秒等加速度 8~10秒等速度

$v(0)=5$ $v(4)=25[m/s]$ $v(8)=$-15$[m/s]$ $v(10)=$-15$[m/s]$



[解析]



(d) $v-t$ 圖線與 t 軸所圍面積 = 位移

0~4秒 位移$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\times(5+25)\times 4 = 60[m]$

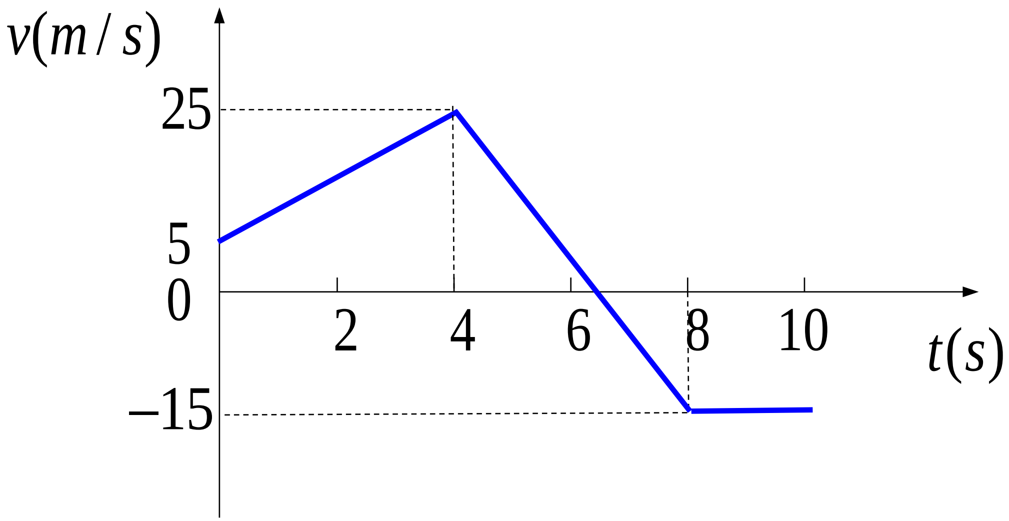
4~6.5秒 位移$\Delta x_2 = \frac{1}{2}\times 2.5\times 25 = 31.25[m]$

6.5~10秒 位移$\Delta x_3 = \frac{1}{2}\times(3.5+2)\times 15 = -41.25[m]$

$\therefore$ 0~10秒 位移$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 60 + 31.25 - 41.25 = 50[m]$

[解析]

$$(e)\ \text{平均加速度}\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-15-5}{10-0}=-2\left[m/s^2\right]$$



1.運動體沿直線運動，其位置與時間之關係為$x(t) = 2+16t - 4t^2$，其中x以m，t以s為單位，試求：

(*a*) t = 3 s之瞬時速度

(b) 物體靜止時之位置與時刻

(c) t = 3 s之瞬時加速度

(d) 前4 s內物體的平均速度與平均加速度

(e) 前4 s物體的平均速率

(f) 作$x-t$、$v-t$、$a-$t圖 。

[解析]

$$x(t)=2+16t-4t^2$$

$$\xrightarrow[\text{對 } t \text{ 微分}]{} v(t)=x'(t)=16-8t$$

$$\xrightarrow[\text{對 } t \text{ 微分}]{} a(t)=v'(t)=-8$$為等加速度直線運動

$$(a)\ v(3)=16-8\times3=-8\left[m/s\right]$$

$$(b)\ v(t)=16-8t=0\rightarrow t=2\left[s\right]$$

$$x(2)=2+16\times2-4\times2^2=18\ \left[m\right]$$

$$(c)\ a(3)=-8\left[m/s^2\right]$$

[解析]

(d) 平均速度$\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{x(4)-x(0)}{4-0}$

$$=\frac{2+16\times4-4\times4^2\ \ -2}{4-0}=0[m/s]$$

等加速度直線運動 平均加速度 = 瞬時加速度 = -8$\left[m/s^2\right]$

(e) 平均速率要注意該時距中運動方向有無反轉

由(b)知$t=2$秒速度為零 所以運動方向反轉

$$\Delta x(0\sim2)=x(2)-x(0)=2+16\times2-4\times2^2-2=16$$

$$\Delta x(2\sim4)=x(4)-x(2)=2+16\times4-4\times4^2-\left(2+16\times2-4\times2^2\right)=-16$$

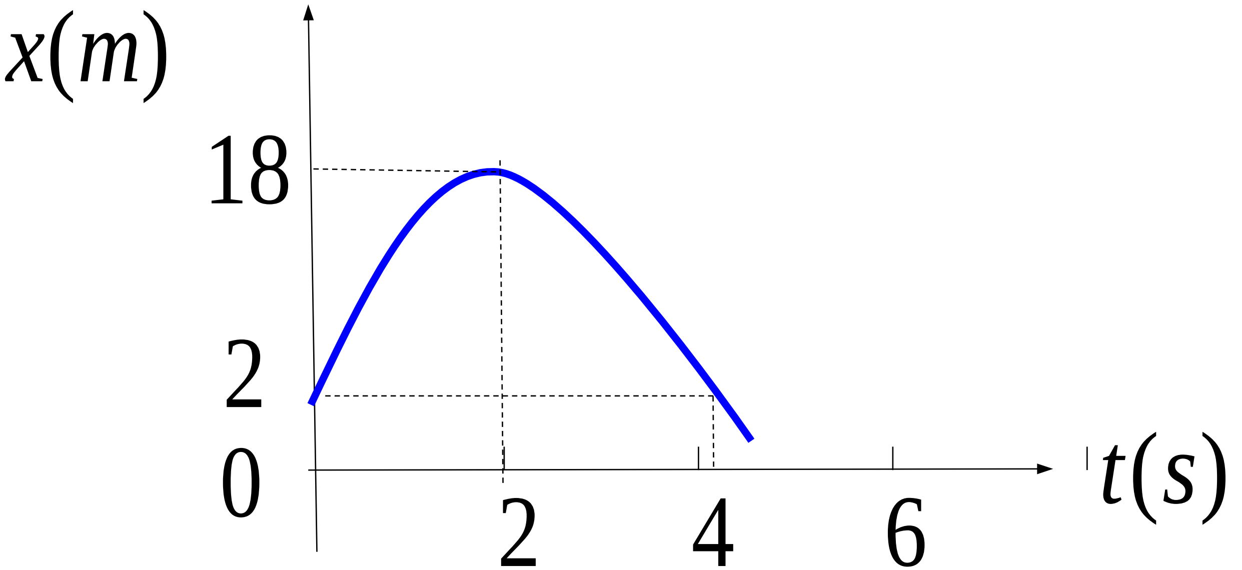
$$\therefore\bar{v}=\frac{\Delta\ell}{\Delta t}=\frac{\left|\Delta x(0\sim2)\right|+\left|\Delta x(2\sim4)\right|}{4-0}=\frac{16+16}{4-0}=8[m/s]$$

第13頁

[解析]

(f) $x(t)=2+16t-4t^2 = -4(t-2)^2+18$

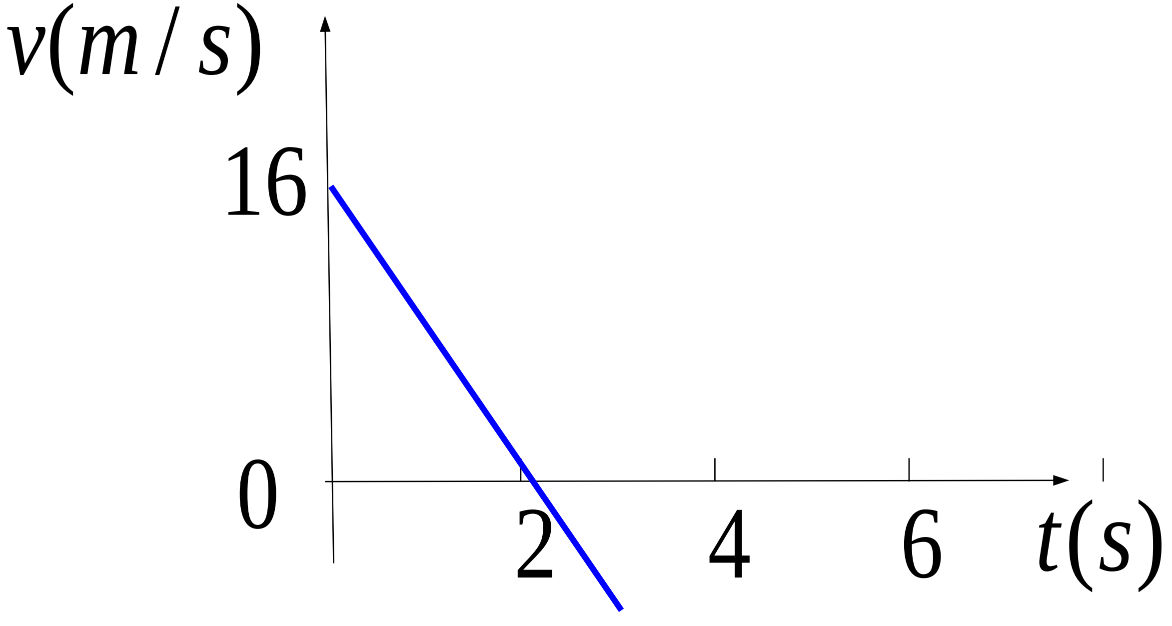
為拋物線 $x(0)=2$ $x(2)=18$



[解析]

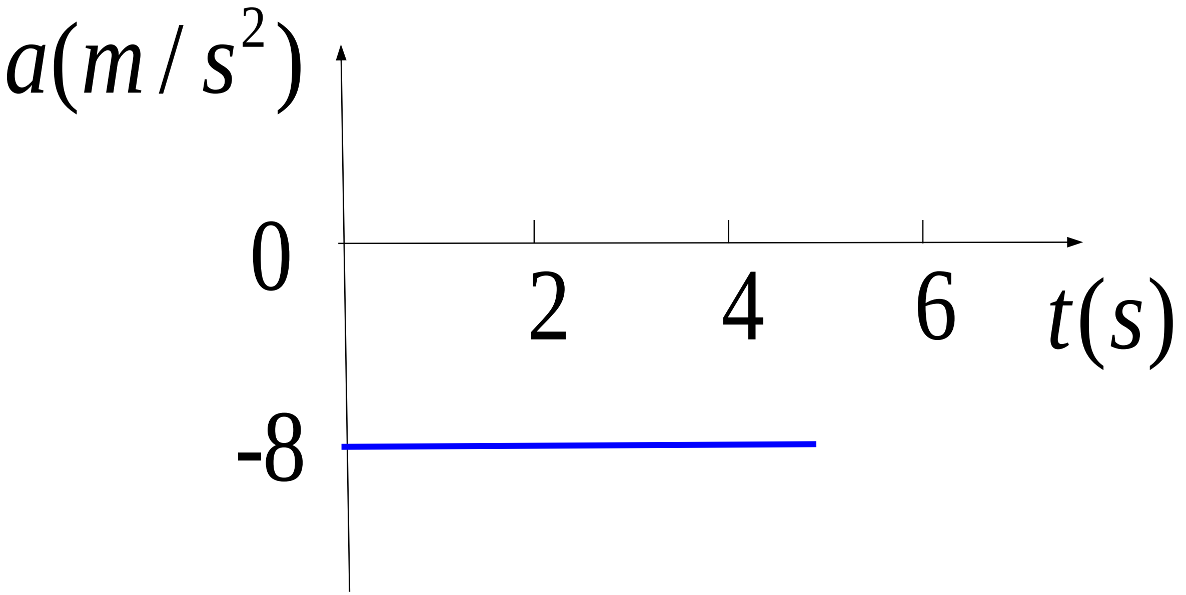
(f) $v(t)=16-8t$

為斜直線 $v(0)=16$ $v(2)=0$



[解析]

(f) $a(t) = -8$ 為定值



$\therefore$ 本題為等加速度直線運動

第16頁

1.某物作直線等加速度運動，其加速度為2公尺/秒^2，
初速度為5公尺/秒，試問：

(1)某物第2秒末的速度為________公尺/秒。

(2)某物前10秒內的平均速度為________公尺/秒。

(3)當質點所走的位移為6公尺時，質點的末速度為______公尺/秒。

[解析]

$$(1)\ v = v_0 + at = 5 + 2 \times 2 = 9\left[m/s\right]$$

$$(2)\ \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 5 \times 10 + \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 150$$

$$\therefore \bar{v} = \frac{150}{10} = 15\left[m/s\right]$$

$$(3)\ v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta x = 5^2 + 2 \times 2 \times 6 = 49$$

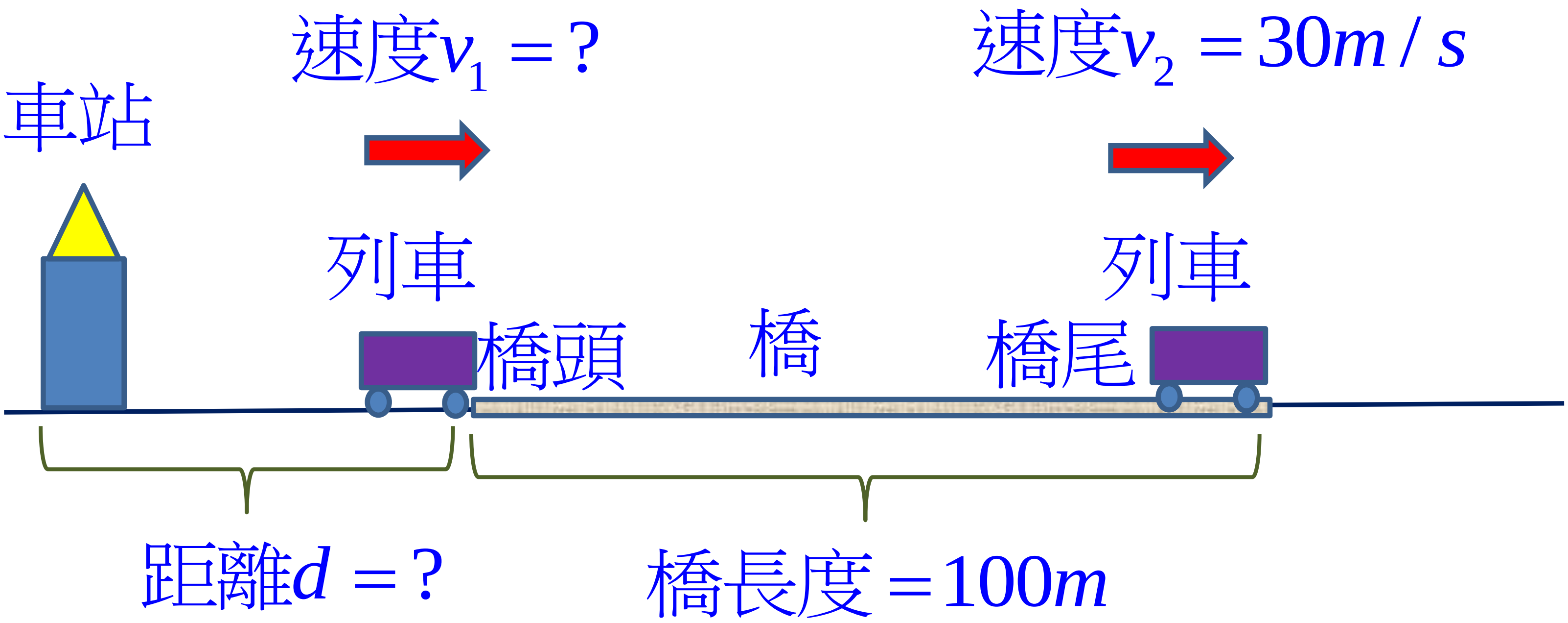
$$\therefore v = 7\left[m/s\right]$$

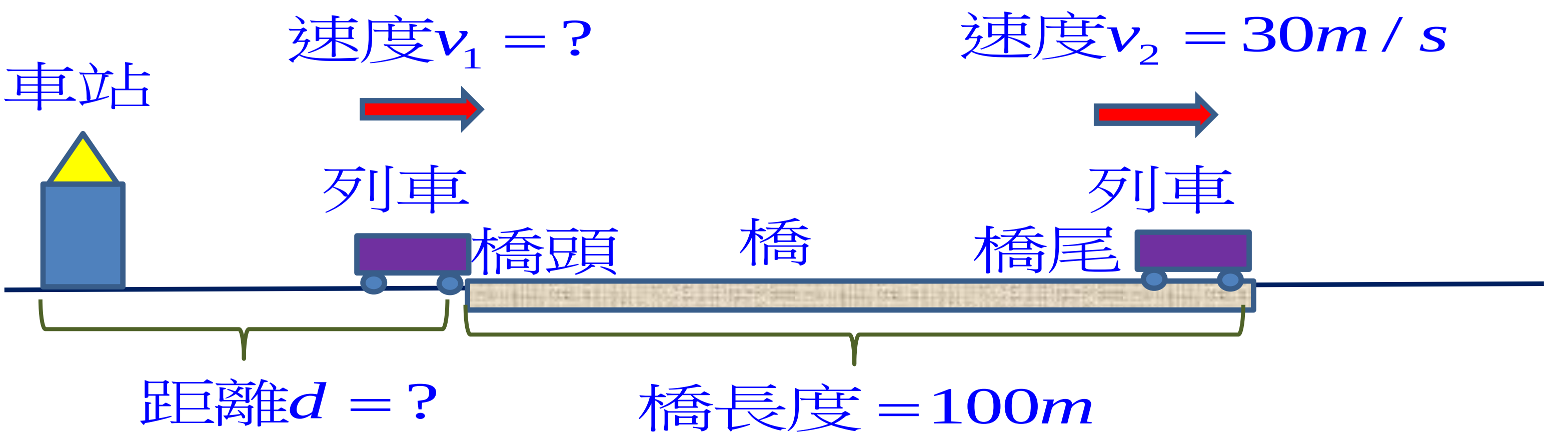
2.自車站靜止起動沿直線做等加速度運動行駛的列車，途中經過一座長，100 m的橋 樑歷時4.0 s。若列車頭駛離橋樑的速度為30.0 m/s，則

(*a*)列車頭駛入橋樑之速度為若干？

(b)列車之加速度為何？ (c)橋頭離車站多遠？

[解析]





[解析]

(a)從橋頭到橋尾

已知$\Delta x=100[m]$ $t=4[s]$ 末速度$v_2=30[m/s]$ 求初速度$v_1=?$

由$\Delta x=\dfrac{v+v_0}{2}t\rightarrow 100=\dfrac{30+v_1}{2}\times 4 \quad \therefore v_1=20[m/s]$

(b)從橋頭到橋尾

由$v=v_0+at\rightarrow 30=20+a\times 4 \quad \therefore a=2.5\left[m/s^2\right]$

(c)從車站到橋頭

由$v^2=v_0^2+2a\cdot\Delta x\rightarrow 20^2=0+2\times 2.5\times d \quad \therefore d=80[m]$

練功題1

8.一質點作直線等加速度運動時，通過座標原點的速度為＋10 m/s。今以質點通過座標原點的時刻為零，已知 t=10 s質點的位置為－100 m，則 (A)質點的加速度為－2 m/s^2 (B)質點在＋x 軸上，與原點的最遠距離為12.5 m (C)質點在＋x軸上，與原點的最遠的時刻為2.5 s (D)質點通過x=＋8 m處的時刻為 t=1 s或 t = 4 s (E)質點於0~10 s間的平均速度為－10 m/s。

[解析]

(A)從$t=0s$到$t=10s$

已知$\Delta x=-100[m]$ $t=10[s]$ 初速度$10[m/s]$ 求初速度$a=?$

由$\Delta x=v_0t+\frac{1}{2}at^2\rightarrow -100=10\times 10+\frac{1}{2}a\times 10^2$ $\therefore a=\text{-}4\left[m/s^2\right]$

練功題1

(B)反向點為最遠處　此時速度為零

由$v^2=v_0^2+2a\cdot\Delta x \rightarrow 0^2=10^2+2\times(-4)\times\Delta x \quad \therefore \Delta x=12.5[m]$

(C)反向點為最遠處　此時速度為零

由$v=v_0+at \rightarrow 0=10+(-4)t \quad \therefore t=2.5[s]$

(D)由$\Delta x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$

$$8=10t+\frac{1}{2}(-4)\times t^2 \quad t^2-5t+4=0 \quad (t-4)(t-1)=0$$

$\therefore t=4[s]$或$1[s]$

$(E)\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Delta x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2=10\times10+\dfrac{1}{2}\times(-4)\times10^2=-100[m]$

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-100}{10}=-10[m/s]$$

第18頁

1.在測定加速度之實驗中，用紙帶經計時打點今拉動紙帶，5 s 得101個點其中第50點至第56點之記錄如下圖，其每點距離以cm表示，則

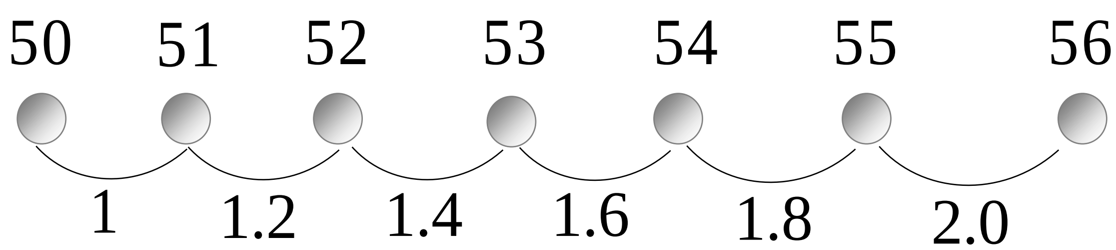
(*a*)這段運動是下列何種運動 (A)等速度運動 (B)變速度運動 (C)變速率運動 (D)等加速度運動 (E)變加速度運動

(*b*)計時器的打擊週期為幾秒？

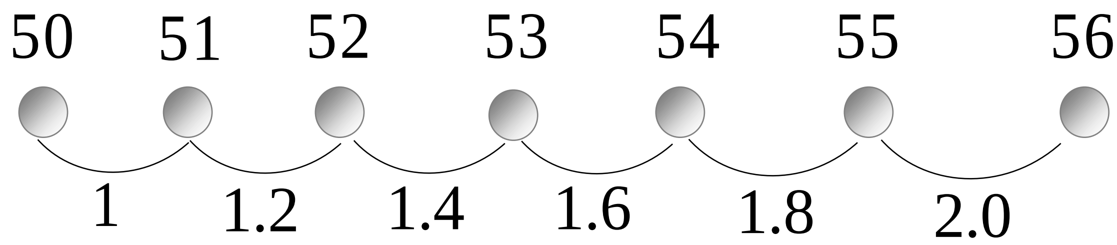
(*c*)點50至51、點55至56的平均速度各為何？

(d)點50至56的平均加速度為何？

(e)點54、50的瞬時速度為何？



[解析]



(a) 兩個相等的時距內的位移之差為一定值， 所以是等加速度。

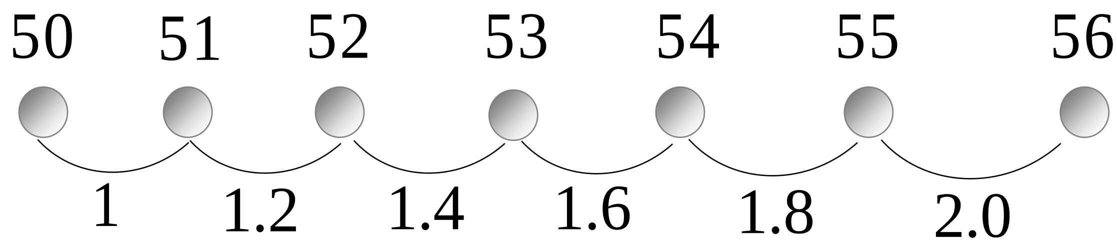
(b)相鄰兩點時距 $T=\dfrac{5}{101\text{-}1}=\dfrac{1}{20}=0.05[s]$

(c)平均速度 $\bar{v}(50\sim51)=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{1}{0.05}=20[m/s]$

平均速度 $\bar{v}(55\sim56)=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{2}{0.05}=40[m/s]$

第18頁

[解析]



$$(d)\text{加速度 } a=\frac{S_2-S_1}{T^2}=\frac{0.2}{(0.05)^2}=80\left[m/s^2\right]$$

$$(e)\text{瞬時速度 } v(54)=\text{平均速度 } \bar{v}(53\sim 54)$$

$$=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{1.6+1.8}{0.05\times 2}=34\left[m/s\right]$$

$$\text{由} v=v_0+at \quad v(54)=v(50)+a\times(4\times 0.05)$$

$$\therefore v(50)=34-80\times 0.2=18\left[m/s\right]$$

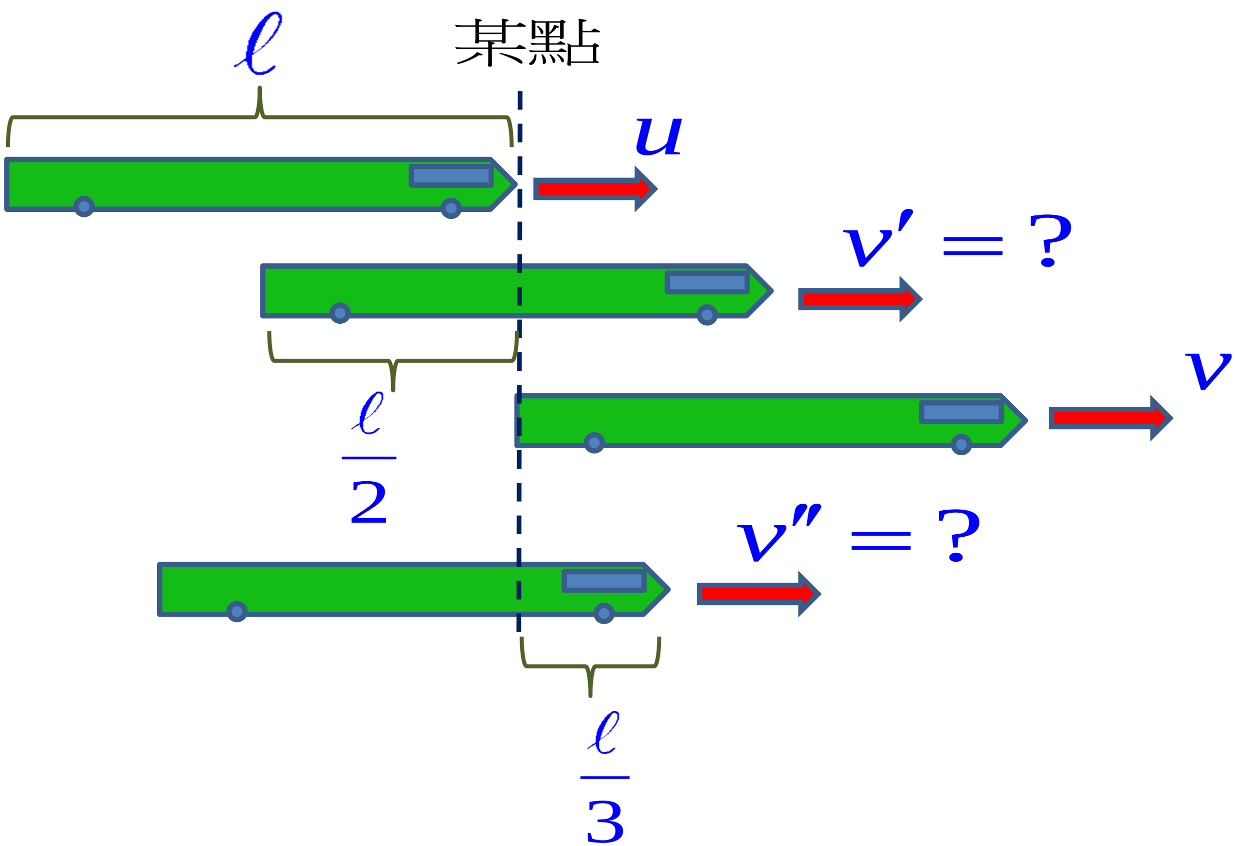
第17頁

1.火車以等加速度前進，列車長ℓ，其前端通過車站某一點時，速率
通過時速率為v，試求：

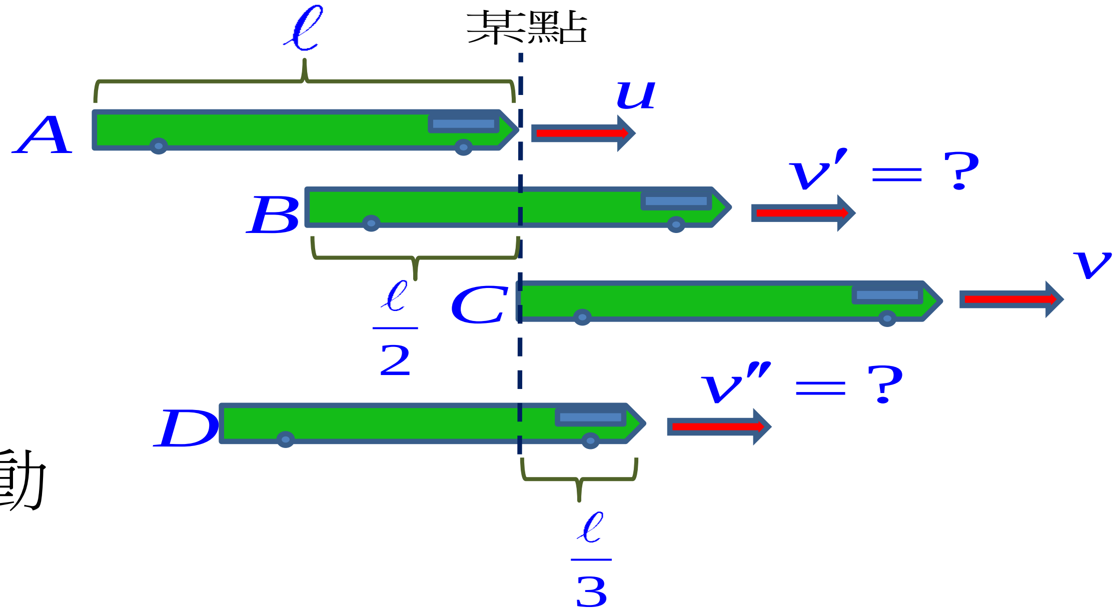
(a)火車之頭尾經該點所需時間

(b)火車中點通過該點速率

(c)距車頭$\ell/3$處通過該點之速率。



[解析]



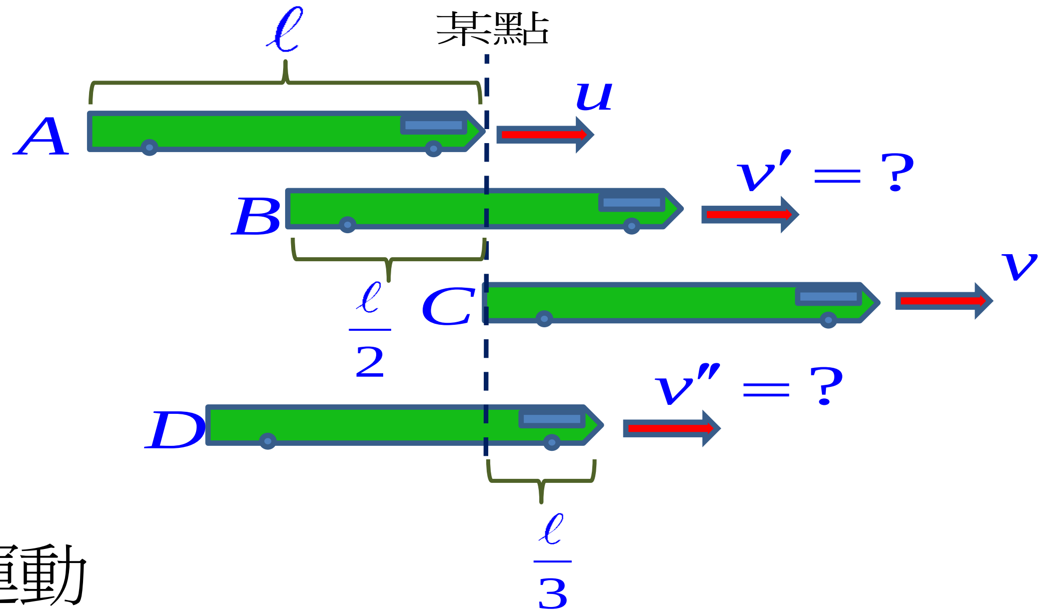
看車頭的運動

(a) 令加速度 a

$$A \to C: 由 v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad v^2 = u^2 + 2a\ell \quad \therefore a = \frac{v^2 - u^2}{2\ell}$$

$$由 v = v_0 + at \quad v = u + \frac{v^2 - u^2}{2\ell} \times t \quad \therefore t = \frac{2\ell}{v+u}$$

[解析]

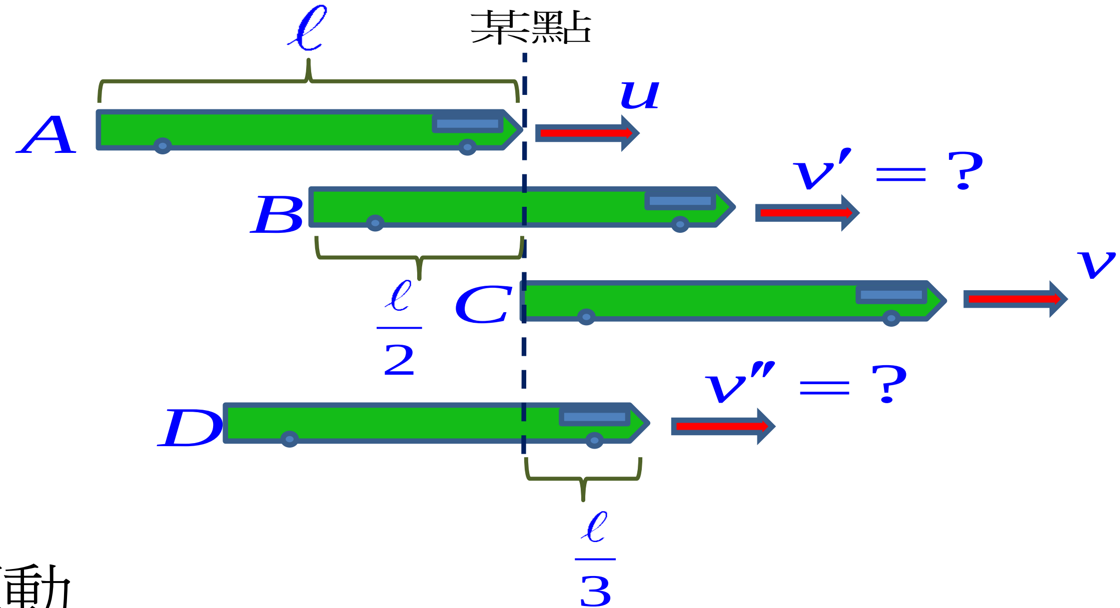


看車頭的運動

$$(b)\,A\rightarrow B:由 v^2=v_0^2+2a\Delta x$$

$$v'^2=u^2+2a\frac{\ell}{2}=u^2+2\times\frac{v^2-u^2}{2\ell}\times\frac{\ell}{2}=\frac{v^2+u^2}{2}\quad\therefore v'=\sqrt{\frac{v^2+u^2}{2}}$$

[解析]



看車頭的運動

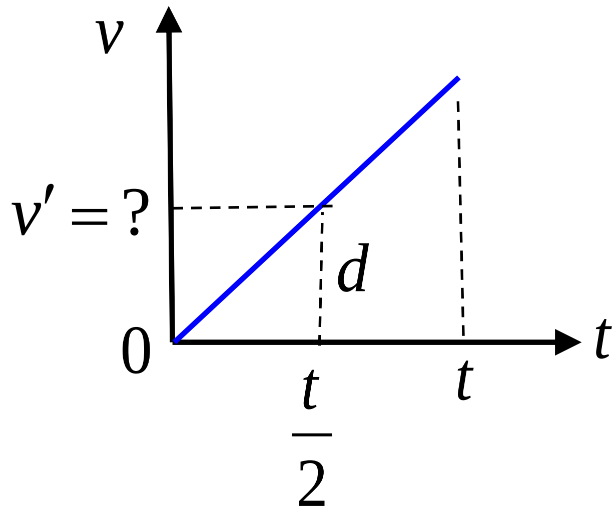
$$(c)\,A \to D:\text{由}v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$v''^2 = u^2 + 2\times\frac{v^2-u^2}{2\ell}\times\frac{\ell}{3} \quad \therefore v'' = \sqrt{\frac{v^2+2u^2}{3}}$$

2.某質點沿直線作等加速度運動，通過線上A點時的速度為V，通過線上另一點B時的速度為3V，則該質點通過AB中點時的速度為若干？

1.質點由靜止開始作等加速度運動，若在時間 t 秒內行經全程 d，則：(a)在時間為 $\frac{t}{2}$ 的瞬時速度? (b)在位移 $\frac{d}{2}$ 的瞬時速度？

[解析]



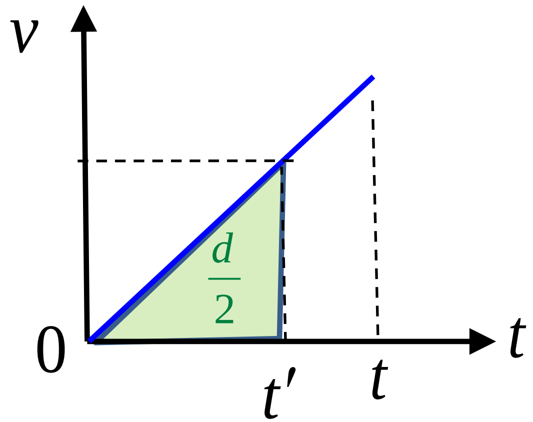
(a)

等加速度直線運動

某時距中間時間點的瞬時速度＝該時距平均速度

$$v' = \frac{d}{t}$$

[解析]

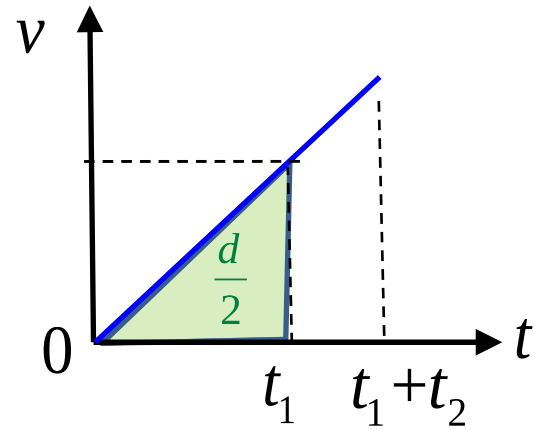


$$(b)\text{由}\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 \rightarrow t: \quad d = \frac{1}{2}at^2 \qquad 0 \rightarrow t': \quad \frac{d}{2} = \frac{1}{2}at'^2$$

$$\therefore t' = \frac{t}{\sqrt{2}}$$

2.一物由靜止出發，作等加速度直線運動，
(a)求前半程與後半程時間之比?
(b)求前半時距與後半時距所行距離之比為？



[解析]

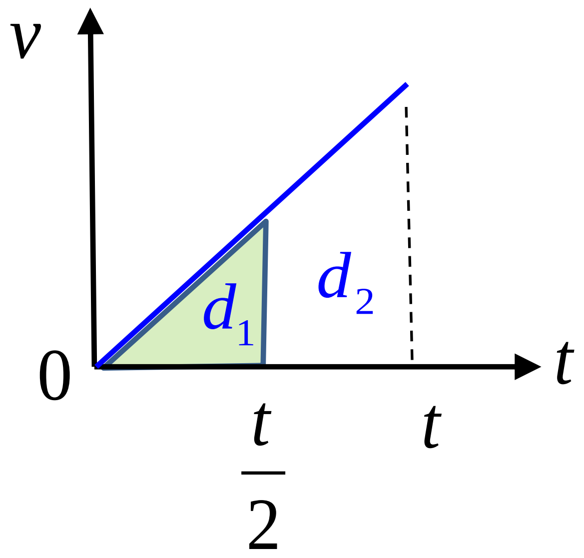
(a)令前半程歷時t_1後半程歷時t_2

由$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$0 \to t_1:\quad \frac{d}{2} = \frac{1}{2}at_1^{\ 2} \qquad 0 \to t_1+t_2:\quad d = \frac{1}{2}a\left(t_1+t_2\right)^2$

$\therefore t_1+t_2 = \sqrt{2}t_1 \to t_2 = \left(\sqrt{2}-1\right)t_1 \to t_1 : t_2 = 1:\left(\sqrt{2}-1\right)$

[解析]



(b)令前半時距位移d_1後半時距位移d_2

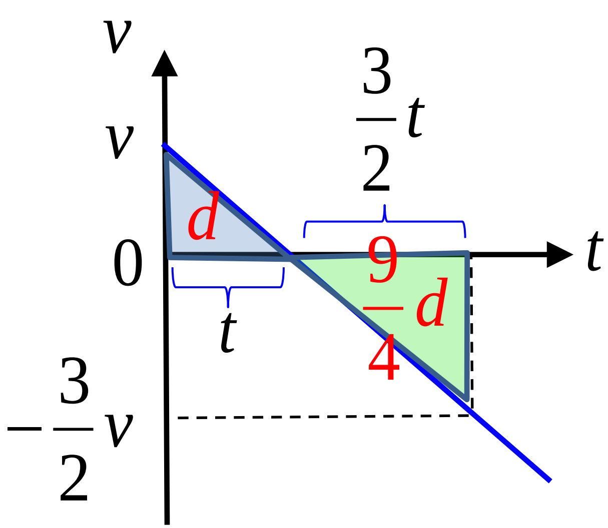
由$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$0 \to \frac{t}{2}$:　$d_1 = \frac{1}{2} a \left(\frac{t}{2}\right)^2$　　$0 \to t$:　$d_1 + d_2 = \frac{1}{2} a t^2$

$\therefore d_1 + d_2 = 4 d_1 \to d_1 : d_2 = 1:3$

1.作等加速度直線運動之物體，在 t 時距內其速度自v變至 $-\frac{3}{2}v$，則在此時距內，其平均速度值與平均速率比？

[解析]

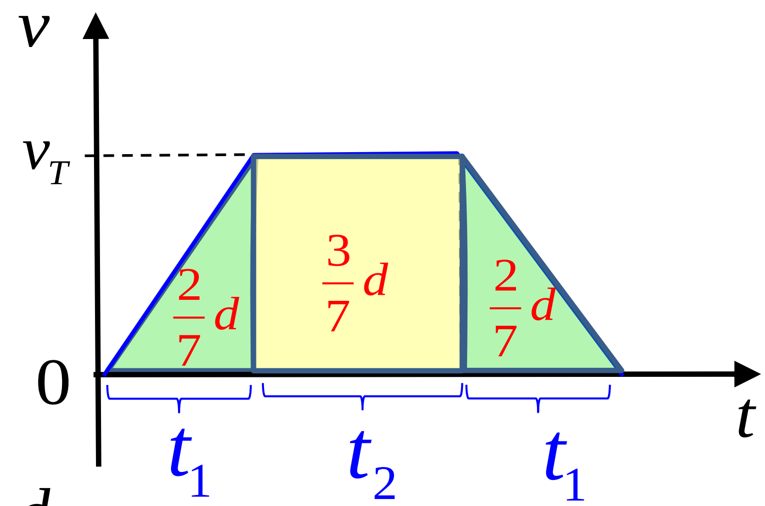


$$平均速度量值v_1=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{\frac{9}{4}d-d}{t+\frac{3}{2}t}=\frac{d}{2t}$$

$$平均速率v_2=\frac{\Delta \ell}{\Delta t}=\frac{\frac{9}{4}d+d}{t+\frac{3}{2}t}=\frac{13d}{10t}$$

$$\therefore v_1:v_2=\frac{1}{2}:\frac{13}{10}=5:13$$

2.一升降機自靜止起動，最初 $\frac{2}{7}$ 行程作等加速度增速，最後 $\frac{2}{7}$ 則為等減速度至停止，中間 $\frac{3}{7}$ 行程為等速度，試求最大速度與平均速度的量值比？



[解析]

令全程位移 d 由圖知：$t_2 = \frac{3}{4}t_1$

$$v_T \times (t_1 + t_2) = d + \frac{4}{7}d = \frac{11}{7}d \rightarrow v_T = \frac{11}{7}\frac{d}{t_1 + t_2}$$

$$\bar{v} = \frac{d}{t_1 + t_2}$$

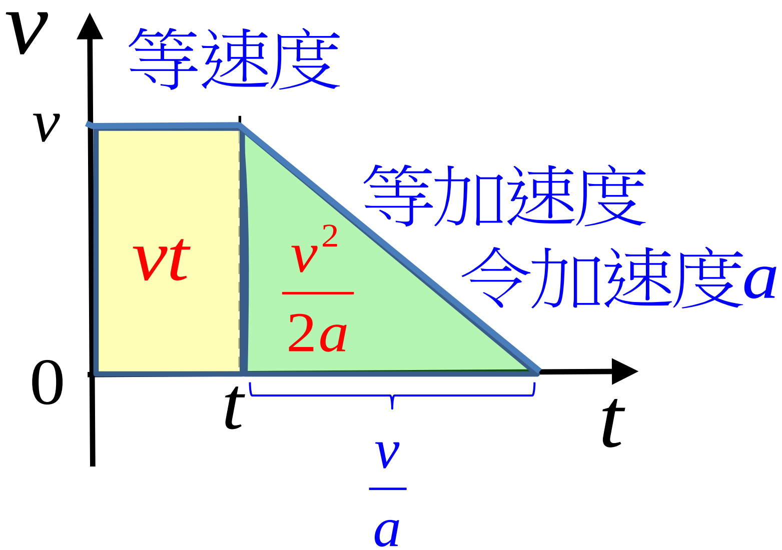
$$\therefore v_T : \bar{v} = \frac{11}{7} : 1 = 11 : 7$$

第21頁

要停止一部車，首先你需要某一段反應時間才踩剎車，然後車子以等減速度停下。設若當車速為72 km/h，車子可在180 m後停住；車速為36 km/h，則僅需50 m可停住，試求：

(a)你的反應時間？

(b)剎車時的加(減)速度大小？



[解析] $72km/h=20m/s$ $36km/h=10m/s$

令反應時間 t,此時距內為等速度v,位移$\Delta x_1=vt$

令剎車時距內位移Δx_2為等加速度

由$v^2=v_0^2+2a\Delta x$ $0=v^2-2a\Delta x_2$ $\therefore\Delta x_2=\dfrac{v^2}{2a}$

所以煞車距離$=\Delta x_1+\Delta x_2=vt+\dfrac{v^2}{2a}$

$$\begin{cases}20t+\dfrac{20^2}{2a}=180\\10t+\dfrac{10^2}{2a}=50\end{cases}\qquad\therefore t=1[s]\quad a=\frac{5}{4}\left[m/s^2\right]$$

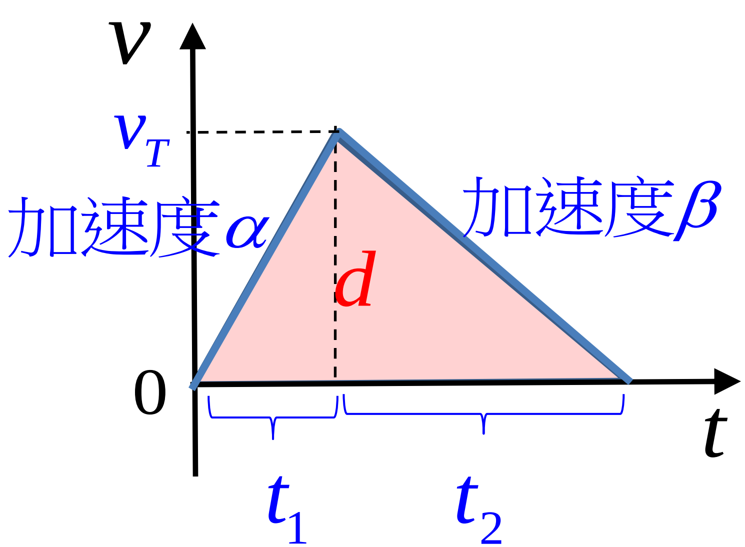
練功題1

10. 火車自靜止開始以等加速度α啟動，由甲站出發後再以等減速度β運動而停於乙站，設甲、乙兩站間的距離為d，則：

(a)由甲站至乙站共歷時若干？

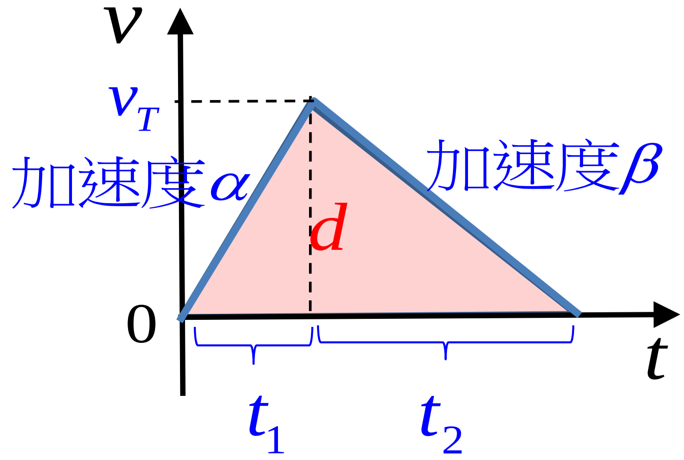
(b)全程平均速率為若干？

(c)火車所能達到的最大速率為何？



練功題1

[解析]



由$v=v_0+at$ $:\beta t_2=\alpha t_1=v_T \rightarrow t_2=\dfrac{\alpha}{\beta}t_1$

$$d=\frac{1}{2}\left(t_1+t_2\right)v_T=\frac{1}{2}\left(t_1+\frac{\alpha}{\beta}t_1\right)\alpha t_1 \rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2\beta d}{\alpha\left(\alpha+\beta\right)}}$$

$\therefore$ 全程歷時$t_1+t_2=t_1+\dfrac{\alpha}{\beta}t_1=\sqrt{\dfrac{2\left(\alpha+\beta\right)d}{\alpha\beta}}$

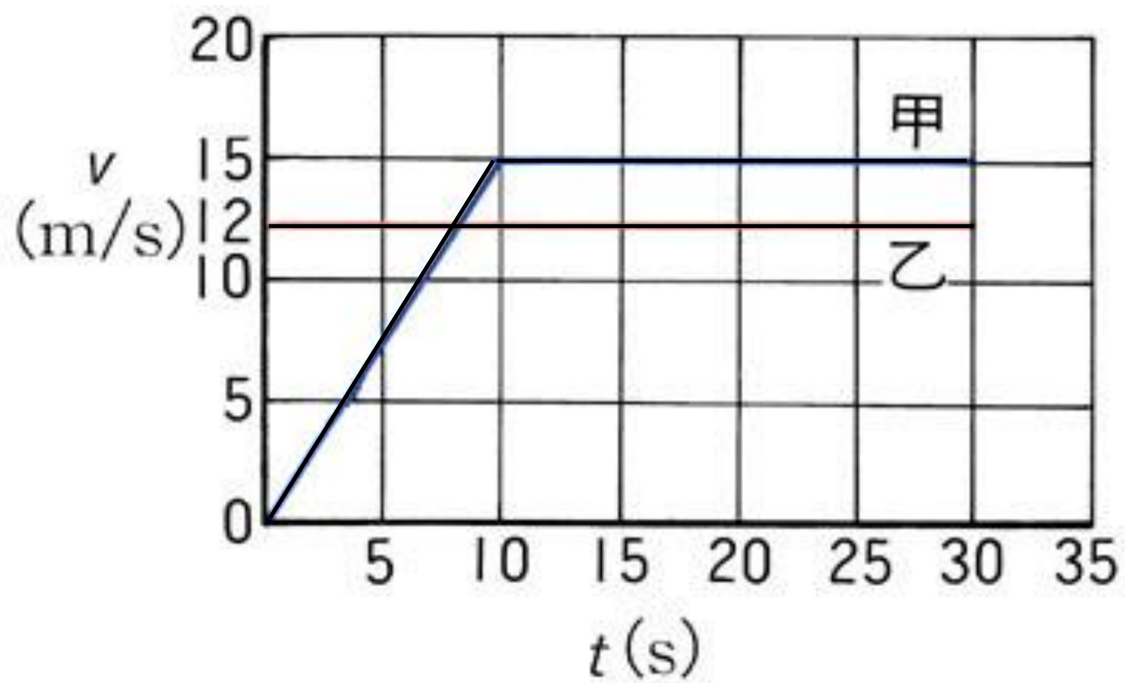
平均速率$=\dfrac{d}{t_1+t_2}=\sqrt{\dfrac{\alpha\beta d}{2\left(\alpha+\beta\right)}}$

最大速率$v_T=\alpha t_1=\sqrt{\dfrac{2\alpha\beta d}{\alpha+\beta}}$

1.在一直行的路上，甲車停在路口等綠燈亮起。當綠燈亮起時，甲車由靜止加速向前，這時有一乙車以等速度通過路口，並超越甲車。若以甲車在路口的出發處為$x=0$，兩車的$v-t$圖如圖所示，則：

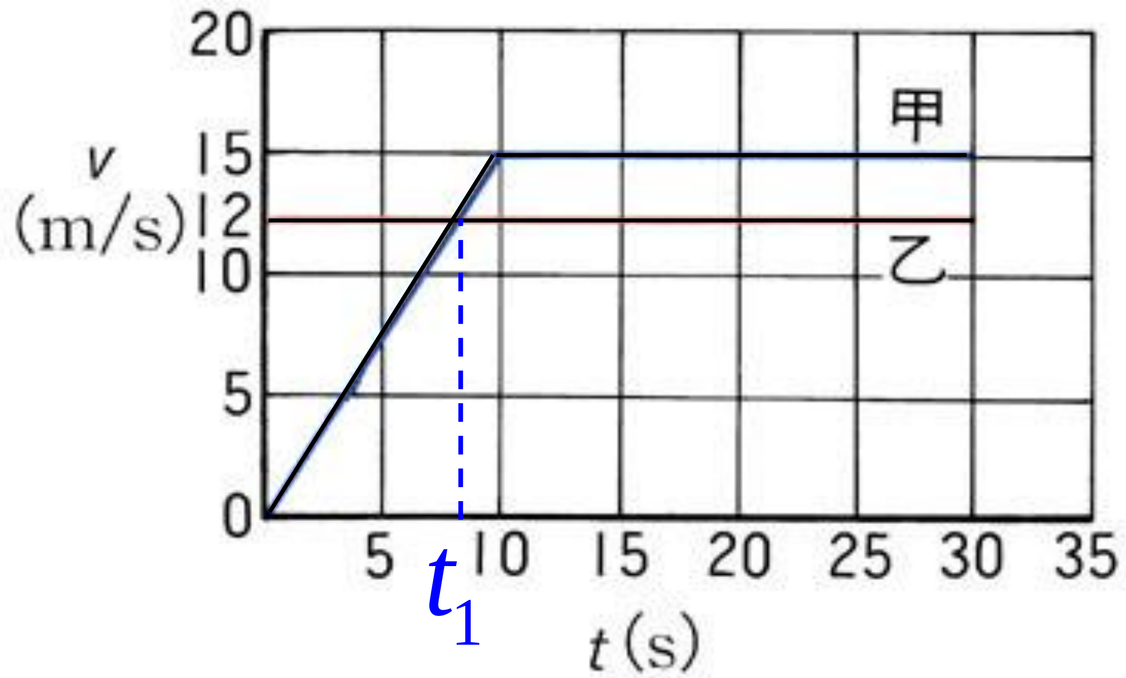
(a)在何時甲車的速度與乙車相同？

(b)在何時甲車可以追及乙車？此時甲車離路口多遠？



第22頁

[解析]

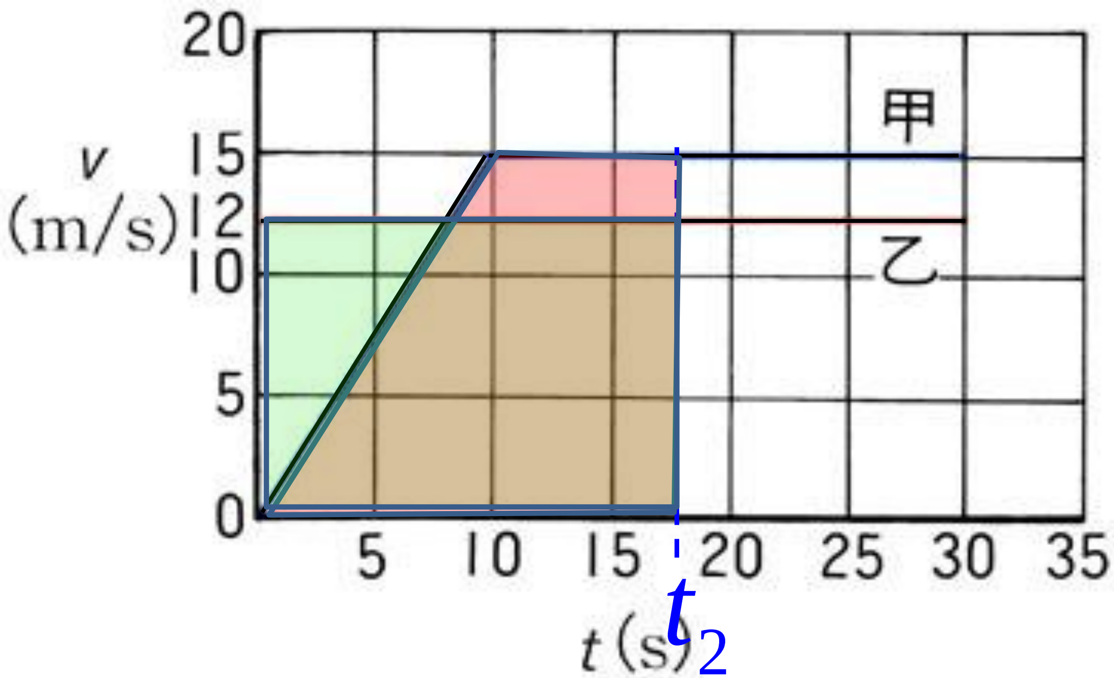


(1) 令t_1秒時等速

看甲0~10秒 $\dfrac{15-0}{10-0}=\dfrac{12-0}{t_1-0}\rightarrow t_1=8[s]$

第22頁

[解析]



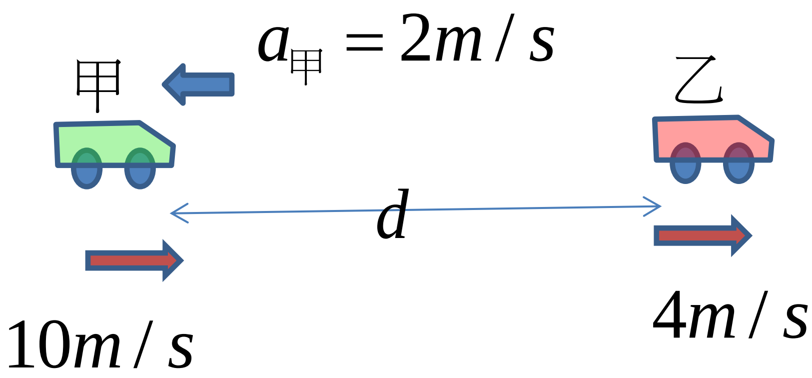
(2) 令t_2秒時追上　此時$\Delta x_{甲} = \Delta x_{乙}$

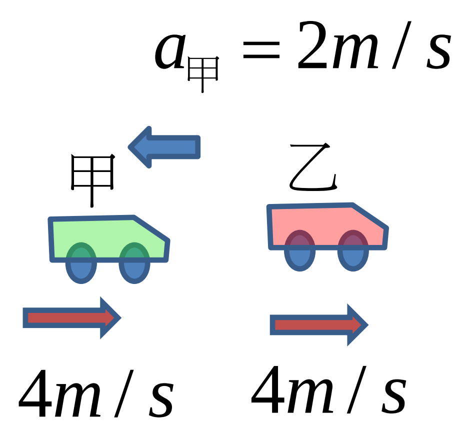
$$\frac{1}{2}\times\left[(t_2-10)+t_2\right]\times 15 = 12t_2 \rightarrow t_2 = 25[s]$$

$$\Delta x_{甲} = \Delta x_{乙} = 12t_2 = 12\times 25 = 300[m]$$

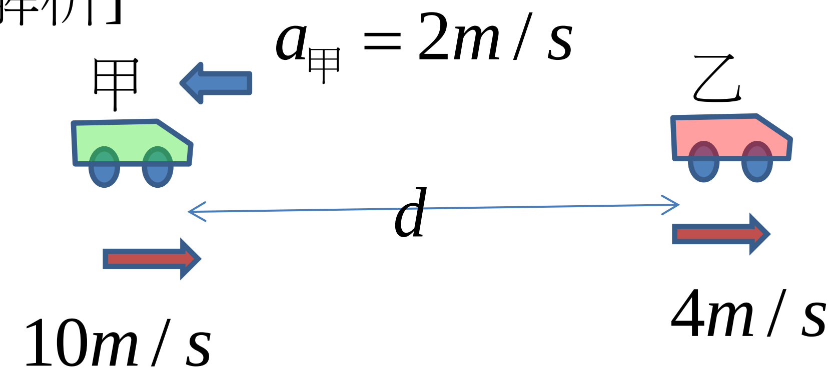
第22頁

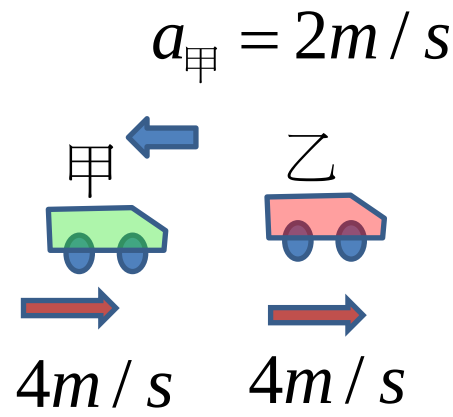
2. 甲車以 10 m/s，乙車以 4 m/s之速率在同一車道中同向行駛。若甲車之駕駛員在乙車後方距離 d 處發現乙車，立即採煞車而使車獲得 -2 m/s^2 之定值加速度，為使兩車不致相撞，則 d 之值至少大於何值？





[解析]





當甲速度減至$4m/s$與乙等速時,若未撞上就不會相撞了

令甲速度減至$4m/s$與乙等速須歷時t

甲:由$v=v_0+at \quad 4=10-2t \rightarrow t=3[s]$

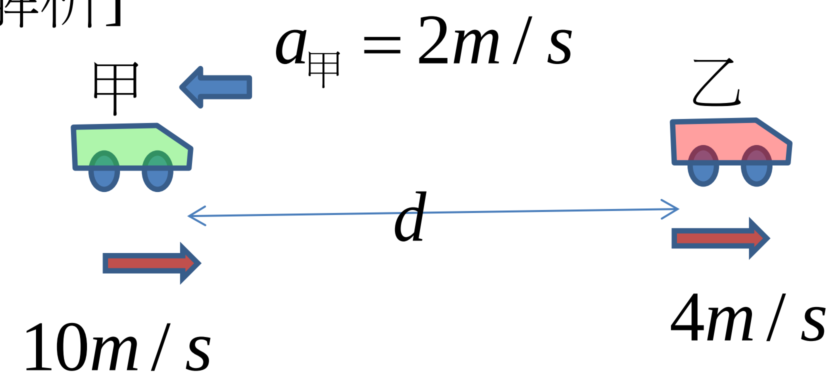
此時距內甲位移$\Delta x_{甲}=v_0t+\frac{1}{2}at^2=10\times 3-\frac{1}{2}\times 2\times 3^2=21$

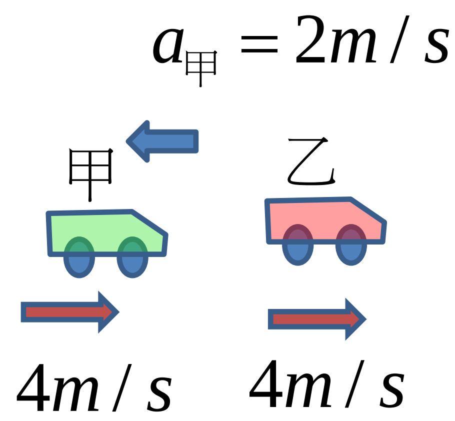
乙位移$\Delta x_{乙}=v_0t=4\times 3=12$

不相撞條件 $\Delta x_{甲}-\Delta x_{乙}\le d \rightarrow 21-12\le d \therefore d\ge 9[m]$

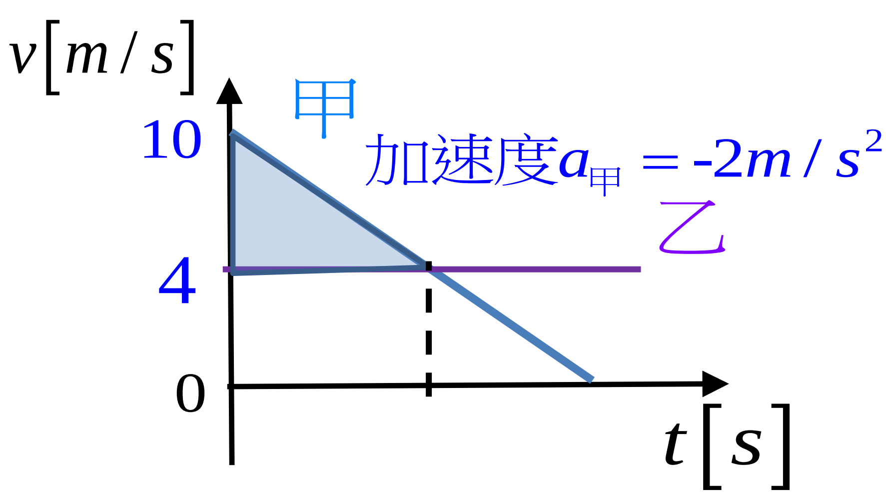
第22頁

[解析]



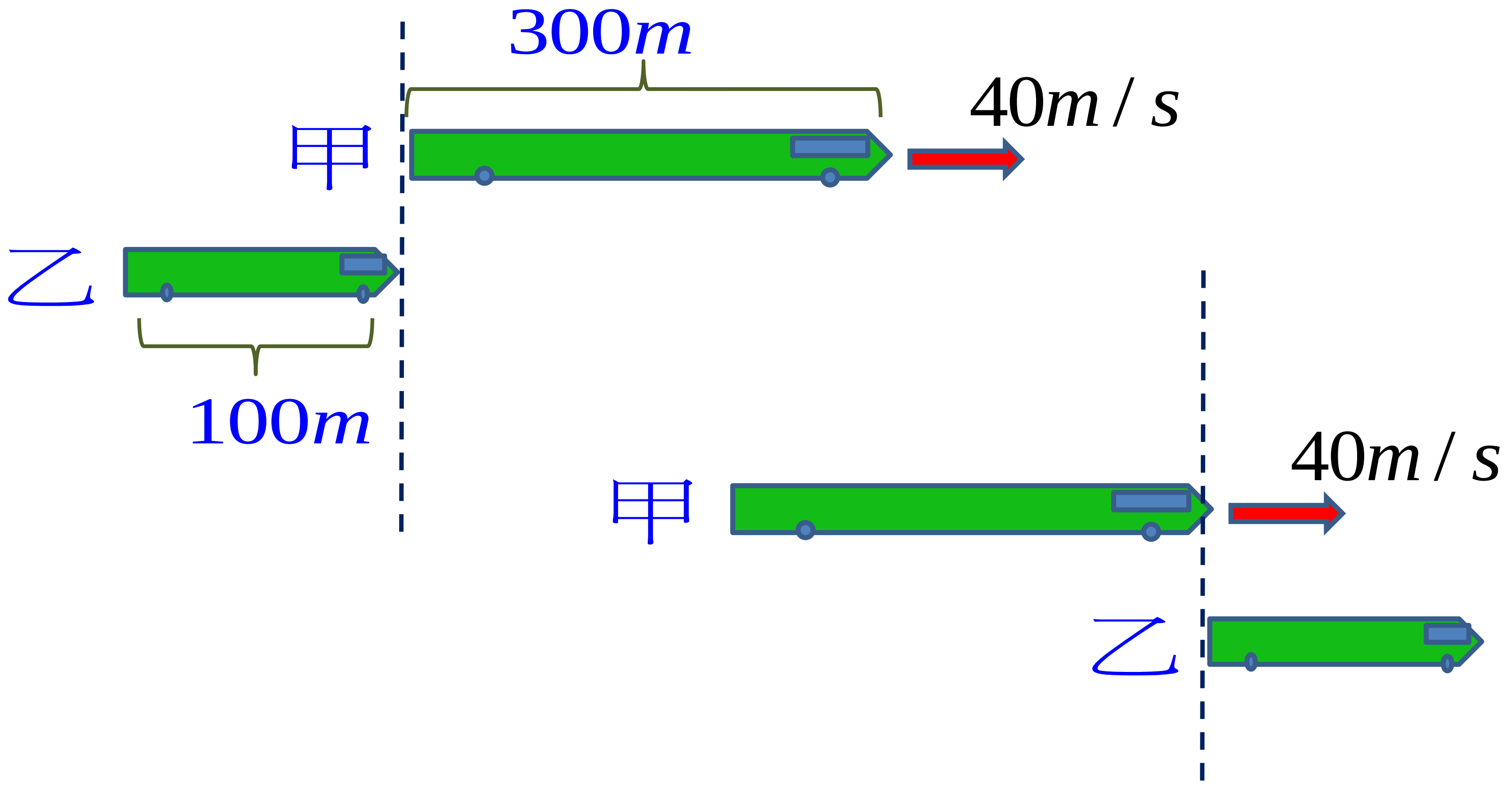


當甲速度減至$4m/s$與乙等速時,若未撞上就不會相撞了



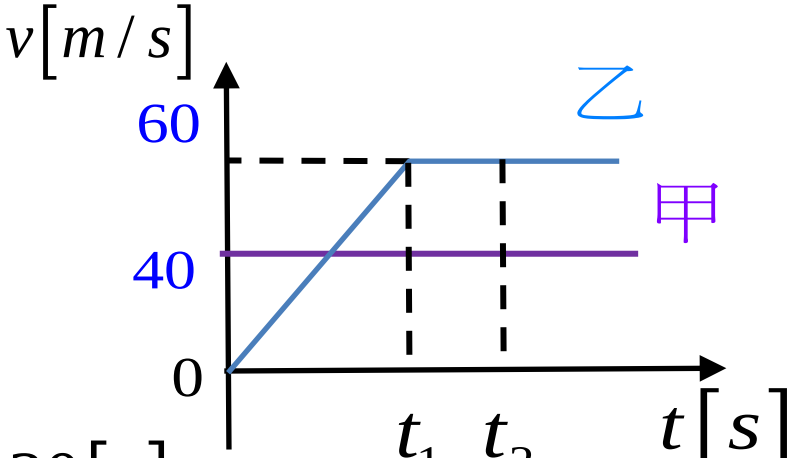
練功題1

*11.*二條平直且互相平行的鐵路上，各有一列火車：甲火車長300 m，以等速40 m/s前進；乙火車長100 m，當甲火車尾端通過乙火車頭時乙火車由靜止開始起動，且以2 m/s^{2}之加速度增至最大速度60 m/s後維持等速前進。總共經過若干秒後乙火車尾端超過甲火車頭?



練功題1

[解析]



令乙加速至$60m/s$歷時t_1

由$v=v_0+at$　$60=2t\rightarrow t_1=30[s]$

令乙車尾超過甲車頭歷時t_2

此時距內甲位移$\Delta x_{甲}=40t_2[m]$

乙位移$\Delta x_{乙}=\frac{1}{2}\times 30\times 60+60\times(t_2-30)=60t_2-900[m]$

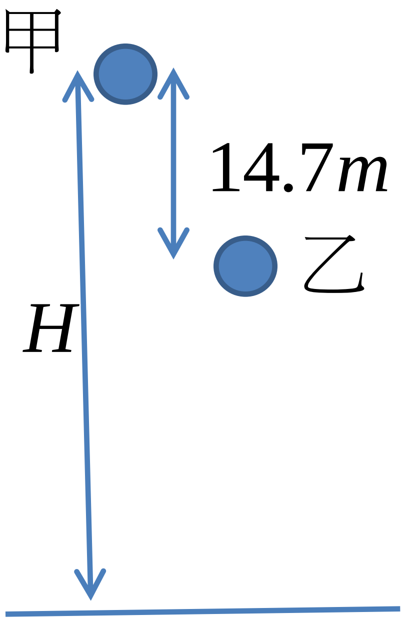
$\Delta x_{乙}-\Delta x_{甲}=300+100=400\rightarrow 60t_2-900-40t_2=400$

$\therefore t_2=\frac{1300}{20}=65[s]$

第25頁

1. 高度差為*14.7 m*的甲球與乙球，同時自由落下，若甲球比乙球遲1秒鐘落地，則甲球原來的高度為若干($g = 9.8\ m/s^2$)？

[解析]　　　令甲球高度H　著地歷時t



由$\Delta x = \dfrac{1}{2}gt^2$

$$\begin{cases} 甲：\quad H = \dfrac{1}{2}\times 9.8\times t^2 \cdots\cdots ① \\ 乙：\quad (H-14.7) = \dfrac{1}{2}\times 9.8\times (t-1)^2 \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①−②　$14.7 = \dfrac{1}{2}\times 9.8\times\left[t^2-(t-1)^2\right]\quad \therefore t = 2[s]$

帶入①　$H = \dfrac{1}{2}\times 9.8\times 2^2 = 19.6[m]$

2. 自由落體，於全程之前 $\frac{1}{5}$ 位移所經歷時距，與後 $\frac{4}{5}$ 行程所經歷時距比若干?

[解析]

令全程高度H　全程位移前$\frac{1}{5}$歷時t_1　全程位移後$\frac{4}{5}$歷時t_2

$$\text{由}\Delta x=\frac{1}{2}gt^2\begin{cases}\text{全程前}\frac{1}{5}\text{位移：}\quad \frac{H}{5}=\frac{1}{2}gt_1^{\,2}\cdots\cdots①\\ \text{全程後}\frac{4}{5}\text{位移：}\quad \frac{4}{5}H=\frac{1}{2}g\left(t_1+t_2\right)^2-\frac{1}{2}gt_1^{\,2}\cdots\cdots②\end{cases}$$

①帶入②　$4\times\frac{1}{2}gt_1^{\,2}=\frac{1}{2}g\left(t_1+t_2\right)^2-\frac{1}{2}gt_1^{\,2}$

$$5t_1^{\,2}=\left(t_1+t_2\right)^2\rightarrow\left(\sqrt{5}-1\right)t_1=t_2\quad\therefore t_1:t_2=1:\left(\sqrt{5}-1\right)$$

練習題

某物在地表附近某高度字靜止開始做自由落體，觸地前1秒內之行程為全程的 $\frac{9}{25}$ ，求(g = 10 m/s^2) (a)全程所歷時間 (b)物體原高度。

[解析]　令物高度H　著地歷時t

$$\text{由}\Delta x=\frac{1}{2}gt^2\begin{cases}\text{全程：}\quad H=\frac{1}{2}\times10\times t^2\cdots\cdots①\\ \text{著地前一秒：}\ \frac{9}{25}H=\frac{1}{2}\times10\times t^2-\frac{1}{2}\times10\times(t-1)^2\cdots\cdots②\end{cases}$$

①帶入② $\quad \frac{9}{25}\times\frac{1}{2}\times10\times t^2=\frac{1}{2}\times10\times t^2-\frac{1}{2}\times10\times(t-1)^2$

$$\frac{16}{25}t^2=(t-1)^2\ \therefore t=5[s]$$

帶入① $\quad H=\frac{1}{2}\times10\times5^2=125[m]$

如圖所示，不計空氣阻力，小胖將一個小鋼珠自頂樓以初速20公尺/秒向上鉛直拋出，則小鋼珠(g＝10 公尺/秒^2) ：

(1)由拋出至最高點所需的時間為_____秒。

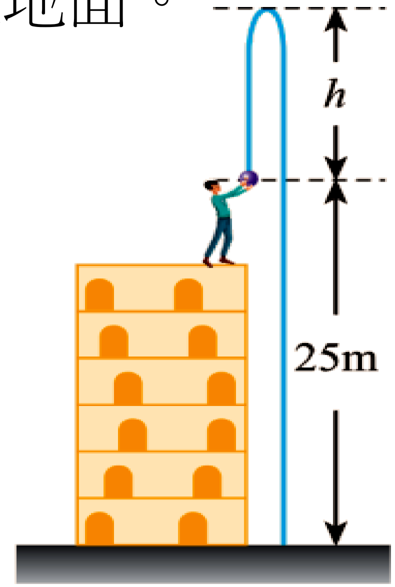
(2)可上升的最大高度距原拋射點______公尺。

(3)由最高點回到原拋射點所需的時間為____秒。

(4)回到原拋射點時的總飛行時間為___秒。

(5)承(4)，速率為______公尺/秒(以上4題請同學驗證是否符合對稱性)。

(6)若拋射點距地面25公尺，則拋射後____秒到達地面。



第26頁

[解析]

令向上為正，已知初速度20m/s,加速度-10m/s^2

(1)自抛出到最高點:$\left[v = v_0 + at\right]$

$$0 = 20 - 10t_1 \therefore t_1 = 2\left[s\right]$$

(2)自抛出到最高點:$\left[v^2 = {v_0}^2 + 2a\Delta x\right]$

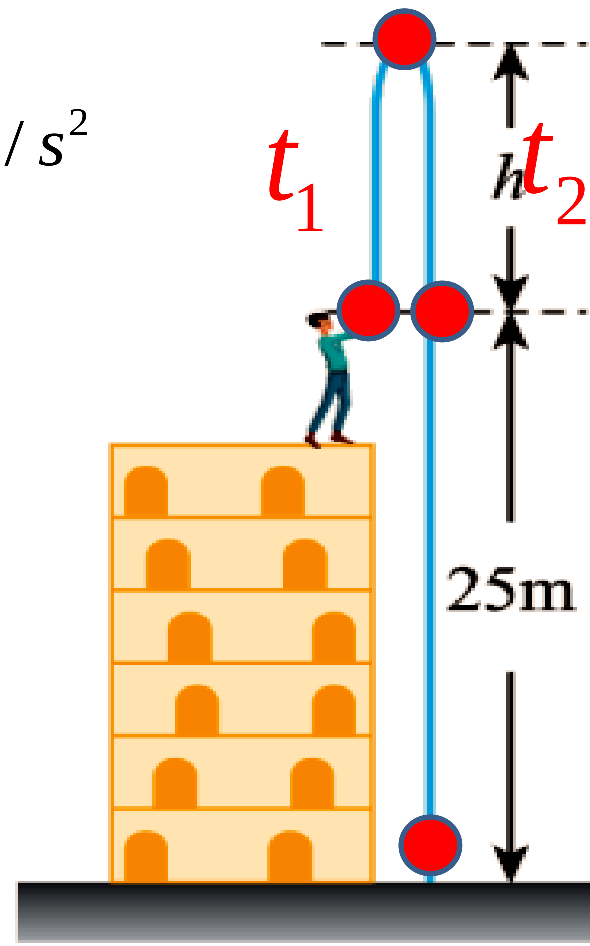
$$0 = 20^2 - 2\times 10\times h \therefore h = 20\left[m\right]$$

(3)自最高點到抛出點:$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right]$

$$-20 = -\frac{1}{2}\times 10\times {t_2}^2 \therefore\ t_2 = 2\left[s\right]$$

[另解]由對稱性

最高點到抛射點歷時=抛出到最高點歷時



[解析]

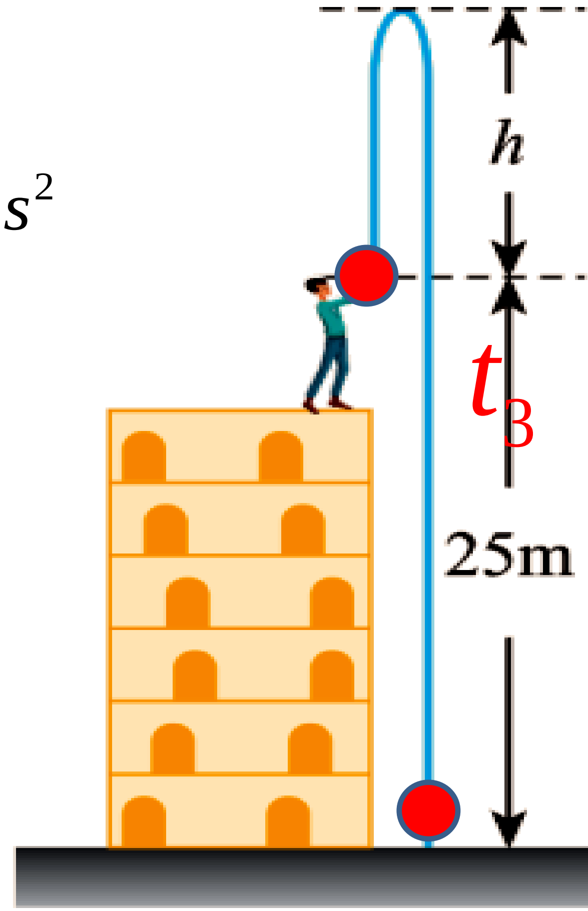
令向上為正，已知初速度$20m/s$,加速度$-10m/s^2$

$(4)\ t_1+t_2=2+2=4$

(5)自拋出到落地點:$\left[v^2=v_0{}^2+2a\Delta x\right]$

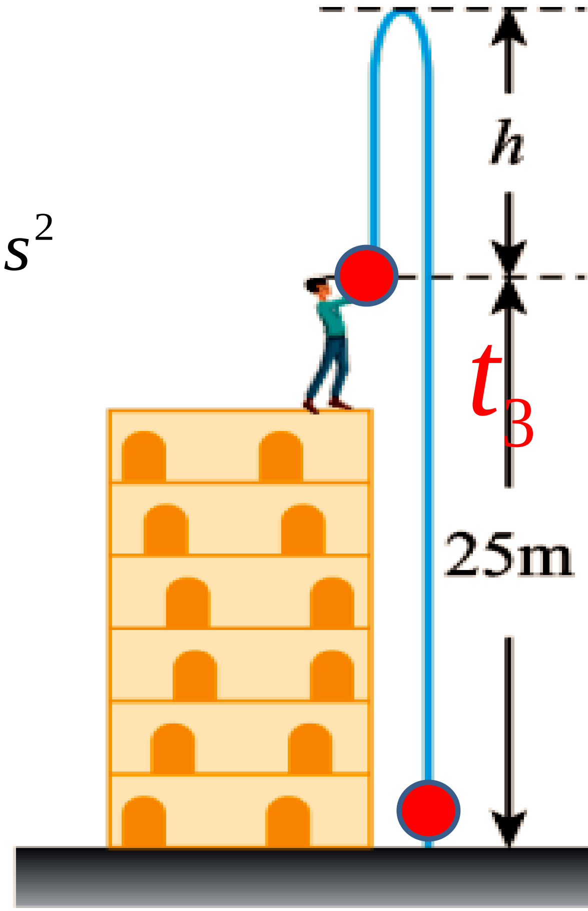
$v^2=20^2+2\times(-10)\times(-25)=900$

$\therefore\ v=30\left[m/s\right]$



[解析]

令向上為正，已知初速度$20m/s$，加速度$-10m/s^2$



(6)自拋出到落地點：$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2\right]$

$$-25 = 20t_3 - \frac{1}{2} \times 10 \times t_3^{\,2}$$

$$\rightarrow t_3^{\,2} - 4t_3 - 5 = 0 \rightarrow (t_3 - 5)(t_3 + 1) = 0$$

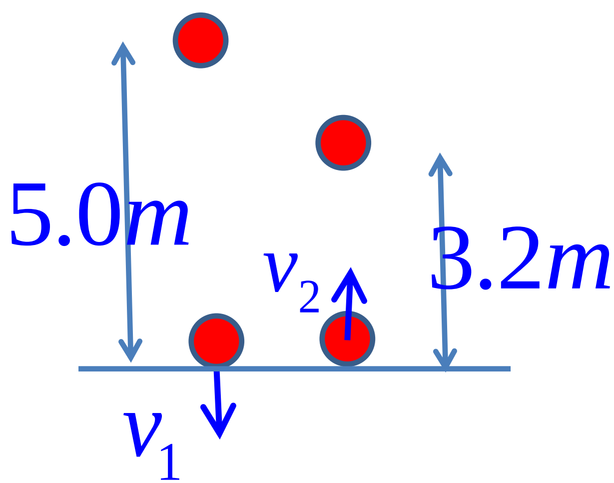
$$\therefore\ t_3 = 5[s]$$

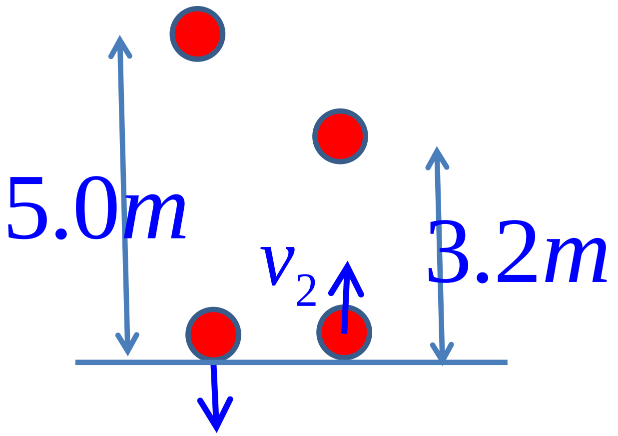
*1.*不計阻力，一球自高 5.0 m 處靜止落下，落至地面後反彈最大高度為 3.2 m，自由落體加速度為10 m/s^2，求

(*a*)球著地時之速度

(b)球反彈之初速度

(c)若球與地面接觸時間為1.0×10^{-2} s，則球與地面接觸期間之平均加速度為何？





[解析]

令向上為正

(a) 下降至著地: $\left[v^2 = v_0{}^2 + 2a\Delta x\right]$

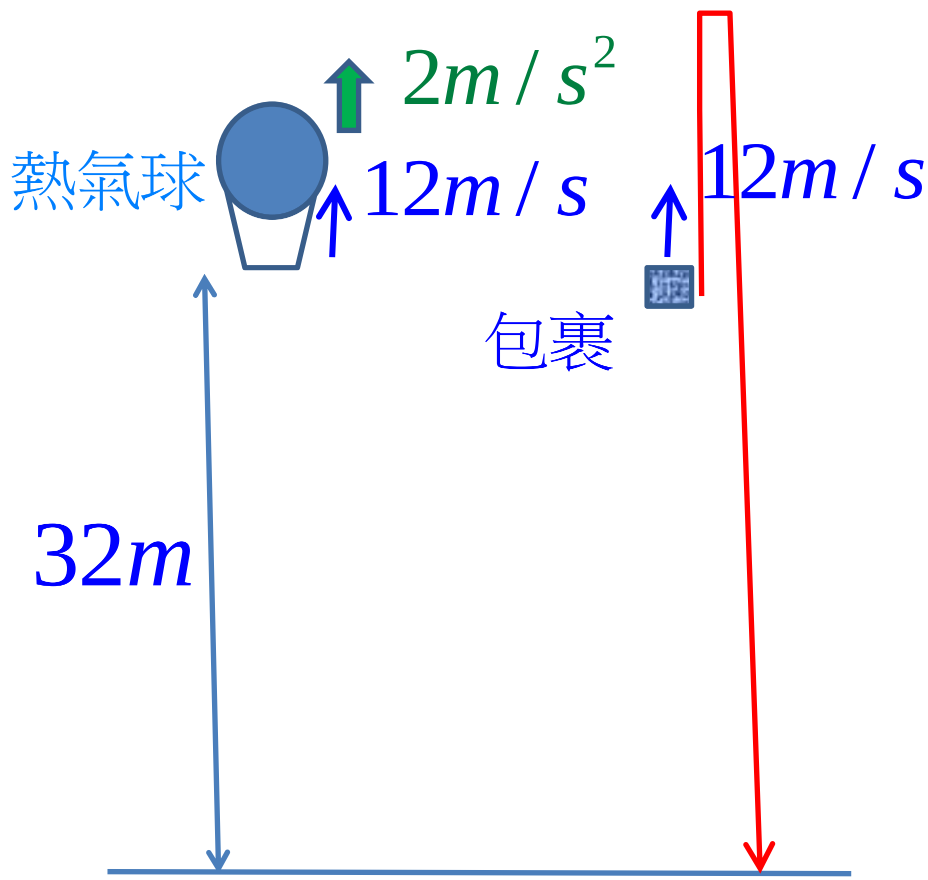
$$v_1{}^2 = 2\times(-10)\times(-5) = 100 \quad \therefore\ v_1 = -10\left[m/s\right]$$

(b) 反彈至最高: $\left[v^2 = v_0{}^2 + 2a\Delta x\right]$

$$0^2 = v_2^2 + 2\times(-10)\times(3.2) \quad \therefore\ v_2 = +8\left[m/s\right]$$

(c) 接觸地面期間 $\bar{a} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \dfrac{8-(-10)}{10^{-2}} = 1800\left[m/s^2\right]$

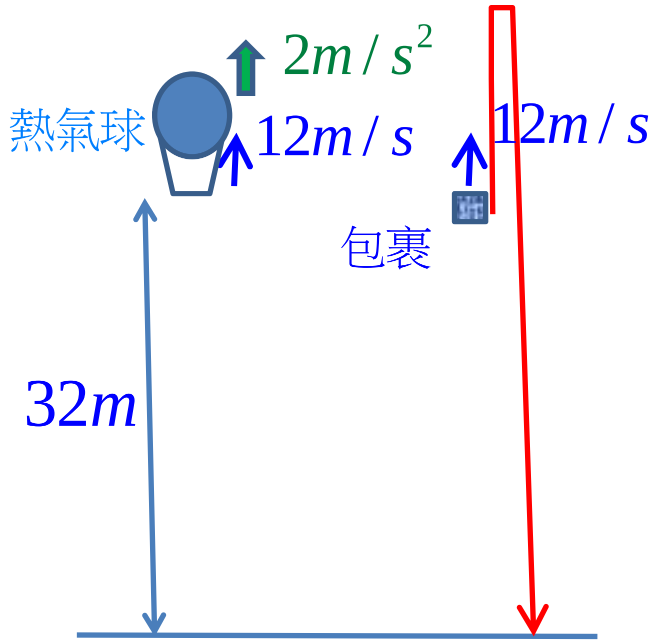
2.帶有包裹氣球以12 m/s的等速率上升，當包裹開始墜落時，氣球之高度為32 m，若包裹離開氣球後氣球便以2 m/s²之加速度上升，則（g = 10 m/s²）(1)包裹自墜落到著地歷時若干秒？(2)當包裹著地時氣球之高度為何？



[解析]

令向上為正

(1)包裹:自脫離到落地點:$\left[\Delta x = v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2\right]$



$$-32 = 12t - \frac{1}{2}\times 10\times t^2$$

$$\rightarrow 5t^2 - 12t - 32 = 0 \rightarrow (5t+8)(t-4) = 0$$

$$\therefore\ t = 4[s]$$

(2)熱氣球:

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right]\Delta x = 12\times 4 + \frac{1}{2}\times 2\times 4^2 = 64$$

$$64 + 32 = 96[m]$$

1.如右圖所示，小明將某物自***A***點以初速 v_0 鉛直上拋，***C*** 點為最高點，物體兩次經過拋出點上方 ***B*** 點的時間分別為 **1** 秒及 **5** 秒，則(重力加速度g＝10公尺/秒^2)：

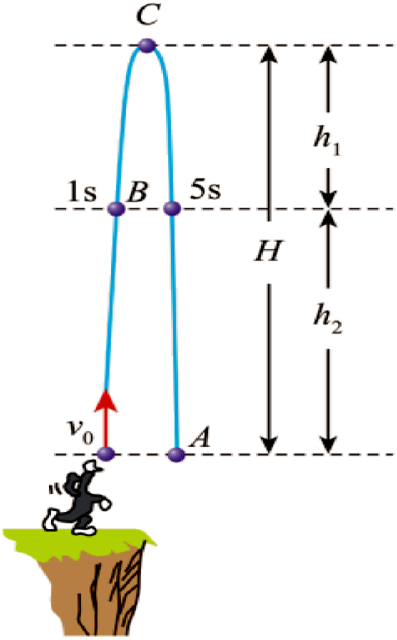
※注意：右圖只是示意圖，物體其實是作直線運動。

(1)物體由 ***B*** 點上升至***C***點費時__秒；自***C***點下降至***B***點費時__秒；自***B***點下降至***A***點費時__秒。

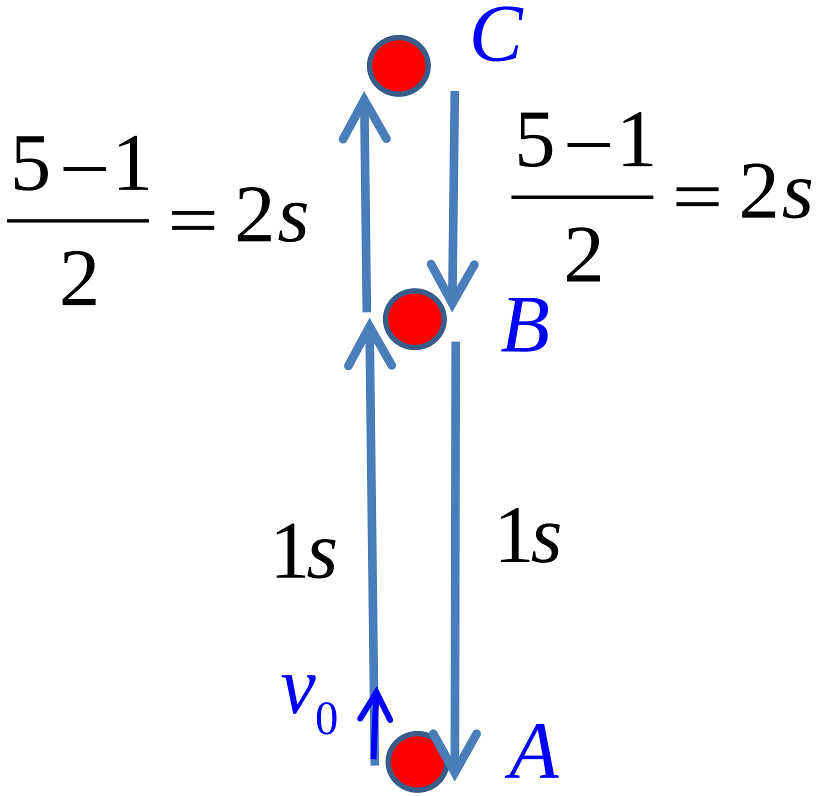
(2)自***C***點下降至***A***點費時__秒；自拋出至落回拋出點共費時__秒。

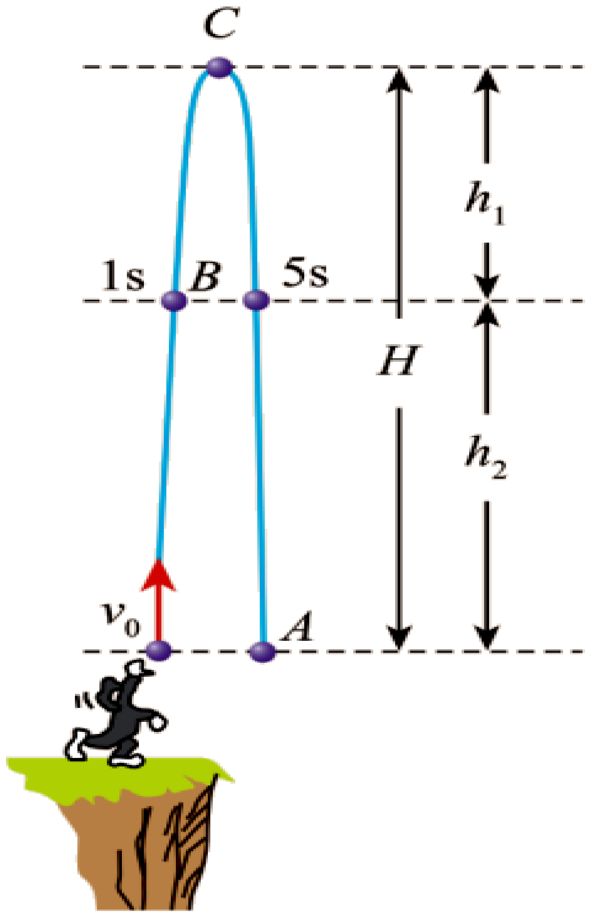
(3)右圖中的***H***為___公尺；h_1為___公尺；h_2為___公尺。

(4)此物體之初速度v_0為___公尺/秒。



[解析]

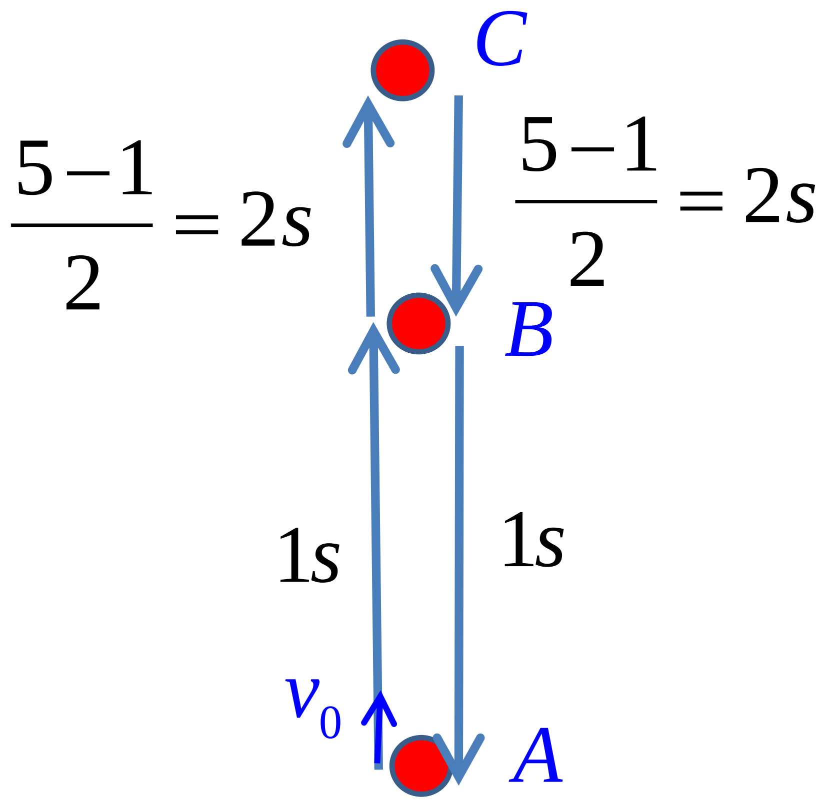


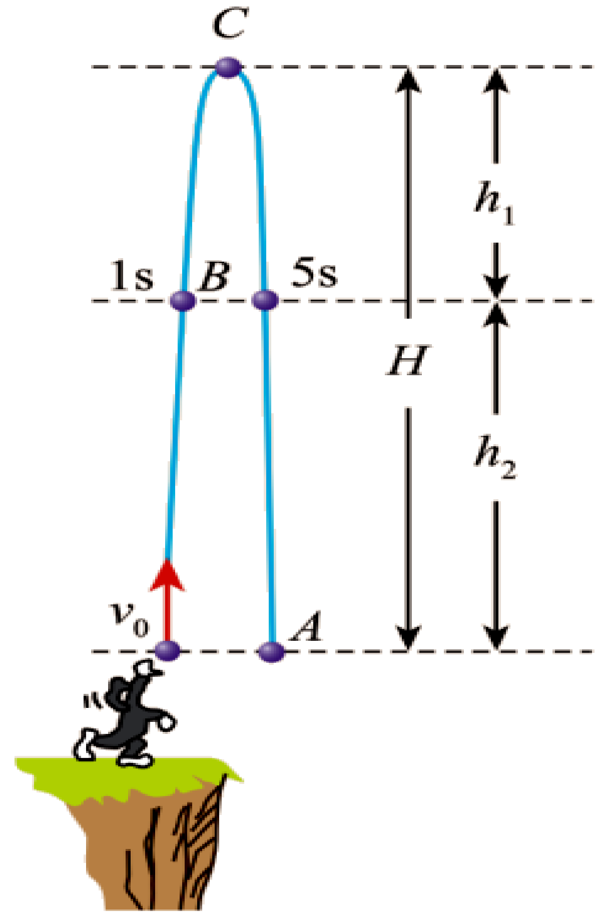


$$(1)\ B\to C:\frac{5-1}{2}=2[s]$$

由對稱性：$B\to C$歷時$=C\to B$歷時

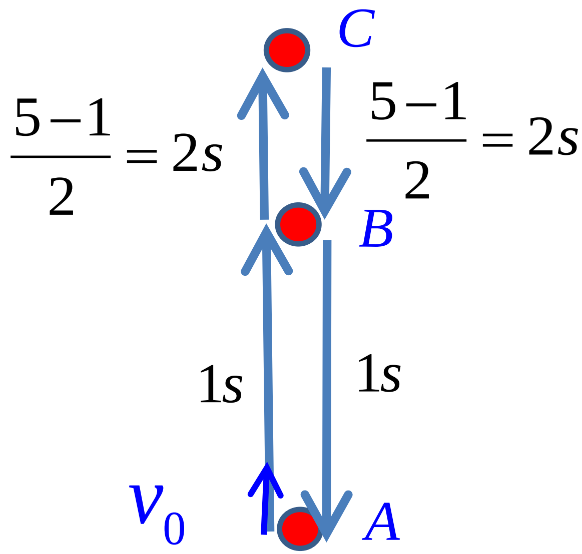
$B\to A$歷時$=A\to B$歷時$=1[s]$

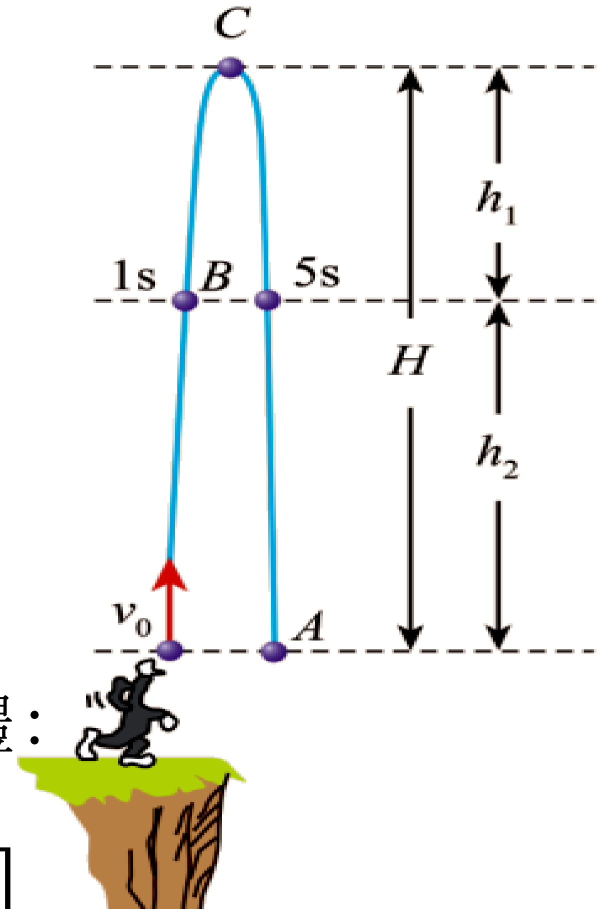




$(2) C \to A$歷時$:1+2=3[s]$

全程歷時$:3\times 2=6[s]$





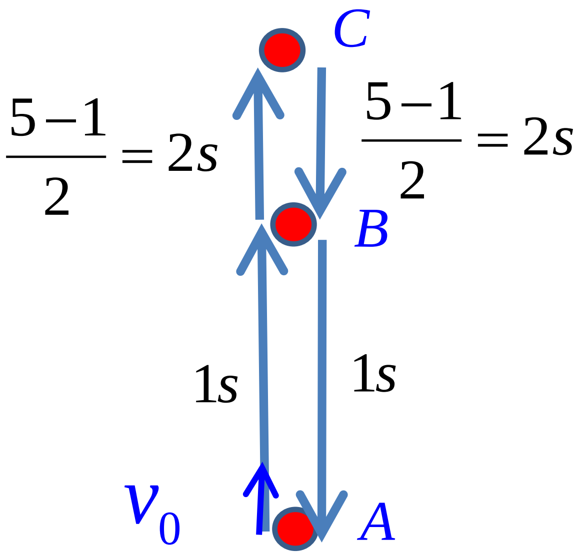
(3)自C下落可視為初速度為零的自由落體：

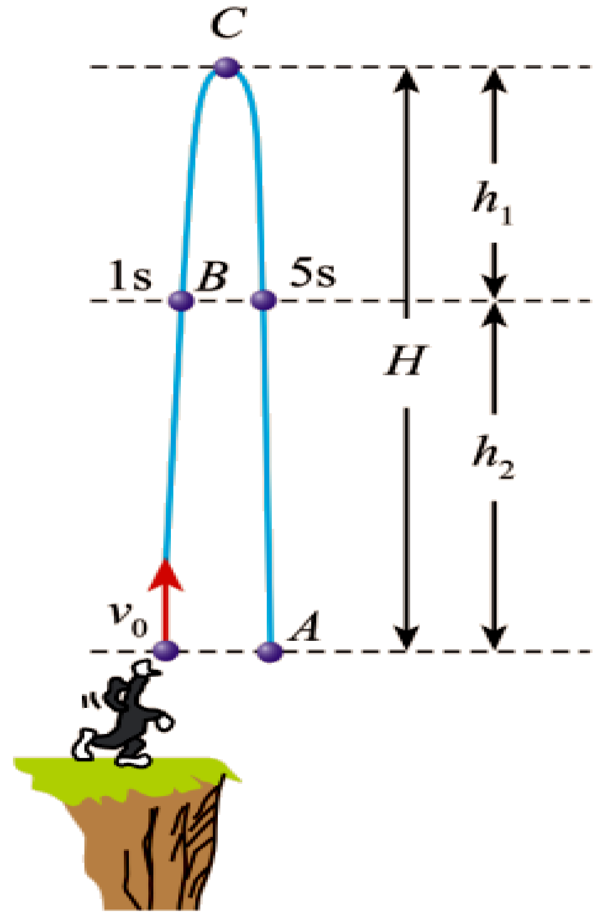
$$C\to A:\left[\Delta x=\frac{1}{2}at^2\right]H=\frac{1}{2}\times 10\times 3^2=45[m]$$

$$C\to B:\left[\Delta x=\frac{1}{2}at^2\right]h_1=\frac{1}{2}\times 10\times 2^2=20[m]$$

$$h_2=H-h_1=45-20=25[m]$$

第28頁





$$(4)\,A \to C:$$

$[v=v_0+at]$令向上為正

$$0=v_0-10\times 3 \therefore v_0=30\,[m/s]$$

2. 某人在室內經一長*2.45 m*的窗，見一石子上升又落下，若見石子的總時間為*1.0 s*，則石子在窗以上之高度為若干公尺？ (*g = 9.8 m/s²*)

[解析]

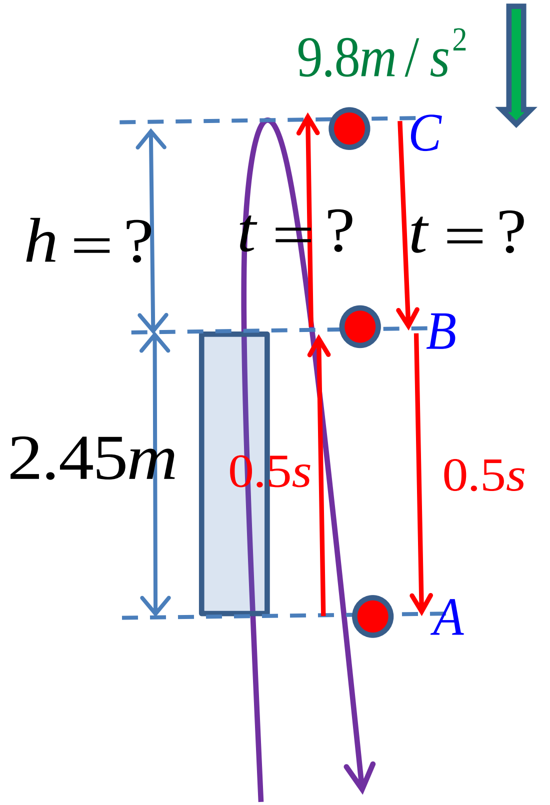
$$C \to B:\left[\Delta x = \frac{1}{2}at^2\right] h = \frac{1}{2}\times 9.8\times t^2 \cdots\cdots ①$$

$$C \to A:\left[\Delta x = \frac{1}{2}at^2\right] h + 2.45 = \frac{1}{2}\times 9.8\times (t+0.5)^2 \cdots\cdots ②$$

①帶入② $$\frac{1}{2}\times 9.8\times t^2 + 2.45 = \frac{1}{2}\times 9.8\times (t+0.5)^2$$

$$\to 2t^2 + 1 = 2(t+0.5)^2 \to 2t = 0.5 \therefore t = 0.25[s]$$

帶入① $$h = \frac{1}{2}\times 9.8\times 0.25^2 = \frac{9.8}{32} \approx 0.31[m]$$



1. 自崖頂同時以相同之初速鉛直上、下拋出***A***、***B***兩石，經t_1及t_2時間分別著地，求(*a*)初速度大小 (*b*)崖高 (*c*)著地末速大小？

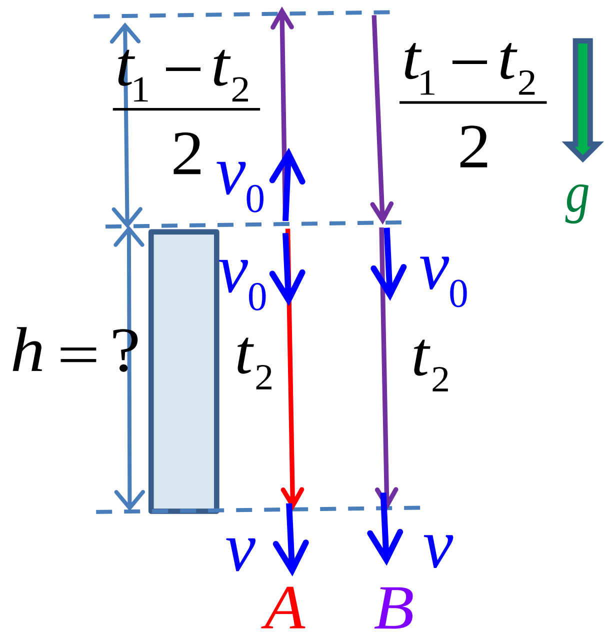
[解析]

A:最高點到拋出點$[v = v_0 + at]\ v_0 = g\dfrac{t_1 - t_2}{2}$

B:拋出點到落地點

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right] h = g\frac{t_1 - t_2}{2} \times t_2 + \frac{1}{2} \times g \times {t_2}^2 = \frac{1}{2}g{t_1}^2$$

$$[v = v_0 + at]\ v = g\frac{t_1 - t_2}{2} + gt_2 = g\frac{t_1 + t_2}{2}$$



2.物體以初速 *v* 被鉛直上拋，假設重力加速度為*g*，則自拋出上升到其最大高度的一半處，所需時間為？

[解析]

令最大高度H　向上為正

拋出點到最高點$\left[v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x\right] 0 = v^2 - 2gH \rightarrow H = \dfrac{v^2}{2g}$

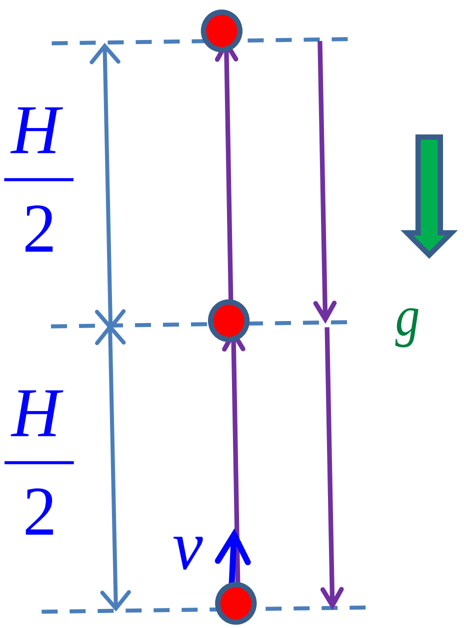
拋出點到最大高度一半

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right] \frac{H}{2} = vt - \frac{1}{2}\times g \times t^2 \rightarrow \frac{v^2}{4g} = vt - \frac{1}{2}\times g \times t^2$$

$$2g^2t^2 - 4gvt + v^2 = 0 \rightarrow t = \frac{2v \pm \sqrt{2}v}{2g} = \frac{v}{g}\left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$\therefore t = \dfrac{v}{g}\left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$為上升時

$t = \dfrac{v}{g}\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$為下降時



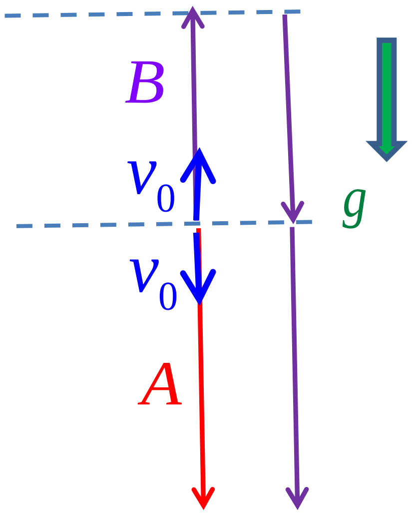
1. **將兩質點A、B 同時自崖頂以相同的初速10m/s拋出，A被垂直上拋，B被垂直下拋，則在3秒後（3秒小於B著地所需時間），A、B兩質點間的距離若干？（g＝10.m/s²）**

[解析]

令向上為正

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right] \Delta x_A = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Delta x_B = -v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$



$$\therefore AB\text{距離} = \left|\Delta x_A - \Delta x_B\right| = 2vt = 2\times10\times3 = 60[m]$$

2. 從地面上相隔 ***t*** 時間先後將***A***、***B***兩球以 v_o 之初速度鉛直上拋，則兩球在空中相遇時 **(A)** ***A***球下降中 **(B)** ***B***球上升中 **(C)** 兩球速率均為 $\frac{1}{2}gt$ **(D)**相遇點之高度為 $\frac{v_o^2}{2g}-\frac{1}{8}gt^2$ **(E)** ***B***球拋出 $\frac{v_o}{g}-\frac{t}{2}$ 之時間後相遇。

[解析]

令向上為正　自A拋出後歷時t'相遇

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right]\ \Delta x_A = v_0 t' - \frac{1}{2}gt'^2$$

$$\Delta x_B = v_0 \times (t'-t) - \frac{1}{2}\times g \times (t'-1)^2$$

相遇時$\Delta x_A = \Delta x_B \rightarrow v_0 t' - \frac{1}{2}gt'^2 = v_0 \times (t'-t) - \frac{1}{2}\times g \times (t'-t)^2$

$$\rightarrow v_0 t - \frac{1}{2}g2tt' + \frac{1}{2}gt^2 = 0 \quad \therefore t = \frac{t}{2} + \frac{v_0}{g}$$

[解析]

$$\left[v=v_0+at\right]v_A=v_0-gt'=v_0-g\times\left(\frac{t}{2}+\frac{v_0}{g}\right)=-\frac{1}{2}gt\text{(負號表示方向向下)}$$

$$v_B=v_0-g\times(t-1)=v_0-g\times\left(\frac{t}{2}+\frac{v_0}{g}-t\right)=+\frac{1}{2}gt\text{(正號表示方向向上)}$$

$$\text{相遇點高度}=\Delta x_A$$

$$=v_0t'-\frac{1}{2}gt'^2=v_0\times\left(\frac{t}{2}+\frac{v_0}{g}\right)-\frac{1}{2}g\left(\frac{t}{2}+\frac{v_0}{g}\right)^2=\frac{v_0^2}{2g}-\frac{1}{8}gt^2$$

石子自離地h高處自由落下，同時將球以v_o初速自地面鉛直上拋。試回答下列各題：
(a)兩者歷時多久可於空中相會?
(b)兩者空中相會時，球正欲落下，v_o值若干?
(c)兩者空中相會時，球正在下落，v_o值如何?
(d)兩者空中相會時，球尚在上升，v_o值如何?
(e)欲使兩者空中相會時，球上拋最小速度值如何?
(g為重力加速度值)

[解析]

令向上為正　以地上為原點　歷時t相遇

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right] \Delta x_{石} = -\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow x_{石} = h + \Delta x_{石} = h - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Delta x_{球} = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow x_{球} = 0 + \Delta x_{球} = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

相遇時 $x_{石} = x_{球} \rightarrow h - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \therefore t = \frac{h}{v_0}$

第31頁

[解析]

令向上為正　以地上為原點　歷時t相遇

$[v=v_0+at]$ 相遇時$v_{球}=v_0-g\times\dfrac{h}{v_0}$

上升$v_{球}>0\rightarrow v_0-g\times\dfrac{h}{v_0}>0\rightarrow v_0>\sqrt{gh}$

下降$v_{球}<0\rightarrow v_0-g\times\dfrac{h}{v_0}<0\rightarrow v_0<\sqrt{gh}$

正欲下落(最高點)$v_{球}=0\rightarrow v_0-g\times\dfrac{h}{v_0}=0\rightarrow v_0=\sqrt{gh}$

空中相遇$x_{石}=x_{球}>0\rightarrow h-\dfrac{1}{2}gt^2=h-\dfrac{1}{2}g\times\left(\dfrac{h}{v_0}\right)^2>0$

$\therefore v_0>\sqrt{\dfrac{gh}{2}}$

三、典型等加速度直線運動(二) － 光滑斜面運動

物體沿光滑斜面的運動時， 加速度為 $\boxed{a = g\sin\theta}$

方向沿斜面向下

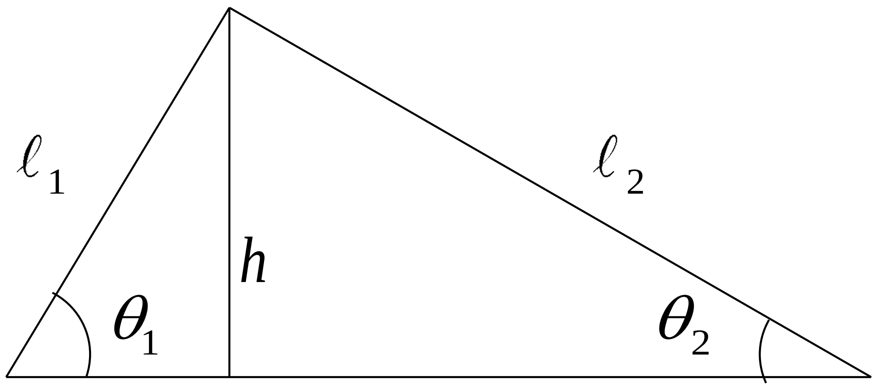
$$\begin{cases} \text{自由落體或鉛直上拋運動} & a = g \\ \text{光滑斜面運動} & a = g\sin\theta \end{cases}$$

註 斜面運動和鉛直上下拋運動公式相同，僅加速度大小須以 $a = g\sin\theta$ 代換之。

《討論1》由相同高度*h*的斜面上由靜止滑下：

（1）著地所需時間比 $\dfrac{t_1}{t_2}=\dfrac{\ell_1}{\ell_2}=\dfrac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$

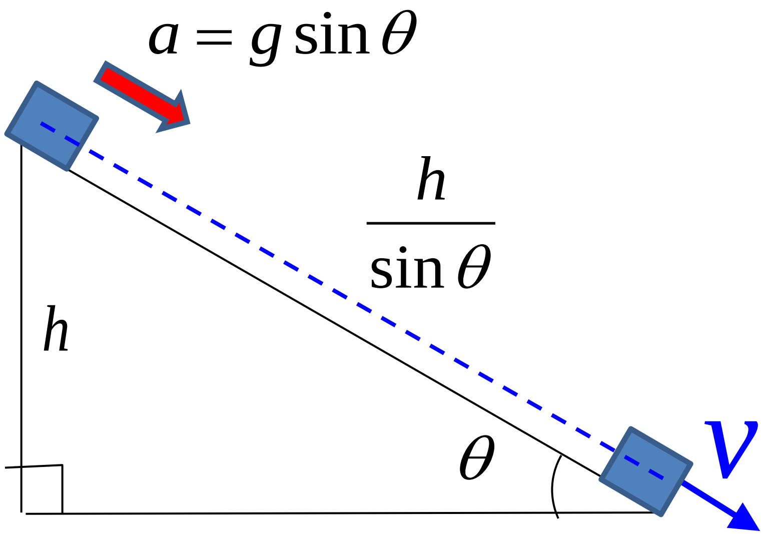
（2）著地時的速率比 $\dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{1}{1}$



[解析]

由相同高度 h 的斜面上由靜止滑下：

令沿斜面向下為正　著地速率v　歷時t



$$\left[\Delta x=v_0t+\frac{1}{2}at^2\right]\quad \frac{h}{\sin\theta}=\frac{1}{2}g\sin\theta t^2\quad \therefore t=\sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\theta}}\propto\frac{1}{\sin\theta}$$

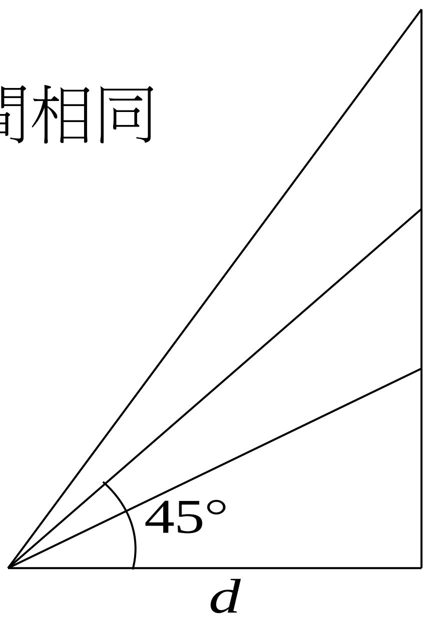
$$\left[v^2=v_0{}^2+2a\Delta x\right]\quad v^2=2g\sin\theta\frac{h}{\sin\theta}\quad \therefore v=\sqrt{2gh}\text{與}\theta\text{無關}$$

《討論2》 由相同底部距離*d*的斜面由靜止滑下

（1）斜面傾斜角θ著地所需時間 $t=\sqrt{\dfrac{4d}{g\sin 2\theta}}$

（2）當 $\theta=45^\circ$ ，所需時間最短

（3）當 $\theta_1+\theta_2=90^\circ$ 時，兩次下滑所需時間相同



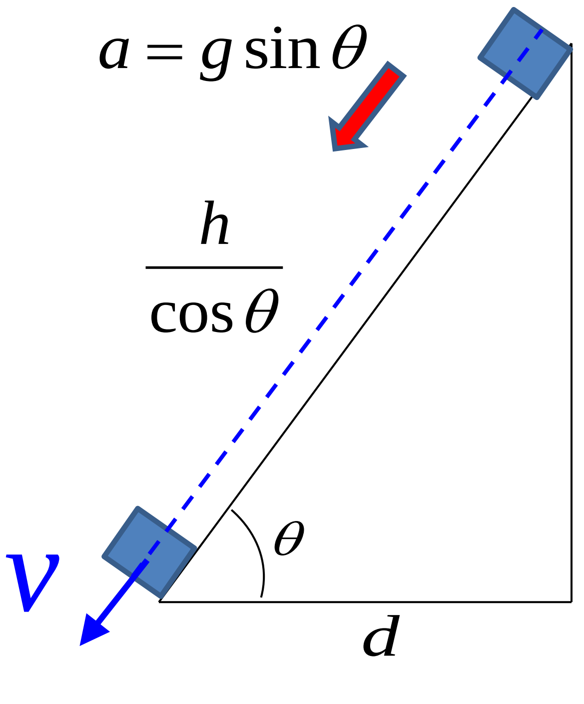
[解析]

由相同底部距離 *d* 的斜面由靜止滑下

令沿斜面向下為正 著地歷時t

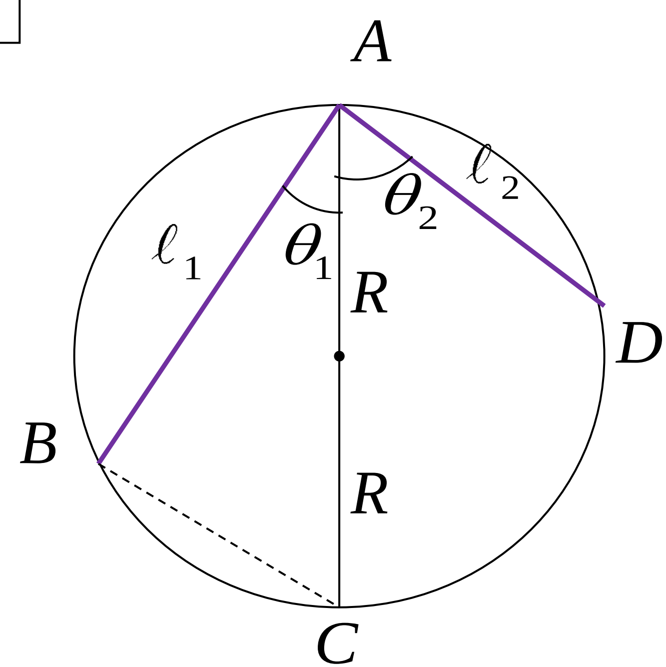
$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2\right] \quad \frac{h}{\cos\theta} = \frac{1}{2} g \sin\theta t^2$$

$$\therefore t = \sqrt{\frac{2h}{g\sin\theta\cos\theta}} = \sqrt{\frac{4h}{g\sin 2\theta}} \propto \frac{1}{\sqrt{\sin 2\theta}}$$



《討論3》

如圖，AC為鉛直直徑，AB、AD為兩條光滑弦，質點由A滑至B需時t_1，質點由A滑至D需時t_2，則 $\boxed{\dfrac{t_1}{t_2}=\dfrac{1}{1}}$



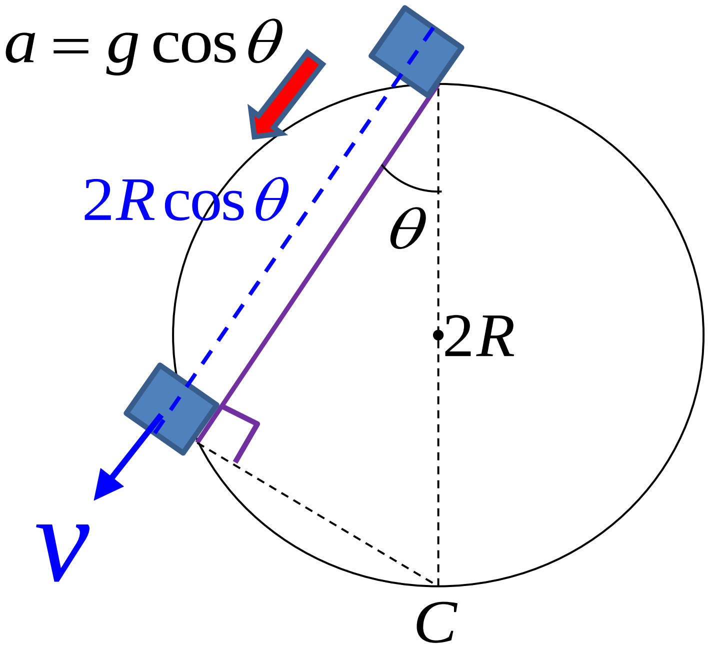
第33頁

[解析]

令沿斜面向下為正　著地歷時t

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2\right] \quad 2R\cos\theta = \frac{1}{2} g \cos\theta t^2$$

$$\therefore t = \sqrt{\frac{4R}{g}}$$與θ無關



*1.*一光滑斜面斜角$30°$，質量2公斤的物體，由斜面中點以$4\ m/s$之速率沿斜面上滑，經2秒滑至斜面底，求：（$g = 10\ m/s^2$）
（1）斜面長度？（2）滑至斜面底之速率
（3）最高可滑至距底端多遠？（4）此2秒內平均速率為何？

[解析]

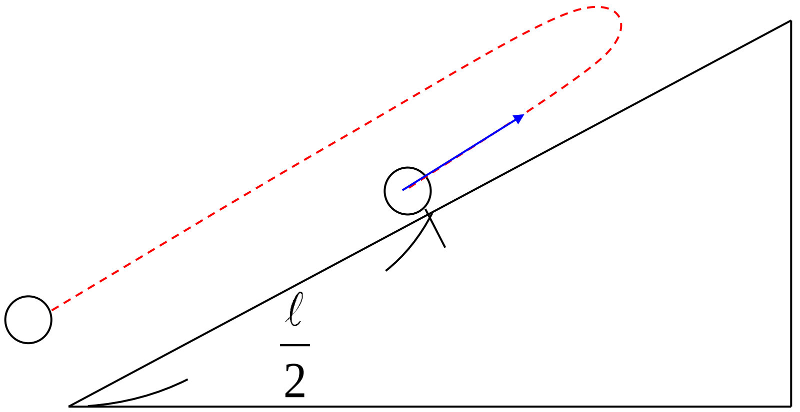
(1) 令斜面長度ℓ

$$a = g\sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a\, t^2\right]$$

$$-\frac{\ell}{2} = 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times (-5) \times 2^2$$

$$\therefore \ell = 4$$



[解析]

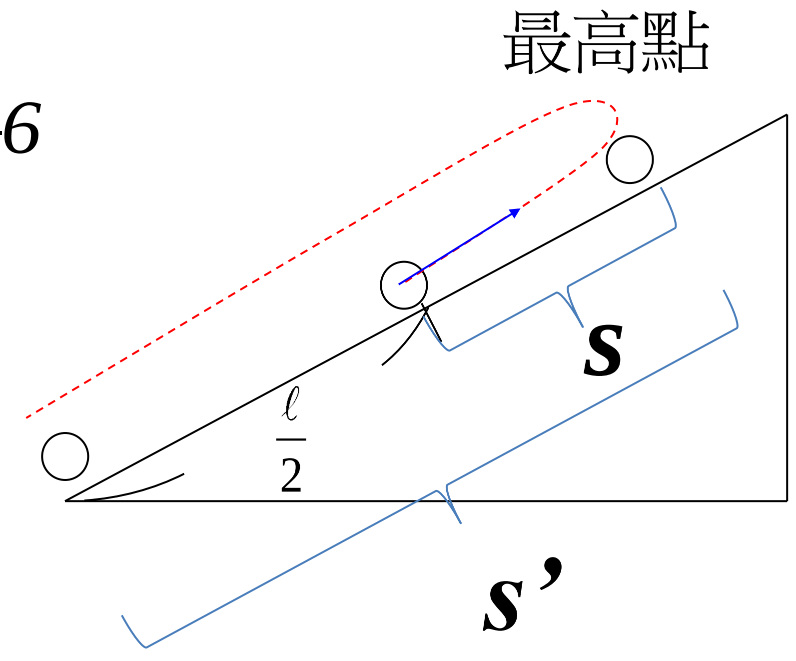
(2) 令滑至斜面底速率v

$$v_t = v_0 + a\,t = 4 + (-5) \times 2 = -6$$

(3) 達最高點時 $v_t = 0$

$$\left[v_t^{\,2} = v_0^{\,2} + 2a \cdot \Delta x \right]$$

$$0^2 = 4^2 + 2 \cdot (-5) \cdot s$$ **s = 1.6 m**

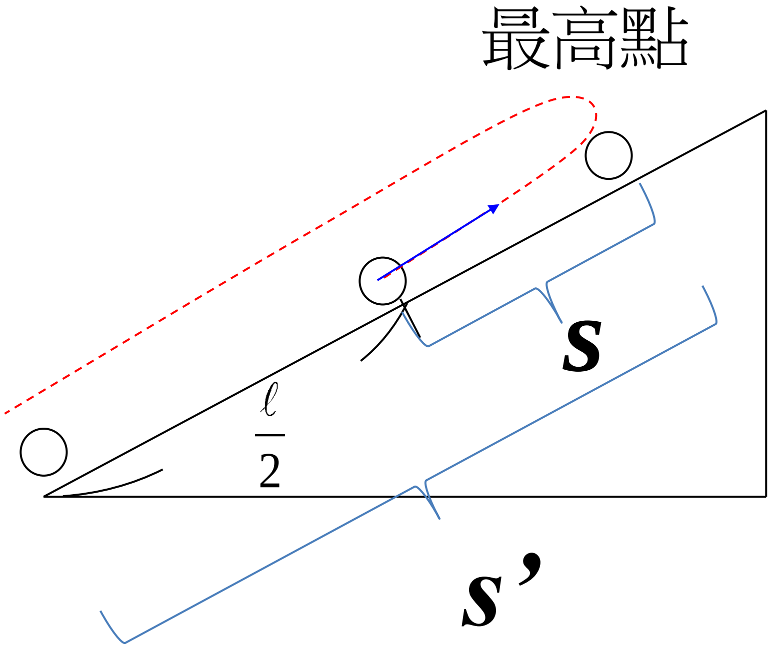


距斜面底 $s' = 2 + 1.6 = 3.6$

第34頁

[解析]

$$(4)\bar{v}=\frac{\Delta\ell}{\Delta t}=\frac{1.6+1.6+2}{2}=2.6$$



*2.*一物體質量為*m*，從一長*24*公尺的光滑斜面頂端由靜止下滑，經*4*秒後到達斜面底部。今將物體由斜面底部以初速v_0沿斜面上滑，經*6*秒後又滑回到斜面底部，求v_0？

[解析]

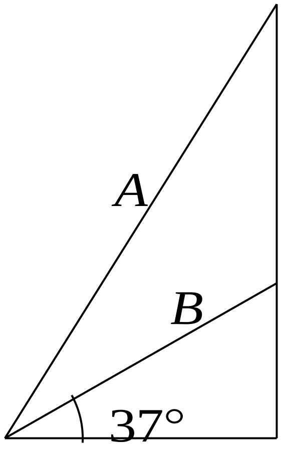
令加速度a

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a\ t^2\right]$$

$$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4^2 \qquad \therefore a = 3\ m/s^2$$

$$0 = v_0 \times 6 + \frac{1}{2} \times (-3) \times 6^2 \qquad \therefore v_0 = 9\ \mathrm{m/s}$$

1.如圖，使鋼珠自*A*、*B*兩光滑斜面頂點自由下滑至底部所需之時間相同，則沿*A*、*B*滑至底部時末速之比為？



[解析]

兩斜面底部相同，且 $t_A = t_B$，則 $\theta_A + \theta_B = 90^\circ$，

即 $\theta_A = 53^\circ$，

則 $a_A = g\sin 53^\circ$，$a_B = g\sin 37^\circ$，

$$\therefore \frac{v_A}{v_B} = \frac{a_A \cdot t_A}{a_B \cdot t_B} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{4}{3}$$

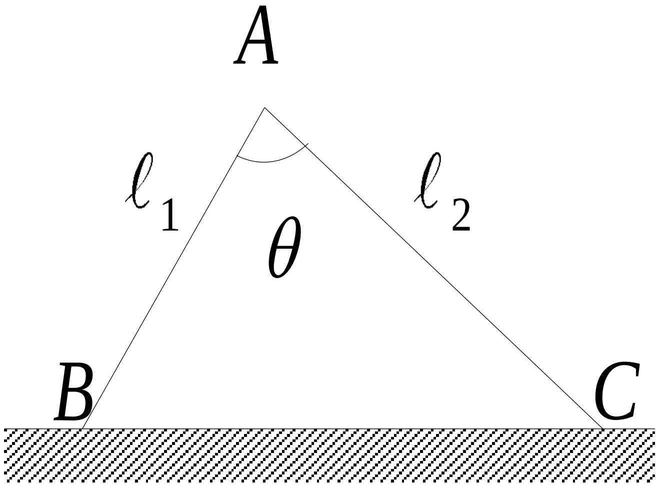
第35頁

2.兩個光滑平板，固定於水平桌面上，其截面成一三角形*ABC*，如圖所示。平板*AB*、*AC*之邊長各為 、 。設一質點受重力自*A*點滑落至*B*點所需之時間為t_1，自*A*點受重力滑落至*C*點所需之時間為t_2，則

[解析]

兩斜面等高，故

$$\frac{t_1}{t_2}=\frac{\ell_1}{\ell_2}$$



1-4 相對運動

一、**相對觀念**：物體運動的狀態隨各觀察者所在參考坐標不同而異，故要描述物體運動，須先指出參考座標(即觀察者所在處)才有意義，就是說物體的位置、速度、加速度均是以相對於參考體來測量。

二、**參考座標系**：以參考體為原點所建立的座標系，物體的位置、速度、加速度均**相對於參考體**而言是多少。參考點不同，所得運動的物理量就會不同。

註：一般狀況下多以對靜止的地面為參考體。

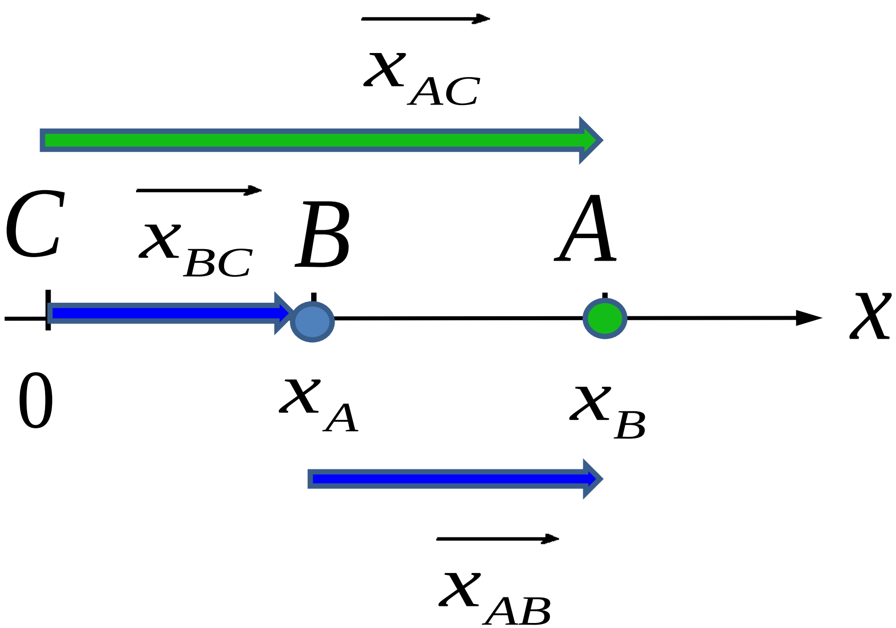
三、相對運動公式：

【以C為靜止原點，運動體B，運動體A】

（1）以C為參考點：B對C（C看B）的相對位置 $\overrightarrow{x_{BC}}$

A對C（C看A）的相對位置 $\overrightarrow{x_{AC}}$

（2）以B為參考點：A對B（B看A）的相對位置 $\overrightarrow{x_{AB}}$



$$\boxed{\overrightarrow{x_{AB}} = \overrightarrow{x_{AC}} - \overrightarrow{x_{BC}}}$$

三、相對運動公式：

（3）以B為參考點：

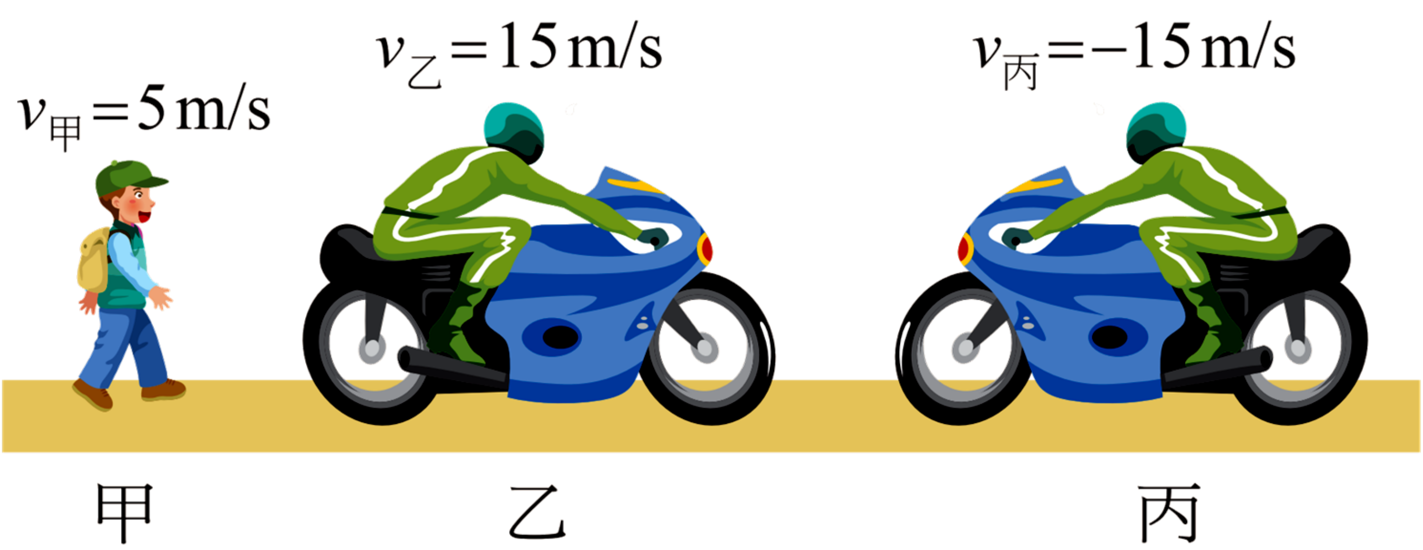
A對B（B看A）的相對速度 $\boxed{\overrightarrow{v_{AB}} = \overrightarrow{v_{AC}} - \overrightarrow{v_{BC}}}$

A對B（B看A）的相對加速度 $\boxed{\overrightarrow{a_{AB}} = \overrightarrow{a_{AC}} - \overrightarrow{a_{BC}}}$

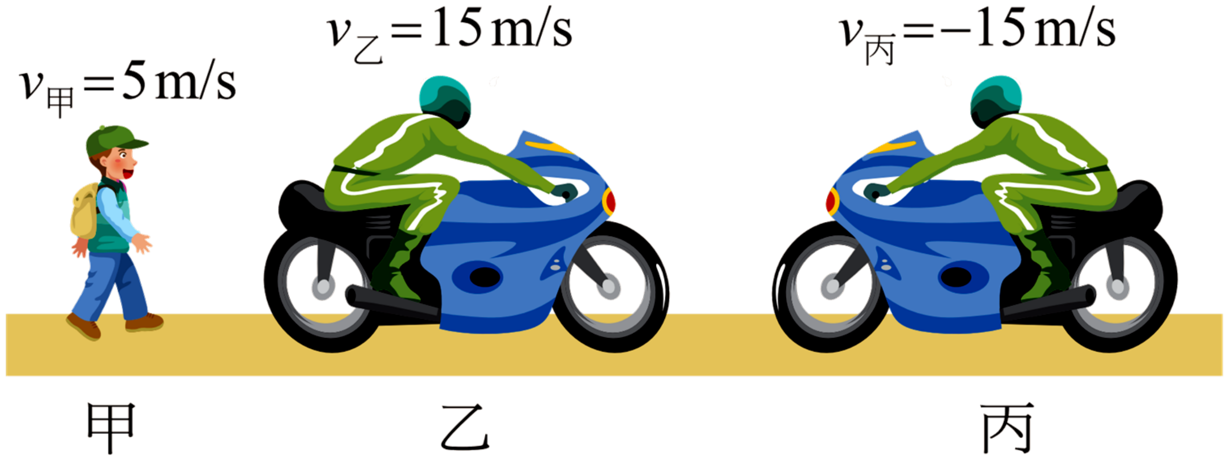
1.如圖，求：

(1)甲對乙的速度為___ 公尺/秒；乙看甲的速度為___公尺/秒。

(2)乙對丙的速度為___ 公尺/秒；丙看乙的速度為___公尺/秒。



[解析]

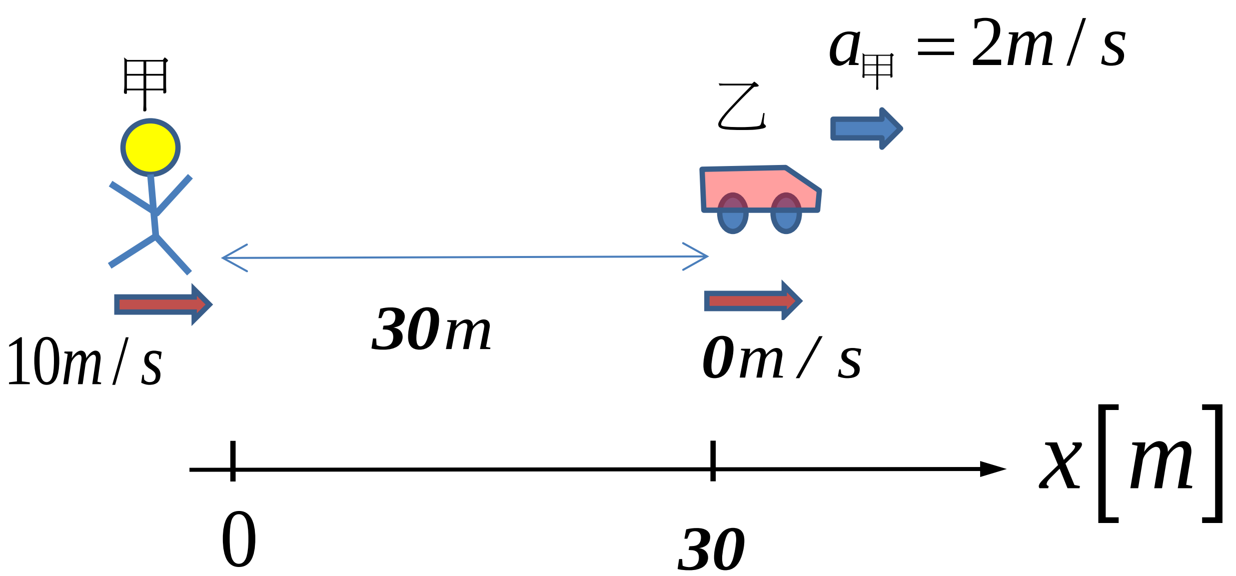


定向右為正

(1) 甲對乙(乙看甲) $\overrightarrow{v_{甲乙}}=\overrightarrow{v_{甲}}-\overrightarrow{v_{乙}}=5-15=-10\,[m/s]$ $10m/s$向左

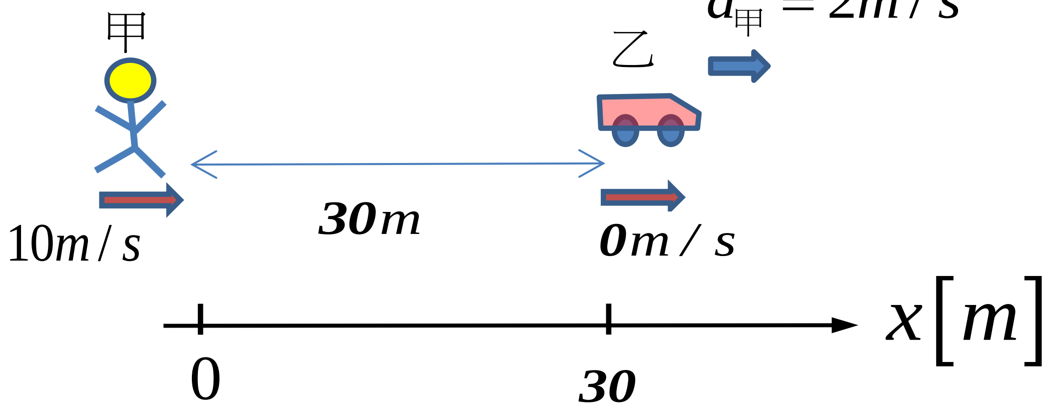
(2) 乙對丙(丙看乙) $\overrightarrow{v_{乙丙}}=\overrightarrow{v_{乙}}-\overrightarrow{v_{丙}}=15-(-15)=30\,[m/s]$ $30m/s$向右

*2.*某人以10m/s等速度追趕停在前方的汽車，當人車相距30m時，車突以2m/s²等加速度向前開車，則經過多少秒時，人車相距最近？最近距離？



第37頁

[非相對解法]



當車與人等速時 人車距離最近　　令歷時t

車:$[v=v_0+at]$ $10=5t \therefore t=5$

定向右為正

人:等速度 $\Delta x_{人}=10t=50$

車:等加速度 $\Delta x_{車}=\frac{1}{2}\times 2\times t^2=25$

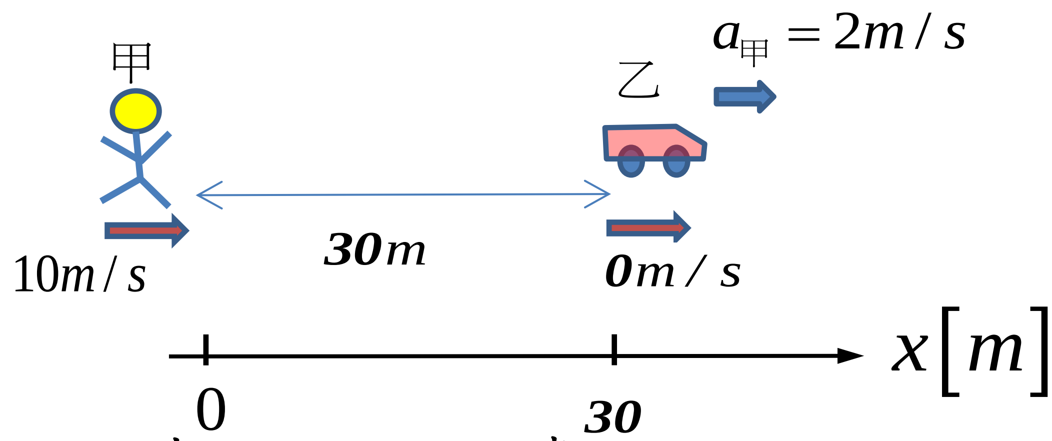
此時距內人車移近距離$=\Delta x_{人}-\Delta x_{車}=50-25=25$

此時人車距離$=30-25=5$

$\therefore t=5s$時 ,人車距離5m為最小值 ， 此時人車距離最近

第37頁

[相對運動解法]



定向右為正 $t=0$時人位於$x=0$處

人:等速度 $x_{人}=10t$

車:等加速度 $x_{車}=30+\frac{1}{2}\times 2\times t^2$

車對人的位置(可知人車距離)

$$x_{車人}=x_{車}-x_{人}=30+\frac{1}{2}\times 2\times t^2-10t=t^2-10t+30$$

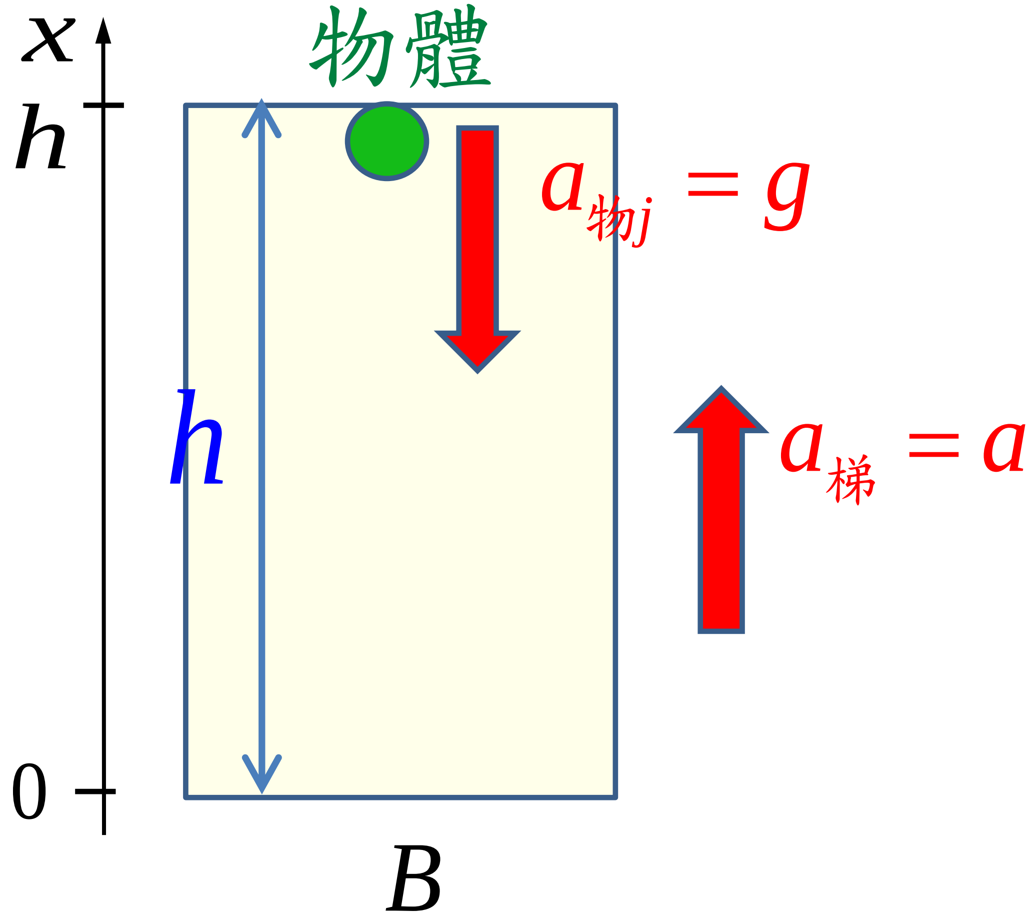
$$=(t-5)^2+5\geq 5$$

$\therefore t=5$時，$x_{車人}=5$為最小值， 此時人車距離最近

1.一升降梯垂直向上作等加速度運動，其加速度為a，今一物體由高h之電梯天花板脫落，則：

(a)該物相對於電梯的加速度量值為何？

(b)該物幾秒掉落於電梯地板上？（重力加速度g）



第38頁

[解析]

令向右為正

令 $t=0$時物位於$x=h$處

梯底在$x=0$處

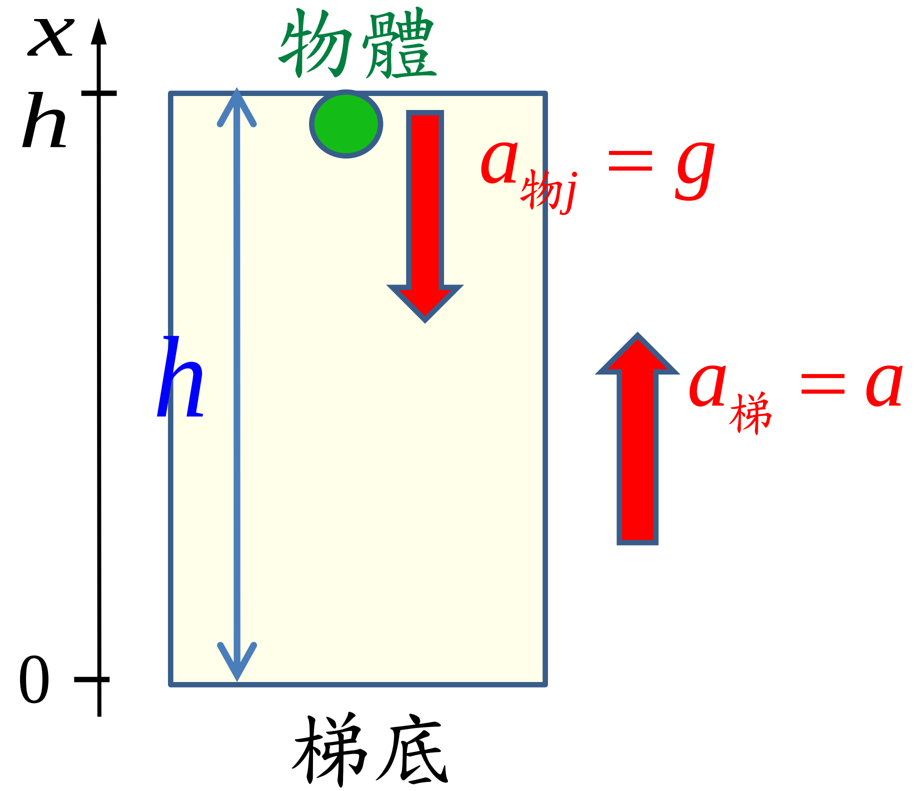
(a) 物：等加速度 $a_{物}=-g$

梯底：等加速度 $a_{梯}=a$

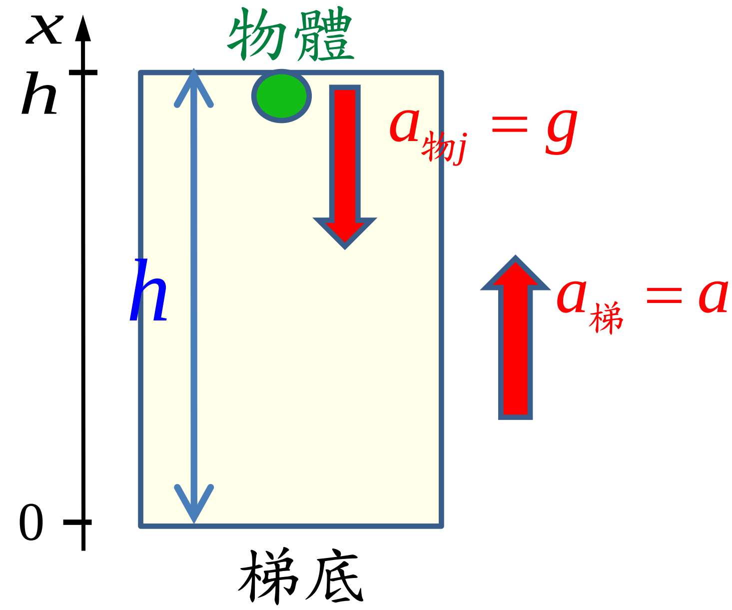
物對梯的加速度

$$a_{物梯}=a_{物}-a_{梯}=-g-a=-(g+a)$$

∴量值 $g+a$ 方向向下



[解析]



(b)物　：等加速度　$x_{物} = h - \frac{1}{2}gt^2$

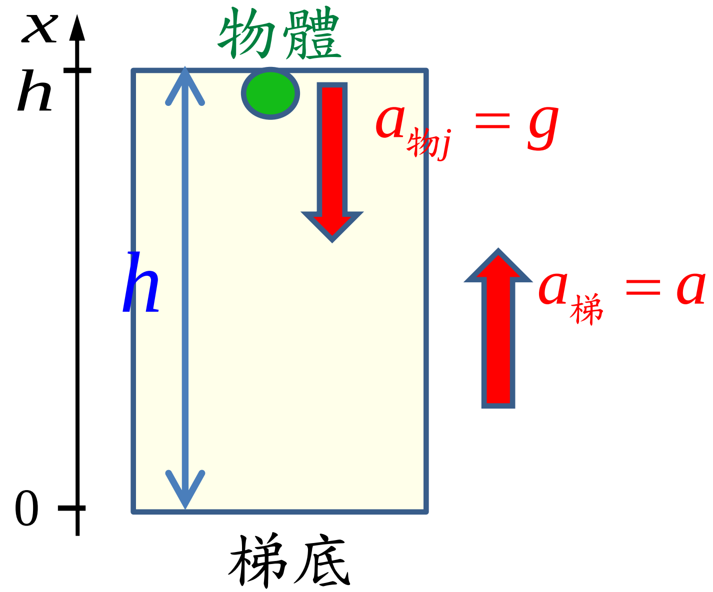
梯底　：等加速度　$x_{梯} = \frac{1}{2}at^2$

物對梯的位置

$$x_{物梯} = x_{物} - x_{梯} = h - \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}at^2 = h - \frac{1}{2}(g+a)t^2$$

落底時　$, x_{物梯} = 0 \rightarrow h - \frac{1}{2}(g+a)t^2 = 0 \quad \therefore t = \sqrt{\frac{2h}{g+a}}$

[另解]



(b)已知

$a_{物梯}$=-$(g+a)$

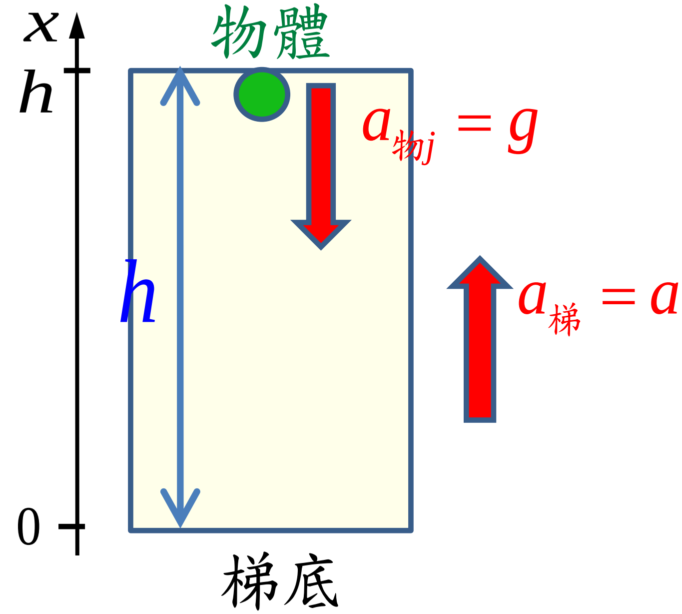
$v_{物梯}(0)$=0 [物對梯的初速度 物自梯頂釋放 所以釋放時兩者必等速]

$x_{物梯}(0)$=h

$$\left[\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right] \quad x_{物梯} = x_{物梯}(0) + \Delta x_{物梯} = h - \frac{1}{2}(g+a)t^2$$

當落底時 $x_{物梯} = 0 \rightarrow h - \frac{1}{2}(g+a)t^2 = 0 \quad \therefore t = \sqrt{\frac{2h}{g+a}}$

[另解 非相對想法]



(b)

令物釋放時 物與梯速度為v_0向上

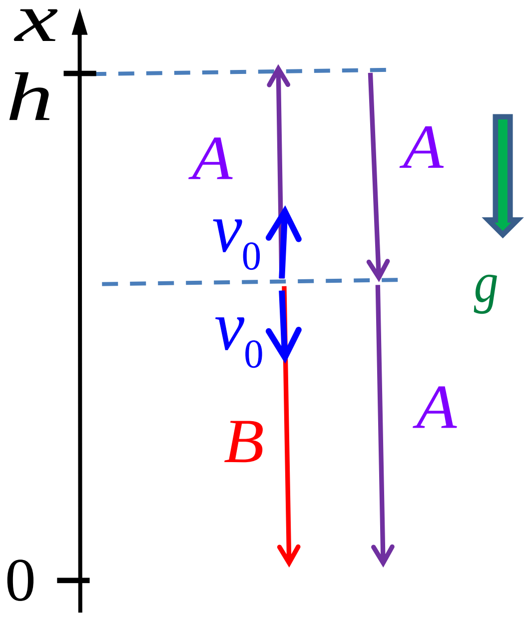
物 ：等加速度 $x_{物}=h+v_0t-\frac{1}{2}gt^2$

梯底 ：等加速度 $x_{梯}=v_0t+\frac{1}{2}at^2$

落底時 $x_{物}=x_{梯}\rightarrow h+v_0t-\frac{1}{2}gt^2=v_0t+\frac{1}{2}at^2\ \therefore t=\sqrt{\frac{2h}{g+a}}$

*2.*將兩質點*A*、*B*同時從塔頂，以相同的初速V_0拋出，*A*被垂直上拋，*B*被垂直下拋，則在t時間後(*t*小於B著地所需時間)，A、B兩質點間的距離為？

[解析]



令拋出點$x=0$

A：等加速度　$x_A = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

B：等加速度　$x_B = -v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

*A*對*B*的位置

$$x_{物梯} = x_{物} - x_{梯} = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 - \left(-v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \right) = 2 v_0 t$$